

Introduzione della condizione di assenza di trazione in un criterio di plasticizzazione

Giuseppe Mortara*

Summary

Questa nota riguarda l'introduzione della condizione di assenza di trazione (tension cut-off) in un criterio di plasticizzazione al fine di evitare che la superficie di plasticizzazione possa risultare esterna all'ottante positivo dello spazio delle tensioni principali. Per tale scopo una qualsiasi funzione meridiana esistente può essere resa tangente alla funzione che rappresenta la condizione limite di trazione. Il criterio necessita l'adozione di una specifica funzione deviatorica.

Keywords: criterio di plasticizzazione, modello costitutivo, tension cut-off

Introduzione

Come ben noto, i terreni non manifestano resistenza a trazione. Pertanto, la modellazione elastoplastica del loro comportamento richiederebbe che la superficie di plasticizzazione non presentasse alcun punto al di fuori dell'ottante positivo dello spazio delle tensioni principali. Tuttavia, la maggior parte dei criteri in letteratura viola questo requisito anche quando la superficie di plasticizzazione viene rappresentata da un cono [DRUCKER e PRAGER, 1952; SCHOFIELD e WROTH, 1968; ROSCOE e BURLAND, 1968; MROZ Z. *et al.* 1978; MANZARI e DAFALIAS 1997; PESTANA e WHITTLE, 1999; LI, 2002; BIGONI e PICCOLROAZ, 2004; BIER e HARTMANN 2006; MORTARA, 2015]. Altri modelli, invece, non violano il requisito poiché la forma della sezione deviatorica varia in modo da non consentire alla superficie limite di essere esterna al primo ottante [MATSUOLA e NAKAI, 1974; LADE e DUNCAN, 1975; LADE, 1977; MORTARA, 2008; MORTARA, 2009; MORTARA, 2019].

Questa nota riguarda l'introduzione del tension cut-off, cioè la superficie limite, in un qualsiasi criterio di plasticizzazione. Per fare ciò una qualsiasi funzione meridiana (funzione espressa nel piano triassiale, cioè in un piano nello spazio degli sforzi principali che include la trisettrice dello spazio e uno degli assi coordinati) deve essere legata ad una specifica funzione deviatorica (funzione espressa nel piano deviatorico, cioè un piano nello spazio degli sforzi principali ortogonale alla trisettrice dello spazio) e la funzione risultante sarà poi corredata dalla superficie limite.

La condizione limite

La trattazione seguente si avvarrà degli invarianti di tensione p , q e θ definiti come:

$$p = \sigma_{kk} \quad (1)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (2)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left(\frac{9}{2} \frac{s_{ij} s_{jk} s_{ki}}{q^3} \right) \quad (3)$$

dove σ_{ij} è il tensore degli sforzi efficaci mentre $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$, dove δ_{ij} è il tensore di Kronecker, è il tensore deviatorico degli sforzi efficaci. In accordo con la definizione (3), l'angolo di Lode vale 0 per la compressione triassiale e $\pi/3$ per l'estensione triassiale.

La condizione limite trattata in questo articolo definisce la condizione di assenza di trazione in tutti i punti appartenenti alla funzione di plasticizzazione. Tale condizione viene spesso sintetizzata in molti testi di Geotecnica nel piano $p - q$ dalla retta $q = 3p$. In realtà, nel caso più generale, essa è una condizione tridimensionale rappresentata dai tre piani dello spazio delle tensioni principali.

Il criterio di Mohr-Coulomb può essere rappresentato utilizzando gli invarianti definiti precedentemente attraverso la relazione

$$q = \frac{6 \sin \phi}{(3 - \sin \phi) \cos \theta + \sqrt{3} (1 + \sin \phi) \sin \theta} p \quad (4)$$

essendo ϕ l'angolo di resistenza al taglio. La rappresentazione deviatorica, ottenuta normalizzando gli assi $(3/2) s_i$ con il valore della pressione media p , al

* DICEAM, Università Mediterranea di Reggio Calabria

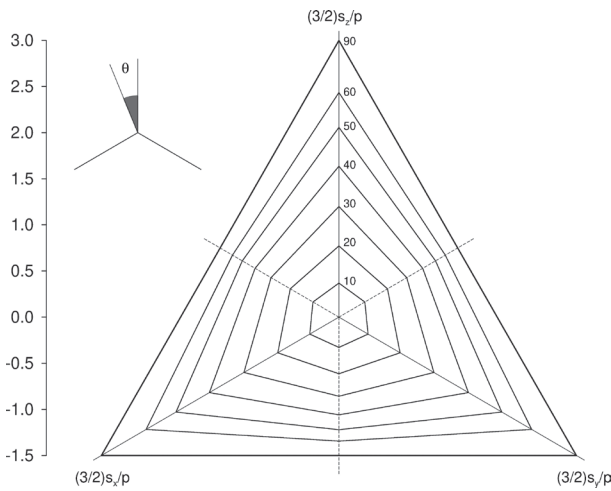


Fig. 1 – Criterio di Mohr-Coulomb nella rappresentazione deviatorica normalizzata per $\phi = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 90^\circ$.
 Fig. 1 – Mohr-Coulomb criterion in the normalised deviatoric representation for $\phi = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 90^\circ$.

fine di ottenere il rapporto tensionale $\eta = q/p$, viene mostrata in figura 1 per diversi valori di ϕ .

In figura si osserva che il rapporto $\beta = M_e / M_c$ tra il rapporto tensionale in condizioni di estensione (per $\theta = \pi/3$) e quello in condizioni di compressione (per $\theta = 0$) è funzione decrescente dell'angolo di resistenza al taglio. In particolare, per il criterio di Mohr-Coulomb esso è dato da:

$$\beta = \frac{3 - \sin\phi}{3 + \sin\phi} \tag{5}$$

La superficie limite del criterio di Mohr-Coulomb rappresenta la condizione di assenza di trazione e viene determinata dalla semplificazione della (4) per $\phi = 90^\circ$:

$$\eta \leq \frac{3}{\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta} \tag{6}$$

Quindi, facendo riferimento alla figura 1, la superficie limite è rappresentata dalla sezione più esterna, cioè dal triangolo. Il criterio di Mohr-Coulomb è l'esempio più chiaro di criterio di plasticizzazione che include la condizione limite nella sua formulazione. Altri esempi in letteratura sono i celebri criteri di MATSUOKA e NAKAI [1974] e di LADE e DUNCAN [1975].

La maggior parte dei criteri di plasticizzazione in letteratura è definita dall'accoppiamento di una funzione degli invarianti p e q (funzione meridiana) e di una funzione dell'angolo di Lode θ (funzione deviatorica). Quest'ultima dipende generalmente da un unico valore del parametro β precedentemente definito che rappresenta quindi un rapporto di forma [BARDET, 1990].

La figura 2 rappresenta le condizioni che devono essere soddisfatte per evitare che la condizione di trazione sia verificata. In particolare, in figura 2a la sezione meridiana del modello Cam Clay modificato viene

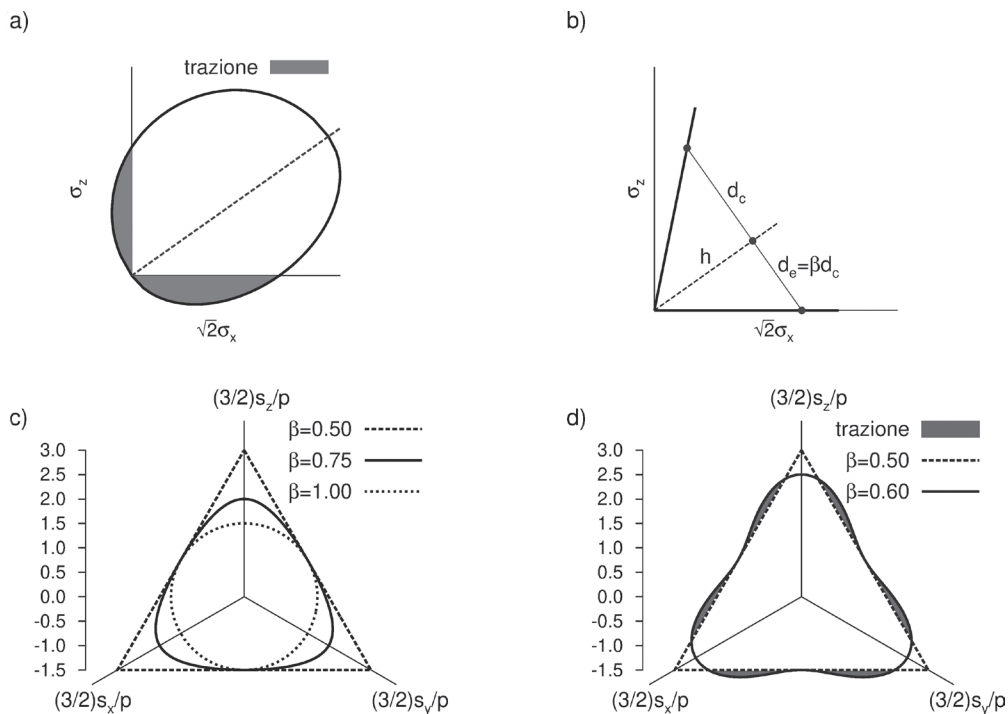


Fig. 2 – a) zone che evidenziano trazione nel modello Cam Clay modificato; b) cono limite nel piano di Rendulic; c) valori limite di β per evitare la trazione; d) trazione a causa della concavità della funzione deviatorica. Adattata da MORTARA [2019].
 Fig. 2 – a) zones evidencing tension in the modified Cam Clay model; b) limit cone in the Rendulic plane; c) limit values of β to avoid tension; d) tension due to the concavity of the deviatoric function. Adapted from MORTARA [2019].



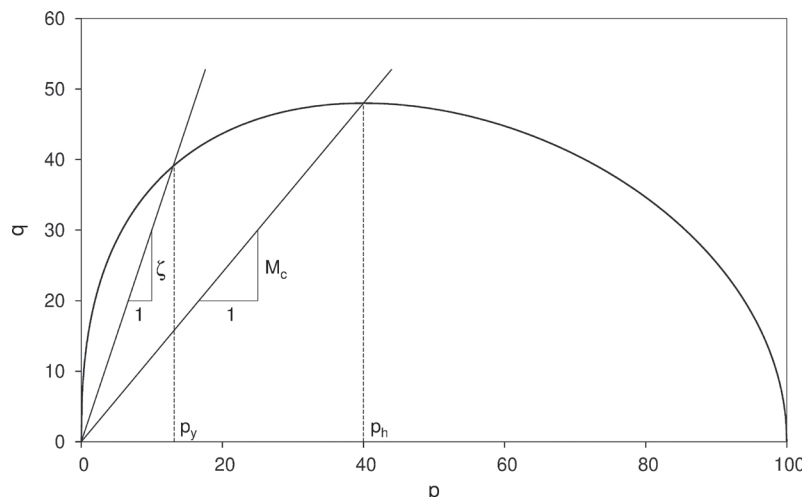


Fig. 3 – Funzione meridiana per $R_h = 0.4$, $n_c = 0.5$ e $M_c = 1.2$.
Fig. 3 – Meridian function for $R_h = 0.4$, $n_c = 0.5$ e $M_c = 1.2$.

riportata nel piano di Rendulic per evidenziare le zone del dominio elastico soggette a trazione. Per evitare ciò, come mostrato in figura 2b, è necessario che la sezione della superficie abbia tangente all'origine inferiore al valore corrispondente a $\phi = 90^\circ$ sia in compressione che in estensione (in Fig. 2b, $h = \sqrt{3}p$ e $d_c = \sqrt{2/3}q_c$ essendo q_c la tensione deviatorica in condizioni di compressione triassiale). In altre parole, la tangente della funzione di plasticizzazione all'origine deve al massimo corrispondere agli assi del piano di Rendulic. La figura 2c mostra invece due sezioni deviatoriche per $\beta = 1$ e $\beta = 0.75$ entrambe tangenti alla sezione limite ($\beta = 0.5$). Appare chiaro che se le due sezioni sono sottoposte ad incrudimento, le loro ulteriori espansioni saranno tali da farle risultare esterne al primo ottante, violando pertanto la condizione limite. La figura 2d mostra infine che la concavità della funzione deviatorica può essere causa di trazione.

Se la sezione deviatorica dipende dal parametro di forma β costante, le figure 2b e 2c chiariscono che il valore limite dell'angolo ϕ che previene la trazione è dato dalla relazione¹

$$\phi_{lim} = \arcsin\left(\frac{3}{4\beta+1}\right) \quad (7)$$

Gli angoli limite per $\beta = 1$ e $\beta = 0.75$ sono rispettivamente $\phi = 36.7^\circ$ e $\phi = 48.6^\circ$. Risulta chiaro, pertanto, che affinché la superficie di plasticizzazione soddisfi la condizione limite (6) la funzione deviatorica non può essere basata su un parametro di forma β costante a meno di non volere soddisfare il limite imposto dalla (7).

¹ L'equazione (7) si dimostra notando che $d_c = h/\sqrt{2} = \beta d_c$. Introducendo il rapporto tensoriale $q_c/p = 6 \sin \phi_{lim} / (3 - \sin \phi_{lim})$ il valore di ϕ_{lim} in funzione di β si ottiene facilmente.

Introduzione del cut-off in una superficie esistente

In questo paragrafo un criterio di plasticizzazione esistente che viola la condizione (6) verrà dotato del tension cut-off. La funzione di plasticizzazione che sarà utilizzata è una funzione definita recentemente dall'autore [MORTARA, 2015].

$$\Phi = q^2 - \Phi_m \Phi_\rho^2 \quad (8)$$

dove Φ_m è la funzione meridiana e Φ_ρ è la funzione deviatorica. La funzione meridiana è definita come

$$\Phi_m = \alpha R^{n_c} (1 - R^{n_c}) \quad (9)$$

dove:

$$R = \left| \frac{p}{p_c} \right| \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{R_h^{2-n_c}}{1 - R_h^{n_c}} M_c^2 p_c^2 \quad (11)$$

$$n_c = \frac{n_c R_h^{n_c}}{1 - R_h^{n_c}} \quad (12)$$

La definizione di Φ_m necessita quindi la determinazione dei parametri R_h , n_c e M_c mentre p_c , rappresentato dal massimo valore di p per $q = 0$, è il parametro di incrudimento. La figura 3 mostra la funzione meridiana per i tre parametri di forma $R_h = 0.4$, $n_c = 0.5$ e $M_c = 1.2$. In figura si chiarisce il significato di R_h evidenziando la pressione $p_h = R_h p_c$ essendo p_h il valore della pressione media per il quale è nulla la componente del gradiente alla funzione in direzione p . Inoltre, ζ è la pendenza della linea che rappresenta il cut-off che in figura

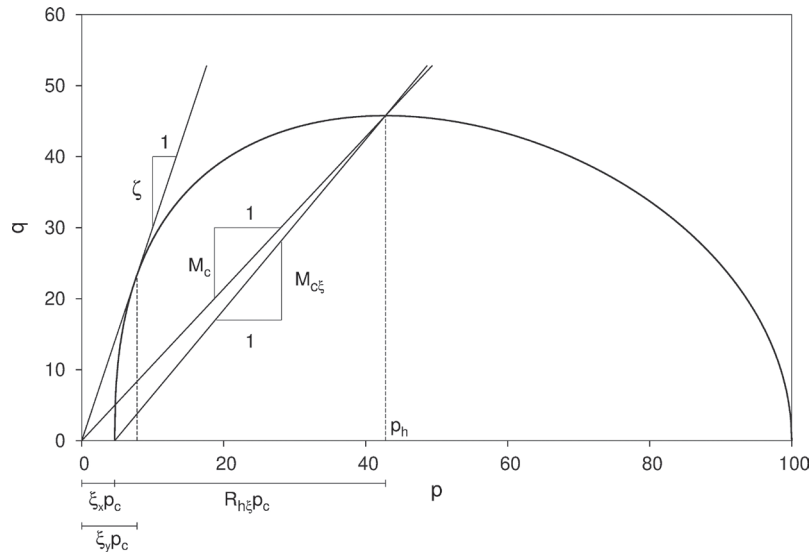


Fig. 4 – Funzione meridiana tangente al cut-off per $R_{h\xi} = 0.4$, $n_c = 0.5$ e $M_{c\xi} = 1.2$.
 Fig. 4 – Meridian function tangent to the cut-off for $R_{h\xi} = 0.4$, $n_c = 0.5$ e $M_{c\xi} = 1.2$.

è stata assunta pari a 3. Si può notare come un’ampia porzione del dominio elastico non verifichi la condizione (6).

Una prima strategia per includere il cut-off nella formulazione è quella di assumere che la funzione meridiana sia composta da due parti, una per $p < p_y$ ed una per $p \geq p_y$ come evidenziato in figura 3.

Questo modo di procedere, tuttavia, introduce una discontinuità della derivata prima della funzione per $p = p_y$. Se, invece, si vuole evitare tale discontinuità è necessario modificare l’espressione della funzione meridiana al fine di renderla tangente alla superficie di cut-off. Un approccio simile è stato seguito da YAO *et al.* [2012].

La funzione meridiana proposta è formalmente analoga alla (9) tranne che per la definizione della funzione R che assume l’aspetto:

$$R = \left| \frac{-\xi_x p_c + p}{-\xi_x p_c + p_c} \right| \quad (13)$$

dove il significato del parametro ξ_x viene chiarito dalla figura 4.

Come si può evincere, inoltre, per motivi geometrici la pressione p_h non coincide con il valore precedente calcolato ma risulta pari a:

$$p_h = p_c [R_{h\xi}(1 - \xi_x) + \xi_x] \quad (14)$$

Pertanto, detti $R_{h\xi}$ e $M_{c\xi}$ gli equivalenti di R_h e M_c quando $\xi_x = 0$, sussistono le seguenti relazioni:

$$R_h = R_{h\xi}(1 - \xi_x) + \xi_x \quad (15)$$

$$M_c = \frac{M_{c\xi} R_{h\xi}(1 - \xi_x)}{R_{h\xi}(1 - \xi_x) + \xi_x} \quad (16)$$

Chiaramente, anche i valori di α e n_α risulteranno modificati:

$$\alpha = \frac{R_{h\xi}^{2-n_\alpha}}{1-R_{h\xi}^{n_\alpha}} [M_{c\xi}(1-\xi_x)p_c]^2 \quad (17)$$

$$n_\alpha = \frac{n_c R_{h\xi}}{1-R_{h\xi}} \quad (18)$$

In figura si evince altresì che il valore p_y della pressione media nel punto di tangenza tra il cut-off e Φ_m viene indicato con $\xi_y p_c$ dove ξ_y è un altro parametro.

Selezione della funzione deviatorica

La funzione deviatorica Φ_ρ vale 1 per $\theta = 0$ (compressione in condizioni assialsimmetriche) e β per $\theta = \pi/3$ (estensione in condizioni assialsimmetriche). Per il criterio di Mohr-Coulomb la funzione deviatorica ha la seguente espressione:

$$\Phi_{\rho MC} = \frac{1}{\cos\theta + \sqrt{3} \frac{1 + \sin\phi}{3 - \sin\phi} \sin\theta} \quad (19)$$

e la sua espressione per $\Phi = 90^\circ$ è:

$$\Phi_{\rho\xi} = \frac{1}{\cos\theta + \sqrt{3} \sin\theta} \quad (20)$$

In generale, in funzione del parametro ζ si ha:

$$\Phi_{\rho\xi\zeta} = \frac{1}{\cos\theta + \frac{3+2\zeta}{3\sqrt{3}} \sin\theta} \quad (21)$$

Quindi l’equazione completa della superficie di cut-off nello spazio è:

$$\Phi = q^2 - \Phi_\zeta \Phi_{\rho\xi}^2 \quad (22)$$



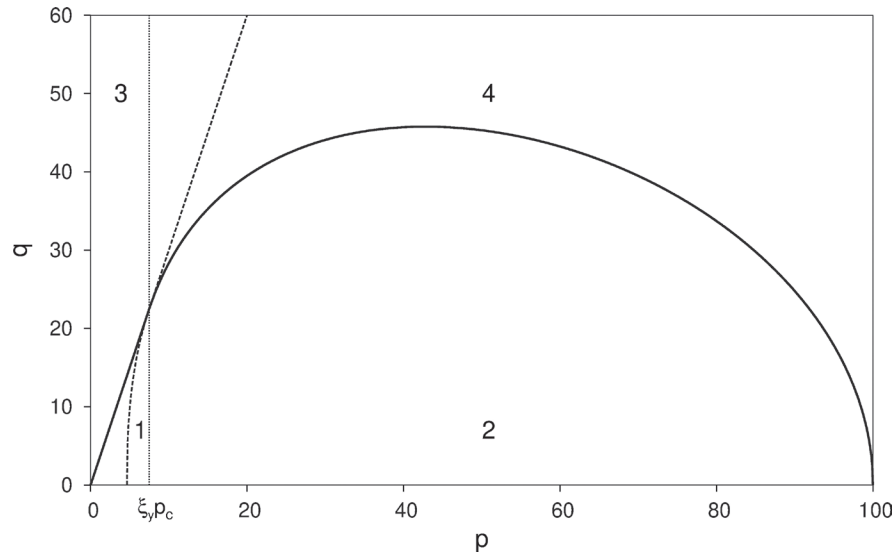


Fig. 5 – Domini determinati dall'unione di Φ_ξ e Φ_m .
Fig. 5 – Domains resulting from the union of Φ_ξ e Φ_m .

dove:

$$\Phi_\xi = \xi^2 p^2 \quad (23)$$

Per soddisfare la continuità della funzione di plasticizzazione nel punto di tangenza, la funzione deviatorica deve dare gli stessi valori espressi dalla (21). Pertanto, se non si desidera che la funzione deviatorica abbia forma triangolare per ogni valore della pressione media, è necessario fare in modo che il valore di β dipenda dall'obliquità come accade per il criterio di Mohr-Coulomb.

Supponiamo di voler rendere una funzione deviatorica esistente dipendente dall'obliquità: selezionata la funzione [MORTARA, 2010; MORTARA, 2019]

$$\Phi_\rho = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - \beta + 1}} \frac{s_\theta}{\cos\left(\frac{4+s_\theta}{3}\pi + \frac{\omega}{6}\right)} \quad (24)$$

dove:

$$s_\theta = 1 - |\text{sgn}(\cos 3\theta)| + \text{sgn}(\cos 3\theta) \quad (25)$$

$$\omega = \arccos\left[-1 + \frac{27}{2} \frac{\beta^2(1-\beta)^2}{(\beta^2 - \beta + 1)^3} \cos^2 3\theta\right] \quad (26)$$

essa può essere resa dipendente dall'obliquità modificando opportunamente il valore di β . La funzione segno nell'equazione (25) produce i valori 1, 0, -1 a seconda che l'argomento sia rispettivamente maggiore, uguale o minore di zero. Supponendo di voler associare a β la stessa variazione del criterio di MATSUOLA e NAKAI [1974] si ha:

$$\beta = \frac{3}{3 + m_c} \quad (27)$$

dove:

$$m_c = \begin{cases} \xi \text{ per } p \leq \xi_y p_c \\ \frac{\sqrt{\Phi_m}}{p} \text{ per } p \geq \xi_y p_c \end{cases} \quad (28)$$

Dato che la generica funzione di plasticizzazione Φ risulta dalla combinazione delle due funzioni Φ_ξ e Φ_m , il valore della funzione risultante viene determinato in base ai valori delle singole funzioni. In particolare, si determinano i seguenti domini che è possibile visualizzare in figura 5:

$$\text{zona 1 } q^2 - \Phi_\xi \Phi_\rho^2 \leq 0 \quad p \leq \xi_y p_c \Rightarrow \Phi \leq 0 \quad (29)$$

$$\text{zona 2 } q^2 - \Phi_m \Phi_\rho^2 \leq 0 \quad p > \xi_y p_c \Rightarrow \Phi \leq 0 \quad (30)$$

$$\text{zona 3 } q^2 - \Phi_\xi \Phi_\rho^2 > 0 \quad p \leq \xi_y p_c \Rightarrow \Phi > 0 \quad (31)$$

$$\text{zona 4 } q^2 - \Phi_m \Phi_\rho^2 > 0 \quad p > \xi_y p_c \Rightarrow \Phi > 0 \quad (32)$$

Determinazione dei parametri della funzione

In questo paragrafo si vogliono determinare i parametri relativi all'applicazione del cut-off ad una superficie. In particolare, si prenderà come riferimento la superficie ellittica del modello Cam Clay modificato [ROSCOE e BURLAND, 1968]. Una superficie ellittica si ottiene dalla funzione (9) per $R_h = 0.5$ e $n_c = 1$.

Il valore di ξ_x si ottiene facendo variare tale parametro con un algoritmo di bisezione imponendo che la minima differenza $|\xi \xi_y p_c - \sqrt{\Phi_m}|$ in un intervallo di pressioni medie imposto (ad esempio $0 \leq p \leq 0.2 p_c$) sia inferiore ad una tolleranza imposta (ad esempio 10^{-8}). Supponiamo di voler ottenere una

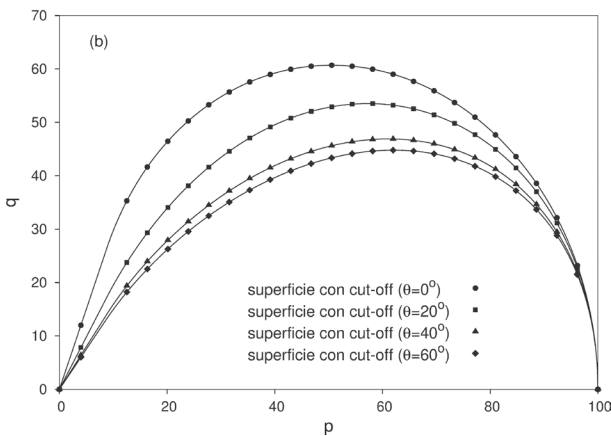
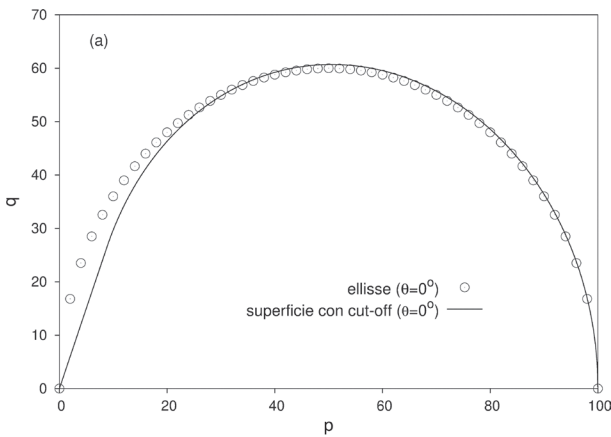


Fig. 6 – Sezioni meridiane: (a) confronto tra la superficie del modello Cam Clay modificato e la sezione meridiana con cut-off per $\theta = 0^\circ$; (b) confronto tra le sezioni meridiane con cut-off per $\theta = 0, 20, 40, 60^\circ$.

Fig. 6 – Meridian sections: (a) comparison between the modified Cam Clay model meridian section and the cut-off section for $\theta = 0^\circ$; (b) comparison among the cut-off meridian sections for $\theta = 0, 20, 40, 60^\circ$.

superficie nel piano triassiale di compressione avente $R_h = 0.5$ e $M_c = 1.2$. Alla luce della (15) e della (16), i valori di $R_{h\xi}$ e $M_{c\xi}$ dovranno essere tali da produrre i valori desiderati di R_h e M_c una volta noto ξ_x . Dopo pochi tentativi si ottengono i seguenti valori: $R_{h\xi} = 0.48$ e $M_{c\xi} = 1.33$ che determinano $R_h = 0.506$ e $M_c = 1.200$. I valori dei parametri ξ_x e ξ_y risultano essere $\xi_x = 0.0492873109745$ e $\xi_y = 0.0880570519684$ (per tali valori risulta $|\zeta\xi_y p_c - \sqrt{\Phi_m}| = 1.89 \cdot 10^{-10}$).

La figura 6a mostra il confronto tra una sezione ellittica, diagrammata per $M_c = 1.2$ e $p_c = 100$, e la sezione con cut-off nel piano triassiale. Si osserva che la differenza significativa tra le due sezioni si ha fino a circa $p/p_c = 0.2$. La figura 6b mostra invece il confronto tra le sezioni con cut-off per valori dell'angolo di Lode pari a $\theta = 0, 20, 40, 60^\circ$. Si noti il progressivo incremento del rapporto p_h/p_c con l'angolo di

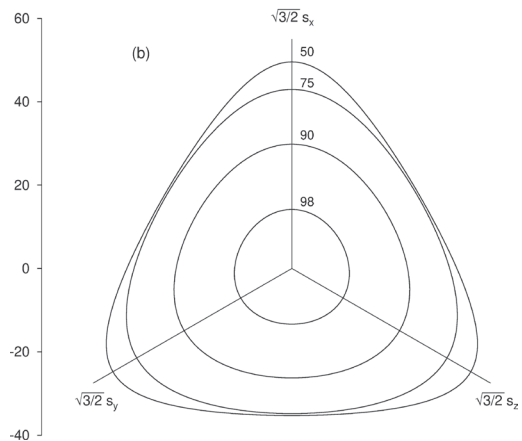
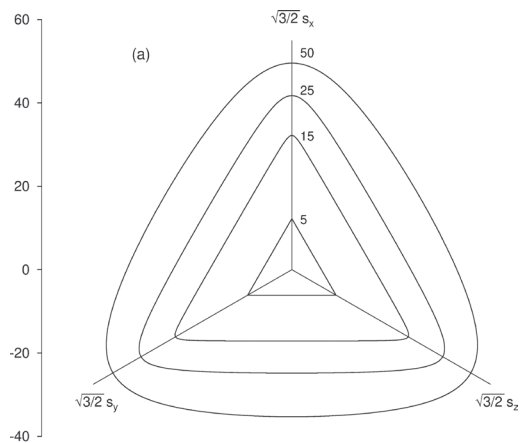


Fig. 7 – Sezioni deviatoriche relative alla Fig. 6a per diversi valori della tensione media: (a) sezioni per $p = 5, 15, 25, 50$; (b) sezioni per $p = 50, 75, 90, 98$.

Fig. 7 – Deviatoric sections related to Fig. 6a for different values of the mean stress: (a) sections for $p = 5, 15, 25, 50$; (b) sections for $p = 50, 75, 90, 98$.

Lode dovuto al valore di β dipendente dal rapporto tensionale.

La figura 7 mostra, invece, le sezioni deviatoriche relative alla sezione meridiana riportata nella figura 6a. Si può osservare che per bassi valori della pressione media ($p = 5$ e $p = 15$ in Fig. 7a) le sezioni meridiane hanno forma praticamente triangolare poiché il rapporto tensionale in compressione è pari o prossimo al valore limite $\eta = 3$. Al contrario, con l'incremento della pressione media si osserva che le sezioni tendono a smussarsi e, in particolare, per valori della pressione media prossimi a p_c ($p = 98$ in Fig. 7b) tendono ad assumere una forma praticamente circolare. La presenza di sezioni deviatoriche di diversa forma, in accordo con il rapporto tensionale, per funzioni di plasticizzazione espresse da relazioni simile alla (8), è una caratteristica introdotta recentemente dall'autore [MORTARA, 2019].

In definitiva, l'inserimento del cut-off a partire dalla funzione (9), richiede che siano specificati i 3

parametri $R_{h\xi}$, n_c e $M_{c\xi}$ per la funzione esistente, ed i 3 parametri ζ , ξ_x e ξ_y per la superficie di cut-off. Chiaramente, la procedura mostrata può essere adottata per qualsiasi espressione esistente di funzione meridianiana che possa essere opportunamente modificata per tenere conto del parametro ξ_x . Questo approccio risulta molto più semplice rispetto a quello introdotto recentemente dall'autore [MORTARA, 2019] anche se risulta meno flessibile in termini di forme disponibili per la sezione meridianiana.

Conclusioni

La nota propone una procedura per inserire il cut-off in una superficie di plasticizzazione esistente che abbia una porzione esterna all'ottante positivo dello spazio degli sforzi principali. L'unione tra le due funzioni Φ_ζ (cut-off) e Φ_m (funzione meridianiana esistente) si ottiene determinando il punto di tangenza tra le stesse nel piano triassiale. Affinché la condizione di tangenza sia verificata in tutti i piani meridianiani, è necessario che la funzione deviatorica assuma valori variabili del rapporto β tra le resistenze deviatoriche in estensione e compressione. L'introduzione del cut-off comporta la definizione del parametro ζ , che viene generalmente posto pari a 3, e la determinazione dei due parametri ξ_x e ξ_y che si ottengono con una semplice procedura iterativa.

Bibliografia

- BARDET J.P. (1990) – *Lode dependences for isotropic pressure-sensitive materials*. ASME, Journal of Applied Mechanics, 57, pp. 498-506.
- BIER W., HARTMANN S. (2006) – *A finite strain constitutive model for metal powder compaction using a unique and convex single surface yield function*. European Journal of Mechanics, A/Solids, 25, pp. 1009-1030.
- BIGONI D., PICCOLROAZ A. (2004) – *Yield criteria for quasi-brittle and frictional materials*. International Journal of Solids and Structures, 41, pp. 2855-2878.
- DRUCKER D.C., PRAGER W. (1952) – *Soil mechanics and plastic analysis or limit design*. Quarterly of Applied Mathematics, 10, pp. 157-165.
- LADE P.V. (1977) – *Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces*. International Journal of Solids and Structures, 13, pp. 1019-1035.
- LADE P.V., DUNCAN M. (1975) – *Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil*. ASCE, Journal of the Geotechnical Engineering Division, 101, pp. 1037-1053.
- LI X.S. (2002) – *A sand model with state-dependent dilatancy*. Géotechnique, 52, pp. 173-186.
- MANZARI M.T., DAFALIAS Y.F. (1997) – *A critical state two-*

surface plasticity model for sands. Géotechnique, 47, pp. 255-272.

- MATSUOKA H., NAKAI T. (1974) – *Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses*. Proceeding Japan Society of Civil Engineers, 232, pp. 59-70.
- MORTARA G. (2008) – *A new yield and failure criterion for geomaterials*. Géotechnique, 58, pp. 125-132.
- MORTARA G. (2009) – *A hierarchical single yield surface for frictional materials*. Computers and Geotechnics, 36, pp. 960-967.
- MORTARA G. (2010) – *A yield criterion for isotropic and cross-anisotropic cohesive-frictional materials*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 34, pp. 953-977.
- MORTARA G. (2015) – *A constitutive framework for the elastoplastic modelling of geomaterials*. International Journal of Solids and Structures, 63, pp. 139-152.
- MORTARA G. (2019) – *A new yield criterion for soils with embedded tension cut-off*. Meccanica, 54, pp. 683-696.
- MROZ Z., NORRIS V.A., ZIENKIEWICZ O.C. (1978) – *An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2, pp. 203-221.
- PESTANA J.M., WHITTLE A.J. (1999) – *Formulation of a unified constitutive model for clays and sands*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 23, pp. 1215-1243.
- ROSCOE K.H., BURLAND J.B. (1968) – *On the generalized stress-strain behaviour of "wet" clay*. Engineering Plasticity, J. Heiman and F. A. Leckie (eds), March 1968, Cambridge University Press, pp. 535-609.
- SCHOFIELD A., WROTH P. (1968) – *Critical state soil mechanics*. McGraw-Hill.
- YAO Y., GAO Z., ZHAO J., WAN Z. (2012) – *Modified UH model: constitutive modeling of overconsolidated clays based on a parabolic Hvorslev envelope*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 138, pp. 860-868.

Inserting the tension cut-off in a yield criterion

Summary

This note deals with the introduction of the tension cut-off in a yield criterion in order to avoid that the yield surface could be external to the positive octant of the principal stress space. To this purpose, any meridian function can be made tangent to the tension cut-off function. The criterion needs the definition of a specific deviatoric function.