

# Comportamento di una sabbia fine uniforme sottoposta a pressioni di contenimento elevate nella prova triassiale\*

A. MAZZUCATO \*\*

**SOMMARIO:** Vengono riportati i risultati di una serie di prove triassiali su di una sabbia uniforme di media densità con pressioni di contenimento molto elevate. Le considerazioni principali riguardano la variabilità dei parametri di resistenza interna, le modificazioni granulometriche che si verificano al crescere della pressione di contenimento  $\sigma'_3$  ed il diverso comportamento del materiale in esame con le dimensioni dei campioni.

## Introduzione

Il materiale granulare è stato oggetto di numerosi studi volti ad interpretare il modo con il quale sviluppa la sua resistenza al taglio.

In ordine di tempo, Coulomb fornì una relazione di proporzionalità fra le tensioni tangenziali e le normali che si verificano nella massa granulare allo stato critico di rottura; queste sono legate tra loro mediante un parametro che viene definito angolo di attrito interno e che si suole indicare con  $\Phi_m$ .

La relazione viene così espressa nel caso di terreni incoerenti:

$$\tau = \sigma' \operatorname{tg} \Phi_m; \quad \frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\Phi_m}{2} \right).$$

in cui:

$\tau$  : tensione tangenziale

$\sigma'$  : tensione effettiva normale al piano di rottura

$\sigma'_1, \sigma'_3$ : tensioni effettive principali

$\Phi_m$  : angolo massimo di resistenza al taglio.

Successivamente, si osservò attraverso prove di laboratorio, che i materiali granulari sono caratterizzati da variazioni di volume in corso di prova e, subito, si intuì che questa caratteristica doveva influire sulla resistenza del campione; a questo riguardo più autori si adoperarono per quantificare il suo contributo.

\* Il presente studio rientra in un programma di ricerche che l'Istituto di *Costruzioni Marittime e di Geotecnica* dell'Università di Padova svolge con il contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche nell'ambito del Gruppo « *Geotecnica applicata alla stabilità del territorio e delle costruzioni* ».

\*\* Dott. Ing. Alberto MAZZUCATO, Istituto di *Costruzioni Marittime e di Geotecnica*, Padova.

BISHOP ha proposto di calcolare la porzione di sforzo deviatorico necessaria a produrre l'energia di espansione con la relazione:

$$\sigma'_3 \left( d \frac{\Delta V}{V_0} \right) = \sigma_e \frac{d \varepsilon_1}{d \varepsilon_1}$$

in cui:

$d \Delta V$  : incremento delle variazioni di volume

$V_0$  : volume del campione

$d \varepsilon_1$  : incremento di deformazione assiale

e modifica lo sforzo alla rottura per poter considerare solamente quella parte di carico assiale necessaria a vincere l'attrito interno come segue:

$$\left( \frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} - \frac{d \frac{\Delta V}{V_0}}{d \varepsilon_1} \right) = \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\Phi_r}{2} \right)$$

dove

$\Phi_r$ : parametro di resistenza interna del campione.

Una delle teorie più recenti concernente il comportamento dei materiali granulari, è quella elaborata da ROWE, il quale, partendo da un bilancio energetico su particelle rigide in contatto, associato con una condizione di minimo, che si verifica quando il materiale è molto denso e con piccole deformazioni a rottura, perviene alla seguente espressione:

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = \left( 1 + \frac{d \frac{\Delta V}{V_0}}{d \varepsilon_1} \right) \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\Phi_\mu}{2} \right).$$

Questa, nel caso dei terreni reali, per i quali

i movimenti delle particelle, avvengono in direzioni diverse da quella di minimo, si modifica sostituendo a  $\Phi_{\mu}$ , o angolo di attrito interparticellare, il termine  $\Phi_r$ . Quest'ultimo oscilla fra il valore minimo  $\Phi_{\mu}$  e quello massimo  $\Phi_{ev}$  o angolo di attrito in corrispondenza della densità critica che nei campioni si realizza quando simultaneamente si ha un massimo delle direzioni delle superfici di slittamento fra i grani.

Sulla base di questi modelli, molte sono state le ricerche sul comportamento dei materiali granulari.

Con riferimento alla teoria del Coulomb si è visto che il parametro  $\Phi_m$  per un dato materiale, con una data densità, è praticamente una costante se il campo delle pressioni impiegate nelle prove triassiali e di taglio diretto, è abbastanza limitato.

Con il crescere delle pressioni questo criterio di rottura deve essere discretizzato, in quanto  $\Phi_m$  presenta delle sensibili diminuzioni.

I risultati ottenuti con le teorie che considerano la resistenza massima di un terreno incoerente funzione dell'attrito fra i granuli in movimento, dall'interferenza geometrica, e delle variazioni di volume, si prestano a molte obiezioni, specialmente per quel che riguarda la incertezza sulla determinazione di  $\Phi_{\mu}$  e  $\Phi_{ev}$ ; la variabilità di questi parametri può dar luogo ad interpretazioni diverse sul comportamento del materiale granulare.

In questo studio si riportano i risultati di una serie di prove triassiali condotte su una sabbia sottoposta a pressioni elevate che si possono verificare ad esempio nel campo delle fondazioni profonde o nel terreno di fondazione delle dighe in terra.

## Caratteristiche del materiale impiegato

La sabbia usata nelle prove, costituita da grani subarrotondati, è caratterizzata da una granulometria uniforme (fig. 1), ed avente la maggior parte dei grani con diametro compreso tra 0,25 mm e 0,15 mm.

Il peso specifico è di 2,75 gr/cm<sup>3</sup>; il peso secco massimo dell'unità di volume con costipamento AASHO modificato è pari a 1,70 gr/cm<sup>3</sup> e con costipamento AASHO standard è pari a 1,62 gr/cm<sup>3</sup>.

L'angolo di riposo della sabbia essicata varia tra 31° e 33° e il peso secco dell'unità di volume corrispondente è di 1,5 gr/cm<sup>3</sup>.

L'indagine mineralogica ha fornito i seguenti dati raccolti in tabella

Minerali	%
Dolomite	70 %
Carbonati	
Calcite	11 %
Quarzo, Selce, Feldspati	17 %
Minerali pesanti *	2 %

\* La frazione pesante è rappresentata essenzialmente da augiti, filliti e da ossidi quali l'ilmenite, la magnetite e l'ematite.

L'analisi mineralogica è stata eseguita dal Dr. P. G. Jobstraibizer dell'Istituto di Mineralogia e Petrografia dell'Università di Padova.

## Prove triassiali: risultati ed osservazioni

La sabbia impiegata ha una densità secca pari a 1,60 gr/cm<sup>3</sup>. Le dimensioni dei campioni cilin-

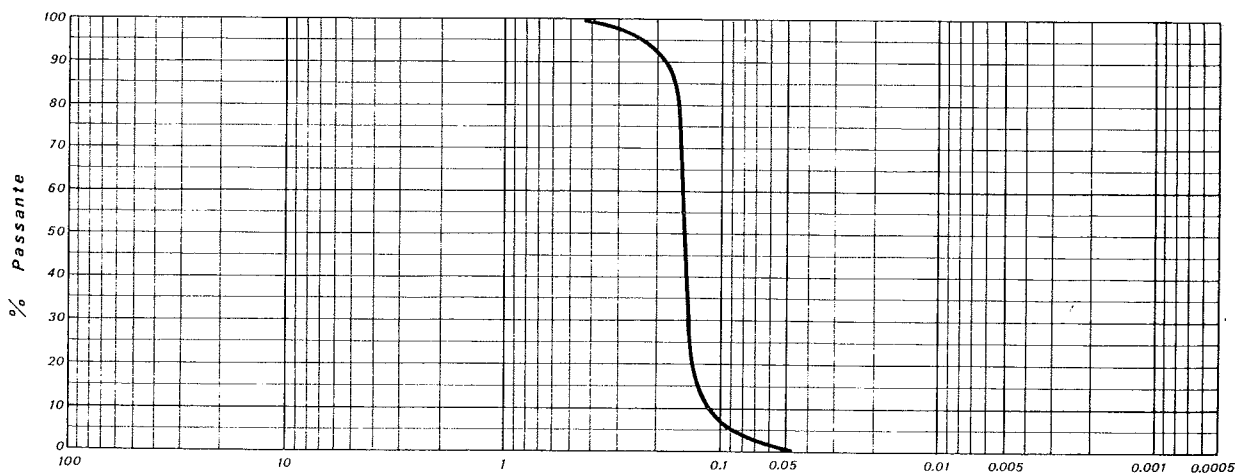


Fig. 1. - Curva granulometrica iniziale della sabbia.

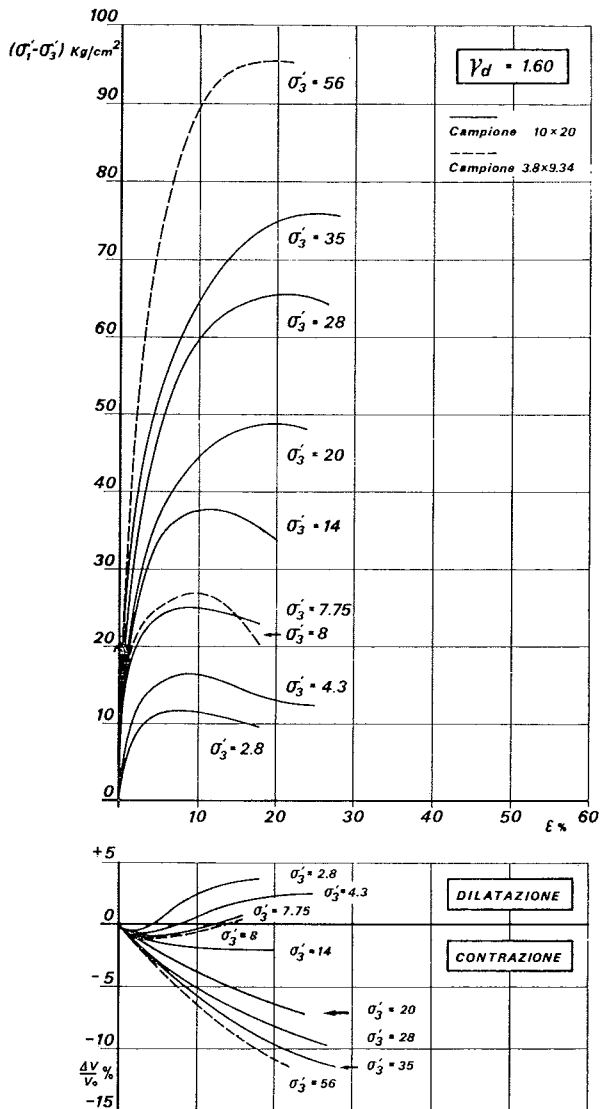


Fig. 2. - Prove triassiali con drenaggio: curve della pressione ( $\sigma'_1 - \sigma'_3$ ) e della variazione percentuale del volume iniziale in funzione della deformazione assiale.

drici saturi,  $10 \times 20$  cm, hanno permesso degli stati di tensioni-deformazioni abbastanza uniformi nell'interno del provino e delle misure delle variazioni di volume abbastanza precise. La velocità di deformazione assiale è pari a 0,1 % al minuto.

Le pressioni di contenimento  $\sigma'_3$  impiegate sono state: 2,8; 4,3; 7,75; 14; 20; 28; 35  $\text{kg/cm}^2$ .

L'analisi delle curve sforzi deformazioni (fig. 2) indica che, con le pressioni  $\sigma'_3$  di 2,8; 4,3 e 7,75  $\text{kg/cm}^2$ , la rottura avviene in corrispondenza della massima velocità di variazione di volume e che la maggior parte dello sforzo deviatorico si raggiunge in corrispondenza del volume minimo. L'esame granulometrico post-prova fatto nella parte centrale del provino con pressioni di 2,8  $\text{kg/cm}^2$  e 4,3  $\text{kg/cm}^2$  non mostra delle sensibili variazioni nelle dimensioni dei grani, mentre con la pressione di 7,75  $\text{kg/cm}^2$  si notano delle modificazioni granulometriche (fig. 3) molto probabilmente dovute a rottura completa dei grani e nelle areole di contatto.

L'angolo di attrito interno calcolato nell'ipotesi di coesione nulla, seconda la teoria di Coulomb, risulta rispettivamente uguale a circa  $40^\circ$  per  $\sigma'_3 = 2,8$   $\text{kg/cm}^2$  e per  $\sigma'_3 = 4,3$   $\text{kg/cm}^2$ , mentre con  $\sigma'_3 = 7,75$   $\text{kg/cm}^2$  si riduce a circa  $38^\circ$ .

Con il crescere delle pressioni di contenimento, i campioni si portano a sforzi deviatorici ( $\sigma'_1 - \sigma'_3$ ) molto elevati, che vengono raggiunti non più con una dilatazione, bensì durante una continua contrazione di volume del campione.

Le curve granulometriche subiscono un graduale spostamento e si portano con la pressione di 35  $\text{kg/cm}^2$  nel campo delle sabbie limose (fig. 3).

Le deformazioni in corrispondenza degli sforzi

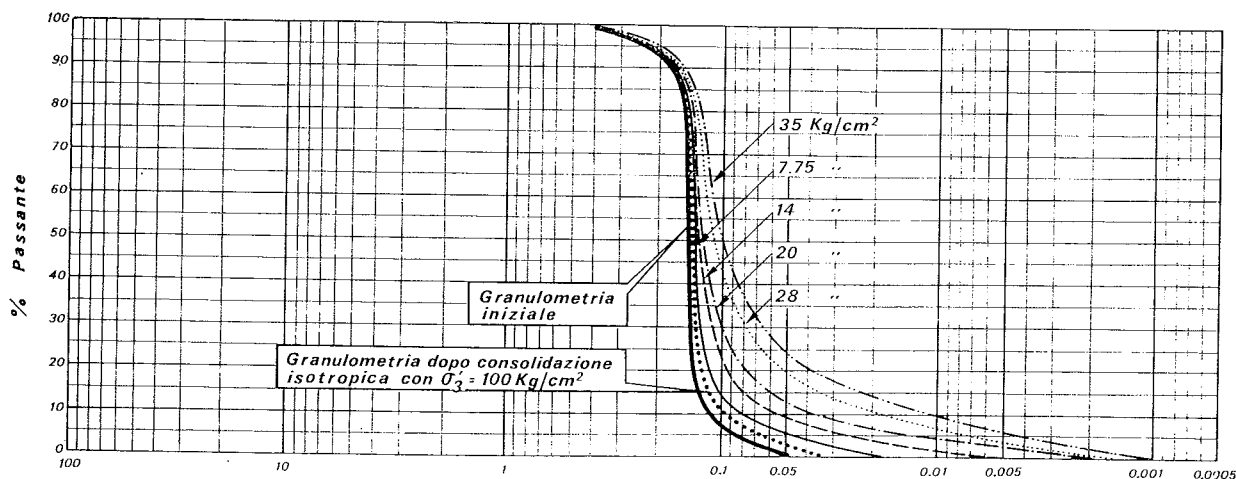


Fig. 3. - Curve granulometriche: iniziale, dopo la consolidazione isotropica con  $\sigma'_3 = 100 \text{ Kg/cm}^2$  e dopo le prove triassiali alle varie pressioni di contenimento.

deviatorici massimi vanno via via crescendo, toccando valori attorno al 25 %.

Durante le consolidazioni isotropiche portate fino a  $100 \text{ kg/cm}^2$ , si osserva una compressibilità maggiore dei campioni in corrispondenza di quelle pressioni che comportano, anche in questa prima fase della prova, delle modificazioni dei grani (fig. 4).

I valori della pendenza delle curve che rappresentano le variazioni di volume a rottura (fig. 5), come già osservato, indicano una espansione dei campioni quando le pressioni sono relativamente basse e una continua diminuzione di volume via via che le pressioni si fanno più elevate.

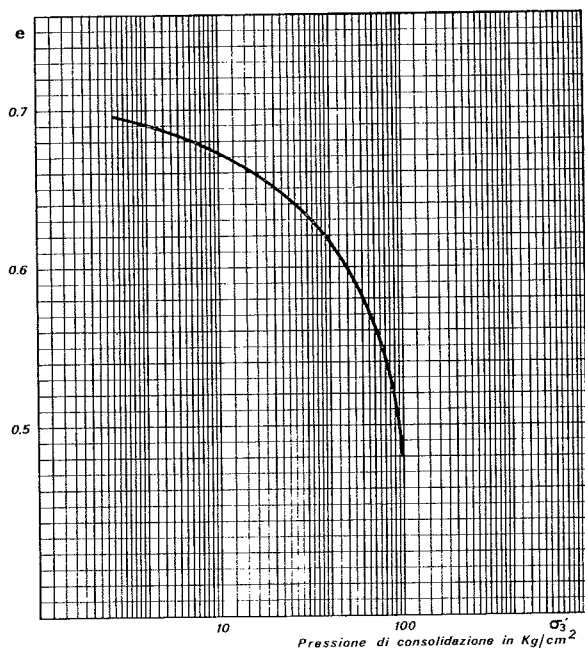


Fig. 4. - Curva della compressibilità isotropica della sabbia.

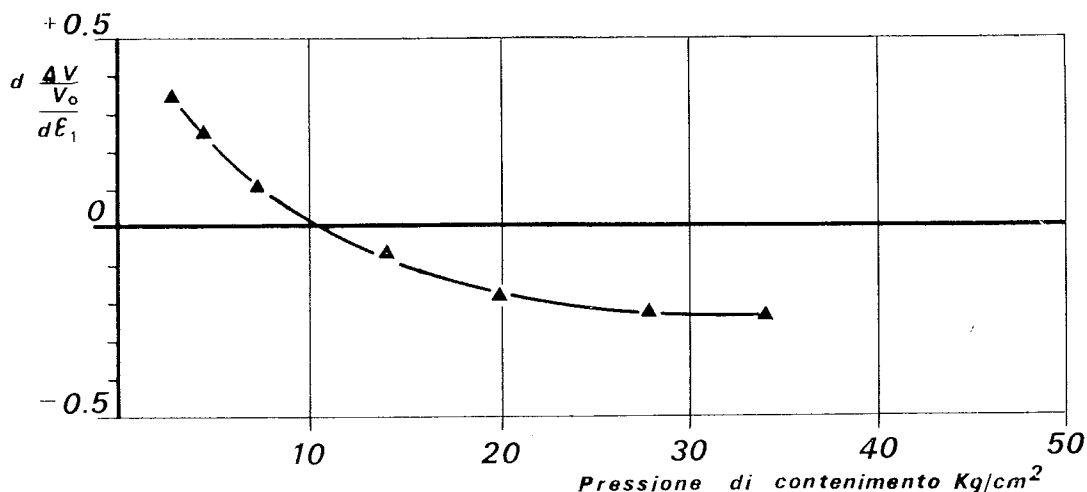


Fig. 5. - Andamento del rapporto fra l'incremento della deformazione volumetrica e quella assiale a rottura in funzione della pressione di contenimento  $\sigma'_3$ .

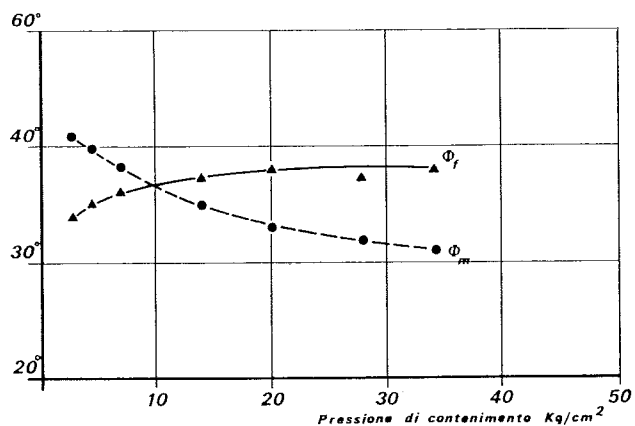


Fig. 6. - Variazione dei parametri di resistenza interna  $\phi_r$  e  $\phi_m$  calcolati rispettivamente con la teoria di Rowe e di Coulomb al variare della pressione  $\sigma'_3$ .

Questo addensamento da parte del campione avviene con sensibili rotture dei grani; d'altra parte la consolidazione isotropica a pressioni elevate porta a degli indici dei vuoti talmente bassi che le ulteriori deformazioni volumetriche sono determinate principalmente dallo spostamento delle particelle frantumate nei vuoti rimasti.

Nella fig. 6 sono riportati i valori dell'angolo di resistenza al taglio calcolati con la relazione di Coulomb e quella di Rowe. Il valore di  $\Phi_m$ , con il crescere di  $\sigma'_3$ , presenta una rapida diminuzione iniziale e poi decresce continuamente in modo meno repentino;  $\Phi_r$  invece, dopo un incremento nel campo delle basse pressioni, tende a stabilizzarsi attorno a circa  $38^\circ$ .

Sono state fatte anche prove su campioni saturi di dimensioni  $3,8 \times 9,34 \text{ cm}$  e con densità secca pari a  $1,60 \text{ gr/cm}^3$ .

Il comportamento di questi campioni, contra-

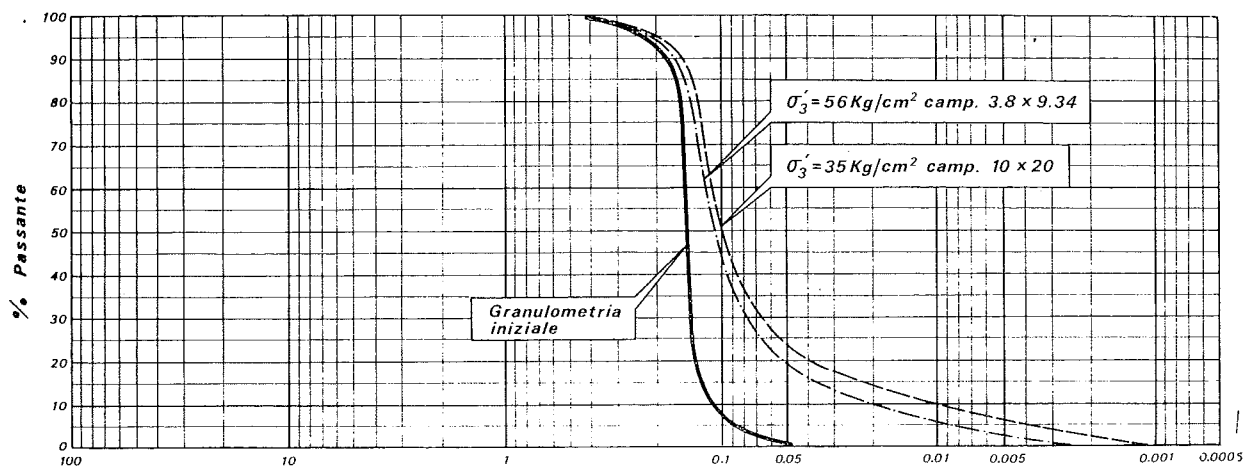


Fig. 7. - Curve granulometriche dei campioni  $10 \times 20$  cm e  $3,8 \times 9,34$  cm dopo la prova triassiale con pressione di contenimento  $\sigma_3$ , rispettivamente di  $56 \text{ Kg/cm}^2$  e  $35 \text{ Kg/cm}^2$ .

riamente a quello che succede in quelli di dimensioni  $10 \times 20$  cm, non si è mostrato uniforme.

Nella (fig. 2), vengono riportate le curve sforzi deformazioni con pressioni di contenimento pari a 8 e  $56 \text{ kg/cm}^2$ ; con le pressioni elevate lo sforzo deviatorico massimo si raggiunge con una deformazione inferiore a quella ottenuta con la pressione di  $35 \text{ kg/cm}^2$  su campioni da  $10 \times 20$  cm.

L'analisi granulometrica dell'intero campione corrispondente alla prova eseguita con  $\sigma_3 = 56 \text{ kg/cm}^2$  (fig. 7), indica delle variazioni nelle dimensioni dei grani dello stesso ordine di quelle ottenute con la prova triassiale alla pressione di  $35 \text{ kg/cm}^2$  dei provini di dimensioni  $10 \times 20$  cm. Questa differenza, molto probabilmente, dipende dalla deformazione a rottura, dalle modalità di prelievo e dalle diverse frantumazioni dei grani che si verificano in vicinanza delle piastre porose rispetto a quelle della parte centrale.

## Conclusioni

Il comportamento della sabbia impiegata nelle prove del presente studio è influenzato dallo stato di tensione cui viene sottoposto il campione e può essere riassunto in due momenti:

1) quando le pressioni di contenimento oscillano entro i valori normalmente impiegati nelle prove tradizionali di laboratorio, la sabbia di media densità oggetto dello studio, al crescere dello sforzo deviatorico, diminuisce di volume fino ad un minimo, quindi, raggiunge la resistenza massima con una dilatazione del campione.

2) Con pressioni maggiori di  $10 \text{ kg/cm}^2$ , i campioni non si espandono più in corrispondenza dello sforzo deviatorico massimo, ma si portano

a rottura con una continua diminuzione di volume che si accompagna a sensibili frantumazioni dei grani mostrando il comportamento tipico delle sabbie a bassa densità; in questa situazione l'angolo di attrito calcolato con la relazione di Rowe può essere confrontato con il parametro di resistenza interna  $\Phi_{ev}$ .

Volendo riassumere questo comportamento dal punto di vista energetico, si può osservare che nella prima fase dipende principalmente dall'attrito fra i grani, dagli effetti della dilatazione e dalla mutua interferenza. Quando la dilatazione con il crescere della pressione si annulla e diventa negativa, la resistenza del campione dipende anche dall'energia assorbita per le modificazioni granulometriche.

Nello studio si è constatata l'importanza delle dimensioni dei campioni  $10 \times 20$  cm che, pur non avendo alle loro estremità piastre porose perfettamente lisce, come raccomandato da vari autori, hanno permesso una distribuzione delle tensioni e delle deformazioni quasi costante lungo tutta l'altezza del provino contrariamente a quanto succede con quelli di minor dimensione,  $3,8 \times 9,34$  cm, nei quali vi è la tendenza allo sviluppo di piani di rottura preferenziali.

## BIBLIOGRAFIA

- BARDEN L., PROCTOR D. C. (1971) - *The drained strength of granular material*. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 8, No. 3, pp. 372-383.
- BILLAM J. (1971) - *Some aspects of the behaviour materials at high pressures*. Proc. Roscoe Memorial Symposium, Cambridge University, pp. 69-80.
- BISHOP A. W., WEBB D. L., SKINNER A. E. (1965) - *Triaxial tests on soil at elevated cell pressures*. Proc. 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Montreal, Vol. I, pp. 170-174.

- COLOMBO P. (1965) - *Resistenza al taglio di una sabbia fine uniforme*. Geotecnica, No. 4, pp. 186-193.
- FEDA J. (1969) - *Effect of structure on the shearing resistance of sand*. Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Mexico, Vol. I, pp. 121-126.
- FEDA J. (1971) - *The effect of grain crushing on the peak angle of internal friction of a sand*. Proc. 4th Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Budapest, pp. 79-93.
- HIRSCHFELD R. C., POULOS S. J. (1963) - *High pressure triaxial tests on a compacted sand and on undisturbed silt*. Lab. Shear Testing of Soils, No. 361, ASTM, pp. 329-339.
- HALL E. B., GORDON B. B. (1963) - *Triaxial testing with large-scale high pressure equipment*. Lab. Shear Testing of Soils, No. 361, ASTM, pp. 315-328.
- KOERNER R. M. (1970) - *Behaviour of single mineral soils in triaxial shear*. Proc. ASCE, J. of Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 96, No. SM 4, pp. 1373-1390.
- KOERNER R. M. (1970) - *Effect of particle characteristics on soil strength*. Proc. ASCE, J. of Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 96, No. SM 4, pp. 1221-1234.
- LEE K. L., FARHOOMAND I. (1967) - *Compressibility and crushing of granular soil in anisotropic triaxial compression*. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 4, No. 1, pp. 68-86.
- LEE K. L., SEED H. B. (1967) - *Drained strength characteristics of sands*. Proc. ASCE, J. of Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 93, No. SM 6, pp. 117-141.
- LO K. Y., ROY M. (1973) - *Response of particulate materials at high pressures*. Soils and Foundations, Jap. Soc. of Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 13, No. 1, pp. 61-76.
- ROWE P. W. (1971) - *Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil*. Proc. Roscoe Memorial Symposium, Cambridge University, pp. 143-194.
- ROY M., LO K. Y. (1971) - *Effect of end restraint on high pressure tests of granular materials*. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 8, No. 4, pp. 579-588.
- VESIC A. S., CLOUGH G. W. (1968) - *Behaviour of granular materials under high stresses*. Proc. ASCE, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 94, No. SM 3, pp. 661-688.

#### SUMMARY

##### **Triaxial tests on an uniform fine sand under high confining pressure**

Results of a triaxial test series on uniform sand of average density with high cell pressures are reported.

Variability of strength parameters, grain size modifications, found with increasing of confining pressure  $\sigma'_c$ , and the different behaviour of granular material depending from samples dimensions are particularly examined.