

Contributo alla soluzione dei problemi di interazione terreno-struttura su mezzo elastico poroso saturo**

L. MONGIOVI *

SOMMARIO: Si ricercano le caratteristiche di sollecitazione e di deformazione di una piastra in regime di deformazione piana, poggiate su un semispazio omogeneo e isotropo, costituito di materiale poroso, saturo e con scheletro solido dotato di elasticità lineare. Il problema viene risolto per via numerica, imponendo l'eguaglianza delle pressioni e degli spostamenti verticali in un numero discreto di punti della superficie di contatto fra la piastra ed il terreno. Il programma di calcolo automatico, che si propone, fornisce i valori delle pressioni sul piano di posa, dei tagli, dei momenti flettenti, delle rotazioni e dei cedimenti della piastra nell'istante di applicazione del carico e dopo completa consolidazione del terreno di fondazione. Si determina l'influenza esercitata sui risultati del calcolo da un indice di rigidità relativa, che tiene conto delle caratteristiche elastiche dei materiali di cui il terreno e la piastra sono costituiti e delle caratteristiche geometriche della piastra; dalla profondità dello strato di terreno, del quale si considera il contributo alla deformazione; dalla distribuzione dei carichi esterni sulla piastra; dal tipo di deformazione, immediata o finale, che si pone a base del calcolo.

1. Premessa

Nell'impostazione dei calcoli di progetto e di verifica delle fondazioni, l'ingegnere geotecnico considera il terreno di fondazione, la fondazione e la sovrastruttura, come un unico complesso.

Una tale impostazione è necessaria, perché il comportamento del sottosuolo non dipende solo dalle proprietà fisico-meccaniche dei terreni che lo costituiscono, ma anche dalla geometria e dal tipo strutturale del manufatto, ed in quanto, reciprocamente, il comportamento della struttura può essere molto diverso secondo la risposta di cui il sottosuolo è capace, in dipendenza delle leggi costitutive dei vari terreni che lo compongono.

Le soluzioni dei problemi di interazione fra terreno e struttura, fino ad oggi utilizzate ai fini tecnici, sono basate, come è noto, su schematizzazioni molto spinte del complesso terreno-struttura ed, in particolare, sulla adozione di modelli fisico-matematici del terreno poco aderenti alla realtà.

Ne consegue che il proporzionamento delle membrature, che costituiscono le opere di fondazione, viene spesso effettuato, ancora oggi, senza tener conto delle reali proprietà del terreno.

Ciò accade, ad esempio, quando in pratica si

fa ancora riferimento indiscriminatamente al classico modello di Winkler, che presuppone la costanza del rapporto fra la pressione che agisce in un punto generico della superficie di contatto terreno-struttura ed il corrispondente spostamento.

Un passo avanti in questa direzione è stato compiuto introducendo un modulo di sottofondo variabile da punto a punto del piano di posa [KLEPIKOV, 1967].

Con un'appropriata distribuzione della reazione di sottofondo, questo modello di calcolo, permette di tener conto della forma e delle dimensioni della superficie di carico, dell'effetto di fondazioni vicine, nonché di eventuali disomogeneità ed anisotropie del terreno di fondazione.

Anche se questo modello deve considerarsi più progredito di quello originario di Winkler, esso dà ancora luogo, tuttavia, a serie perplessità nella scelta dei parametri che, caso per caso, occorre introdurre per caratterizzare il sottofondo; inoltre, questo metodo di calcolo si propone solo la ricerca delle sollecitazioni di contatto, lasciando insoluto il problema della valutazione delle tensioni e delle deformazioni nel terreno.

I notevoli progressi compiuti recentemente nella conoscenza del comportamento del terreno, considerato come semispazio di materiale poroso saturo, permettono di adottare, anche nei problemi di interazione terreno-struttura, metodi di calcolo che si basano su modelli più avanzati di quello citato, e che tengono conto, quindi, dell'influenza di parametri fino ad ora trascurati.

L'ipotesi più semplice che può assumersi nella trattazione del problema è senza dubbio quella del

* Dott. Ing. Luigi MONGIOVI, titolare di Assegno biennale di formazione scientifica e didattica presso l'Istituto di Ingegneria Geotecnica e Mineraria della Facoltà di Ingegneria di Palermo.

** Ricerca svolta con il contributo del C.N.R. nel quadro di attività del gruppo per la *Geotecnica Applicata alla Stabilità del Territorio e delle Costruzioni*.

semispazio elastico, omogeneo ed isotropo [BOUSSINESQ, 1855; BOROWICKA, 1936].

Il confronto con i risultati delle poche esperienze disponibili al riguardo dimostrano, d'altra parte, che questa ipotesi porta a sopravvalutare le deformazioni del terreno ed i momenti flettenti che si generano nella struttura.

Per rendere, sotto questo riguardo, più aderenti alla realtà le trattazioni che si basano sul mezzo elastico, i ricercatori, che si sono finora occupati del problema, hanno seguito due vie.

La prima consiste nell'introduzione di un modulo di deformazione crescente con la profondità per tener conto della naturale, graduale diminuzione di deformabilità che si riscontra al crescere della profondità [KLEIN, 1956].

La seconda possibilità è quella di adottare per il calcolo delle tensioni e delle deformazioni lo schema di uno strato comprimibile di spessore finito poggiante su di una base rigida [EGOROV, 1958].

Lo spessore dello strato comprimibile viene fissato con metodi semiempirici.

Il modello adottato nel presente lavoro si avvale della teoria del semispazio linearmente elastico, isotropo ed omogeneo per il calcolo degli incrementi di tensione indotti dai carichi esterni, ma considera ai fini del calcolo dei cedimenti il contributo di uno strato di spessore finito, che viene assunto come parametro.

Questo schema di calcolo consente da un lato di tenere in debito conto i risultati degli studi più avanzati compiuti sul mezzo poroso saturo, ed in particolare di distinguere fra le caratteristiche di

sollecitazione e di deformazione della struttura di fondazione nell'istante di applicazione delle forze esterne ed al termine del processo di consolidazione [VIGGIANI, 1967 a, b; LUSCO, UMILTÀ, 1970]; dall'altro lato, trascurando il contributo alla deformazione del terreno che si trova al di sotto di una assegnata profondità, il metodo seguito permette di limitare a piacere la già ricordata, eccessiva capacità del semispazio elastico di diffondere le tensioni ed offre, attraverso questa via, la possibilità di ricercare il migliore accordo con i risultati sperimentali.

2. Impostazione del problema

Il problema viene impostato (fig. 1) con riferimento ad una piastra indefinita nella direzione y , di larghezza b e spessore h costanti, di materiale con caratteristiche elastiche E_c e μ_c , poggiante su di un semispazio di materiale poroso, con scheletro solido dotato di elasticità lineare caratterizzata dai coefficienti elastici E_s e μ_s , saturo di liquido incompressibile. Si indica con z la profondità dello strato del terreno di fondazione del quale si considera il contributo alla deformazione.

La piastra è sottoposta sulla faccia superiore ad un generico sistema di carichi verticali $p(x)$ e su quella inferiore al corrispondente sistema di reazioni verticali $q(x)$, entrambi costanti nella direzione dell'asse y . Il terreno è sottoposto sulla superficie limite $z = 0$ al carico verticale $q(x)$, diretto in senso opposto al precedente.

Si ammette, per semplicità, che sulla superficie

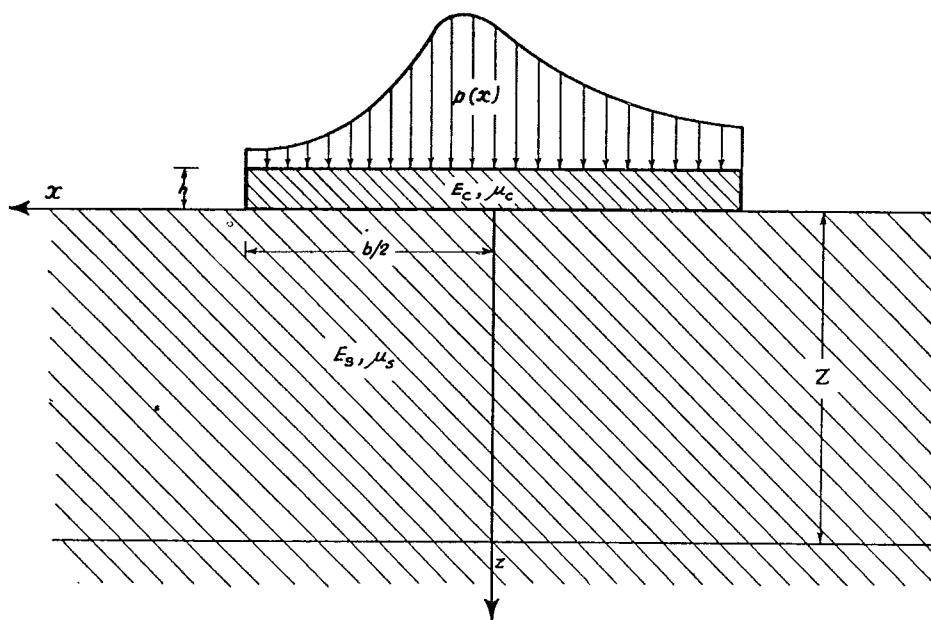


Fig. 1. - Posizione del problema.

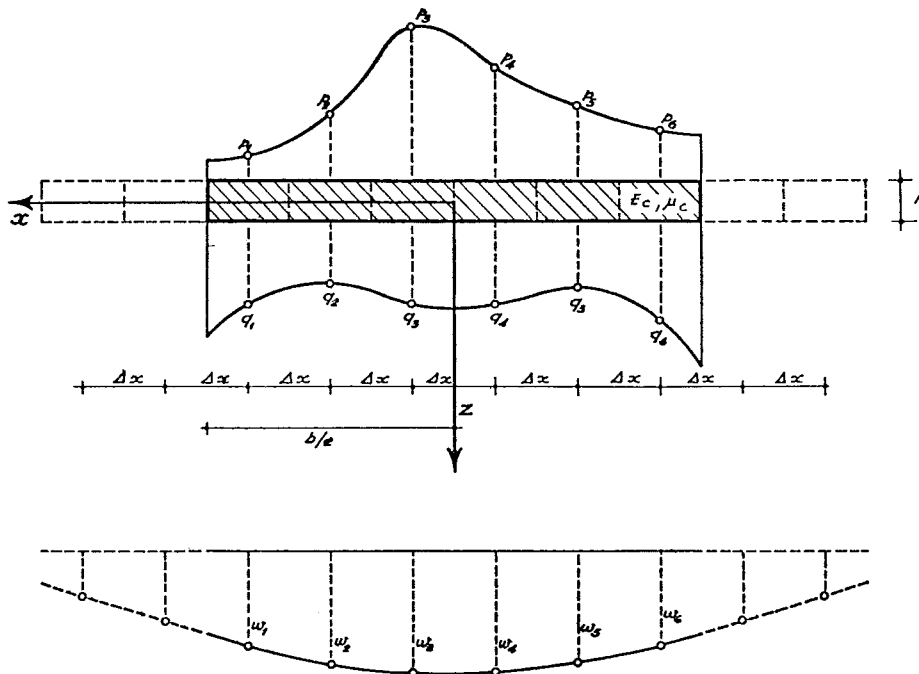


Fig. 2. - Condizioni di sollecitazione e spostamenti della piastra.

di contatto piastra-terreno non si destino sforzi tangenziali [JAPPELLI, 1967].

Il problema è di deformazione piana e viene trattato nel generico piano xz .

Si perviene alla soluzione studiando separatamente il comportamento della piastra e del terreno sottoposti ad una generica distribuzione delle pressioni $q(x)$ sul piano di contatto $z = 0$ e imponendo successivamente l'eguaglianza delle medesime $q(x)$ e dei conseguenti spostamenti verticali $w(x)$ della piastra e del terreno su questo piano.

a) *Equazione della piastra* (fig. 2)

Nelle ipotesi ammesse, gli spostamenti verticali $w(x)$ del piano inferiore della piastra possono calcolarsi come spostamenti del piano medio, che, nei limiti di validità della teoria di Germain-Lagrange, devono soddisfare la nota equazione differenziale [TIMOSHENKO, WOINOWSHY-KRIEGER, 1959]:

$$(1) \quad \frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{12(1 - \nu_c^2)}{E_c h^3} [p(x) - q(x)]$$

Le relazioni che legano i momenti flettenti $M(x)$, i tagli $T(x)$, e le rotazioni $\varphi(x)$ ai cedimenti $w(x)$ sono le seguenti:

$$(2) \quad \frac{d^3 w}{dx^3} = - \frac{12(1 - \nu_c^2)}{E_c h^3} T(x)$$

$$(3) \quad \frac{d^2 w}{dx^2} = - \frac{12(1 - \nu_c^2)}{E_c h^3} M(x)$$

$$(4) \quad \frac{dw}{dx} = \varphi(x)$$

b) *Spostamenti del terreno* (fig. 3)

Nelle ipotesi ammesse gli incrementi che si verificano nelle tensioni σ_z e σ_x in un punto generico del terreno $P(\xi, \zeta)$, per effetto di un generico carico $q(x)$ applicato su una striscia indefinita di larghezza b del piano limite, sono [BOUSSINESQ, 1885]:

$$(5) \quad \sigma_z(\xi, \zeta) = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{\zeta^3}{[(\xi - x)^2 + \zeta^2]} q(x) dx$$

$$(6) \quad \sigma_x(\xi, \zeta) = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{(\xi - x)^2 \zeta}{[(\xi - x)^2 + \zeta^2]} q(x) dx$$

I cedimenti che conseguono a questi incrementi di sollecitazione nel terreno sono dipendenti dal

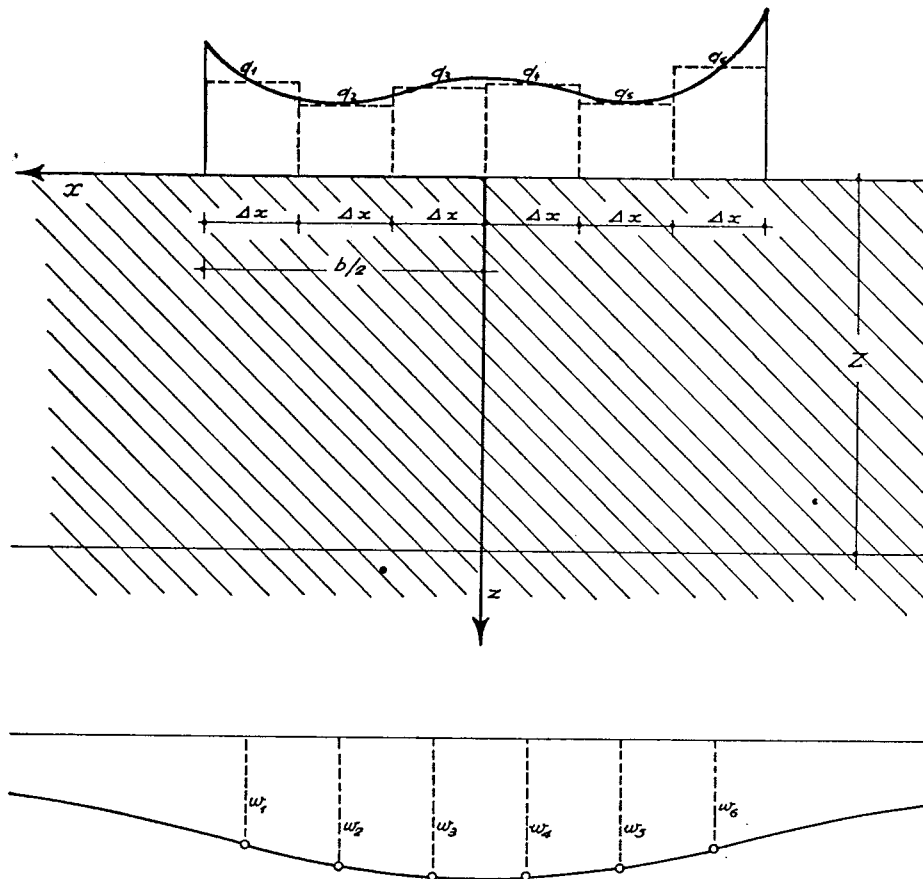


Fig. 3. - Condizioni di sollecitazione e spostamento del terreno.

tempo per effetto del fenomeno della consolidazione; è da prevedere, quindi, in linea generale, che la distribuzione delle pressioni $q(x)$ sul piano di posa della piastra sia funzione del tempo. La soluzione generale del problema appare sotto questo aspetto assai difficile, in quanto implica la soluzione del problema della consolidazione che si verifica nel tempo per effetto della incognita $q(x)$.

È da osservare, tuttavia, che in pratica, può essere sufficiente limitare la ricerca della soluzione del problema proposto nei due istanti che corrispondono all'inizio ed alla fine del processo di consolidazione. In questi due istanti è possibile, infatti, esprimere i cedimenti del terreno in funzione degli incrementi delle tensioni totali, introducendo nei calcoli dei valori particolari E_t , μ_t delle costanti elastiche [VIGGIANI, 1967 a].

Nell'istante iniziale risulta:

$$(7) \quad E_t = \frac{3 E_s}{2(1 + \mu_s)}, \quad \mu_t = 0.5,$$

al termine della consolidazione:

$$(8) \quad E_t = E_s, \quad \mu_t = \mu_s.$$

Il cedimento $w_t(\xi)$ di un punto generico $P(\xi, 0)$ del piano limite in funzione degli incrementi $\sigma_{xt}(\xi, \zeta)$ e $\sigma_{zt}(\xi, \zeta)$ delle tensioni totali nel terreno compreso fra il piano limite e il piano a profondità z , si esprime in funzione delle costanti elastiche E_t , μ_t , come segue:

$$(9) \quad w_t(\xi) = \frac{1 + \mu_t}{E_t} \int_0^z [(1 - \mu_t) \sigma_{xt}(\xi, \zeta) - \mu_t \sigma_{zt}(\xi, \zeta)] d\zeta$$

Sostituendo le (5) e (6) nella (9) si ha:

$$(10) \quad w_t(\xi) = \frac{1 + \mu_t}{E_t} \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_0^z \left[(1 - \mu_t) \frac{\zeta^3}{[(\xi - x)^2 + \zeta^2]^2} + \mu_t \frac{(\xi - x)^2 \zeta}{[(\xi - x)^2 + \zeta^2]^2} \right] q_t(x) d\zeta dx.$$

Infine, integrando rispetto a ξ :

$$(11) \quad w_t(\xi) = \frac{1 + \mu_t}{2 E_t} \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \left[(1 - \mu_t) \log [(\xi - x)^2 + z^2] - \frac{z^2}{(\xi - x)^2 + z^2} \right] q_t(x) dx .$$

c) Equilibrio e congruenza

La soluzione del problema si ottiene imponendo, per l'equilibrio e la congruenza lungo il piano di contatto, l'eguaglianza su questo piano dei cedimenti $w_t(x)$ e delle pressioni $q_t(x)$.

Si risolve quindi il sistema delle due equazioni (1) e (11) nelle due incognite $w_t(x)$ e $q_t(x)$.

3. Soluzione numerica

La soluzione analitica del problema presenta qualche difficoltà e si preferisce procedere con un metodo numerico approssimato.

a) Equazione della piastra (fig. 2)

La soluzione delle equazioni differenziali (1), (2), (3) e (4) può essere fornita con il metodo delle differenze finite.

Utilizzando una approssimazione del secondo ordine e considerando la piastra divisa in n strisce di ampiezza costante Δx , si ottiene per il punto medio dell'intervallo i -esimo:

$$(12) \quad w_{i-2} - 4 w_{i-1} + 6 w_i - 4 w_{i+1} + w_{i+2} = \frac{12(1 - \mu_c^2)}{E_c h^3} (\Delta x)^4 (p_i - q_i)$$

$$(13) \quad -w_{i-2} + 2 w_{i-1} - 2 w_{i+1} + w_{i+2} = -\frac{12(1 - \mu_c^2)}{E_c h^3} 2 (\Delta x)^2 T_i$$

$$(14) \quad w_{i-1} - 2 w_i + w_{i+1} = -\frac{12(1 - \mu_c^2)}{E_c h^3} (\Delta x)^2 M_i$$

$$(15) \quad -w_{i-1} + w_{i+1} = 2 (\Delta x) \varphi_i$$

Si scrivono queste equazioni per ogni intervallo aggiungendo degli intervalli fittizi alle estremità e ricorrendo alle condizioni al contorno per determinare i valori delle variabili nel punto medio di tali intervalli fittizi. In particolare, è necessario aggiungere ad entrambe le estremità due intervalli fittizi per le equazioni (12) e (13) ed un intervallo fittizio per le equazioni (14) e (15). Il contorno è spostato di mezzo intervallo $(\Delta x)/2$ rispetto ai punti in cui è calcolata la variabile; le equazioni al contorno sono quindi, per l'estremità sinistra dell'intervallo i -esimo, del tipo:

$$(16) \quad -w_{i-2} + 3 w_{i-1} - 3 w_i + w_{i+1} = -\frac{12(1 - \mu_c^2)}{E_c h^3} 6 (\Delta x)^3 T_i - \frac{1}{2}$$

$$(17) \quad w_{i-2} - w_{i-1} - w_i + w_{i+1} = -\frac{12(1 - \mu_c^2)}{E_c h^3} 4 (\Delta x)^2 M_i - \frac{1}{2}$$

$$(18) \quad -w_{i-1} + w_i = (\Delta x) \varphi_i - \frac{1}{2}$$

Imponendo che il momento flettente e il taglio siano nulli ad entrambe le estremità, l'equazione differenziale (1) si trasforma in un sistema di n equazioni lineari nelle n incognite w_i e nelle n incognite q_i , che utilizzando la notazione matriciale si scrive:

$$(19) \quad \alpha_c A_c W = P - Q$$

Le equazioni (2), (3) e (4) analogamente si trasformano in:

$$(20) \quad \beta_c B_c W = T ,$$

$$(21) \quad \gamma_c C_c W = M ,$$

$$(22) \quad \delta_c D_c W = \Phi .$$

b) Spostamenti del terreno (fig. 3)

Nel caso in cui un carico uniforme q_t sia applicato su un tratto del piano limite costituito da una striscia indefinita di larghezza Δx , integrando la (11) il cedimento $w_t(x)$ del punto x è:

$$w_t(x) = \frac{1 + \mu_t}{2 E_t} (\Delta x) \frac{2}{\pi} \left\{ (1 + \mu_t) \left[\left(x' + \frac{1}{2} \right) \log \frac{\left(x' + \frac{1}{2} \right)^2 + z'^2}{\left(x' - \frac{1}{2} \right)^2} + \right. \right.$$

(23)

$$\left. + \left(x' - \frac{1}{2} \right) \log \frac{\left(x' - \frac{1}{2} \right)^2 + z'^2}{\left(x' + \frac{1}{2} \right)^2} \right] + (1 - 2 \mu_t) \left[\operatorname{arctg} \frac{1}{z'} \operatorname{arctg} \frac{x' - \frac{1}{2}}{z'} \right] \left. \right\} q_t$$

con $x' = x/\Delta x$ e $z' = z/\Delta x$.

Sinteticamente la (23) può esprimersi come segue:

$$(24) \quad w_t(x) = \frac{1 + \mu_t}{2 E_t} (\Delta x) f(x', z', \mu_t) q_t$$

Attribuendo nel termine f al modulo di Poisson del complesso acqua-scheletro solido μ_t il valore 0,5 si ottiene il cedimento nell'istante iniziale; attribuendo al medesimo modulo il valore μ_s si ottiene il cedimento a consolidazione completa.

I cedimenti relativi ad una generica configurazione di carico possono calcolarsi per sovrapposizione degli effetti scomponendo il carico applicato sul terreno in una serie di carichi elementari, agenti su striscie indefinite di eguale larghezza Δx , di intensità costante per ogni striscia.

Applicando la (24), l'espressione dei cedimenti lungo la verticale baricentrica della striscia i -esima, per effetto del carico q_j , applicato sulla striscia j -esima, essendo $x = j - i$, è la seguente:

$$(25) \quad w_{ti} = \frac{1 + \mu_t}{2 E_t} (\Delta x) \sum_{j=1}^n f_{j-i}(z', \mu_t) q_{tj}$$

Scritta questa equazione per le n striscie nelle quali si è suddiviso il carico si ottiene un sistema di n equazioni lineari nelle n incognite q_{tj} e nelle incognite w_{ti} :

$$(26) \quad W = \alpha_s A_s Q$$

Il coefficiente α_s assume il medesimo valore all'inizio e alla fine del processo di consolidazione ed è:

$$\alpha_s = \frac{1 + \mu_s}{2 E_s}$$

Il valore della matrice A_s dipende, invece, dal valore che si assegna a μ_t ed assume quindi un diverso valore nei due istanti considerati.

c) Equilibrio e congruenza

Le pressioni e gli spostamenti verticali nel generico punto i del piano di posa, considerato appartenente al terreno, devono essere uguali a quelli calcolati nel medesimo punto considerato appartenente alla piastra.

Si ottengono due sistemi di n equazioni ciascuno in $2n$ incognite, che risolvono il problema.

Dalle (19) e (26) eliminando w si ottiene:

$$(27) \quad Q = \left(\frac{\omega}{n^3} A_c A_s + I \right)^{-1} P$$

dove I è la matrice unità, n il numero degli intervalli, coincidente con l'ordine del sistema; ω un indice delle rigidezze che tiene conto delle caratteristiche meccaniche del terreno e delle caratteristiche geometriche e meccaniche della piastra:

$$(28) \quad \omega = 24 \frac{E_s}{E_c} \frac{1 - \mu_c^2}{1 + \mu_s} \left(\frac{b}{h} \right)^3$$

L'andamento dei cedimenti del piano di posa si ottiene dalla (26) noto il vettore Q .

Utilizzando, quindi, le relazioni (20), (21) e (22) è possibile definire completamente il comportamento meccanico della piastra.

Il diagramma di flusso del programma di calcolo elettronico, riportato in fig. 4, è strutturato in una serie di sottoprogrammi che generano le matrici sopradefinite e svolgono le operazioni ad esse relative.

Tale programma consente quindi una notevole elasticità e la soluzione di ogni problema proposto modificando soltanto il programma principale, di cui quello indicato è l'esempio più semplice.

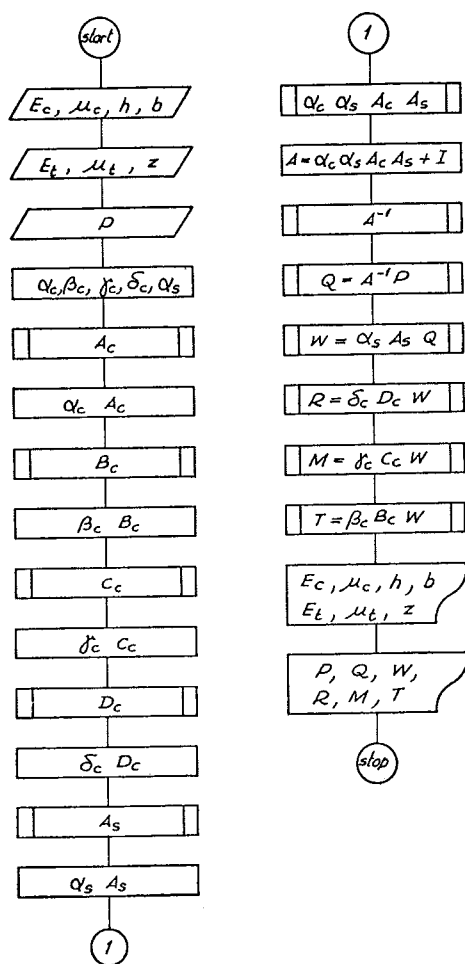


Fig. 4. - Diagramma di flusso del programma di calcolo.

4. Esame dei risultati

È stato fatto uno studio parametrico per valutare l'influenza di tutti i parametri che intervengono nel problema considerato.

Un esame preliminare ha avuto come oggetto il numero delle strisce in cui è suddivisa la piastra, tale numero coincide con l'ordine n del sistema di equazioni da risolvere.

Si è scelto dopo alcuni tentativi $n = 25$ perché consente una sufficiente approssimazione del metodo numerico senza che gli errori dovuti al calcolo alterino i risultati.

Sono state prese in esame diverse condizioni di carico con una distribuzione lineare e inoltre le condizioni di carico concentrato su una striscia per tutte le 25 strisce. L'indice delle rigidezze ω è stato fatto variare tra 10^{-1} e 10^0 , il modulo di Poisson dello scheletro solido μ_s tra 0 e 0,5 e la profondità z , oltre la quale si trascura il contributo alla deformazione, tra 10^{-1} e 10^3 volte la larghezza della piastra.

Ad ogni variazione di un parametro corrispondono variazioni di forma e di intensità nei diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione e di

deformazione della struttura di fondazione. Ulteriori variazioni si manifestano confrontando i diagrammi determinati a consolidazione avvenuta con quelli relativi all'istante di applicazione dei carichi.

I diagrammi riportati sono espressi in forma adimensionale, cioè sono stati riferiti al valore medio della pressione esterna p_m e alla larghezza della piastra b . Inoltre, poiché, a parità delle altre condizioni, i cedimenti e le rotazioni variano con il modulo di Young E_s dello scheletro solido, i diagrammi relativi sono stati moltiplicati per E_s/p_m e resi così confrontabili.

Considerato lo scopo del presente lavoro non si è ritenuto necessario riportare tutti i diagrammi calcolati. Si presentano solo quelli, calcolati a consolidazione avvenuta, relativi a sei condizioni di carico e a quattro valori dell'indice delle rigidezze.

Le variazioni delle altre condizioni sono quasi sempre tali da non modificare sostanzialmente la forma dei diagrammi e quindi è stata rappresentata la loro influenza riferendosi ai valori calcolati al centro di una piastra uniformemente caricata.

Le prime figure (figg. 5, 6) permettono di esaminare come variano i diagrammi al variare dell'indice delle rigidezze nelle condizioni di carico indicate.

I diagrammi delle pressioni sul piano di posa q presentano per valori piccoli di ω cioè per struttura molto rigida rispetto al terreno, valori elevati ai bordi.

Al crescere di ω questi diagrammi si avvicinano ai diagrammi delle pressioni esterne e diminuiscono i valori ai bordi per effetto della maggiore deformabilità della struttura rispetto al terreno. I diagrammi del momento flettente M hanno i valori massimi per il valore minimo di ω e tali valori decrescono in maniera regolare all'aumentare di ω .

I diagrammi dei cedimenti w hanno per ω piccolo un andamento quasi rettilineo e presentano un'accentuata curvatura in corrispondenza del carico al crescere di ω .

La scelta del parametro z consente di tenere conto della reale deformabilità del terreno e delle incertezze relative alla introduzione del modulo di Young medio del terreno E_s nell'indice ω . Dai diagrammi si vede che al crescere della profondità z dello strato, del quale si considera la deformazione, i valori delle pressioni sul piano di posa e dei momenti flettenti variano tendendo ad un valore costante per $z > 10b$ (fig. 7 a).

Gli spostamenti verticali del piano di posa in-

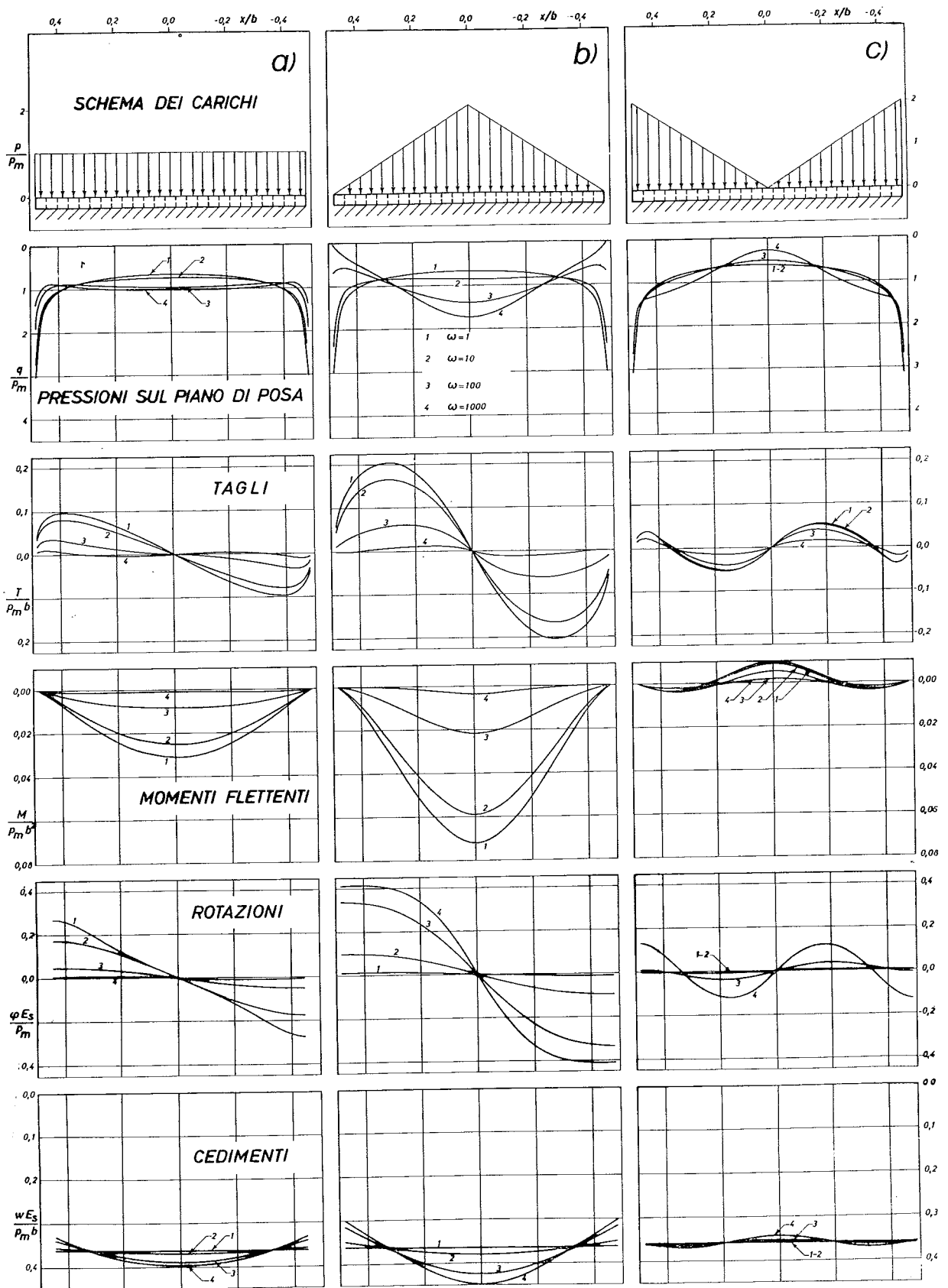


Fig. 5

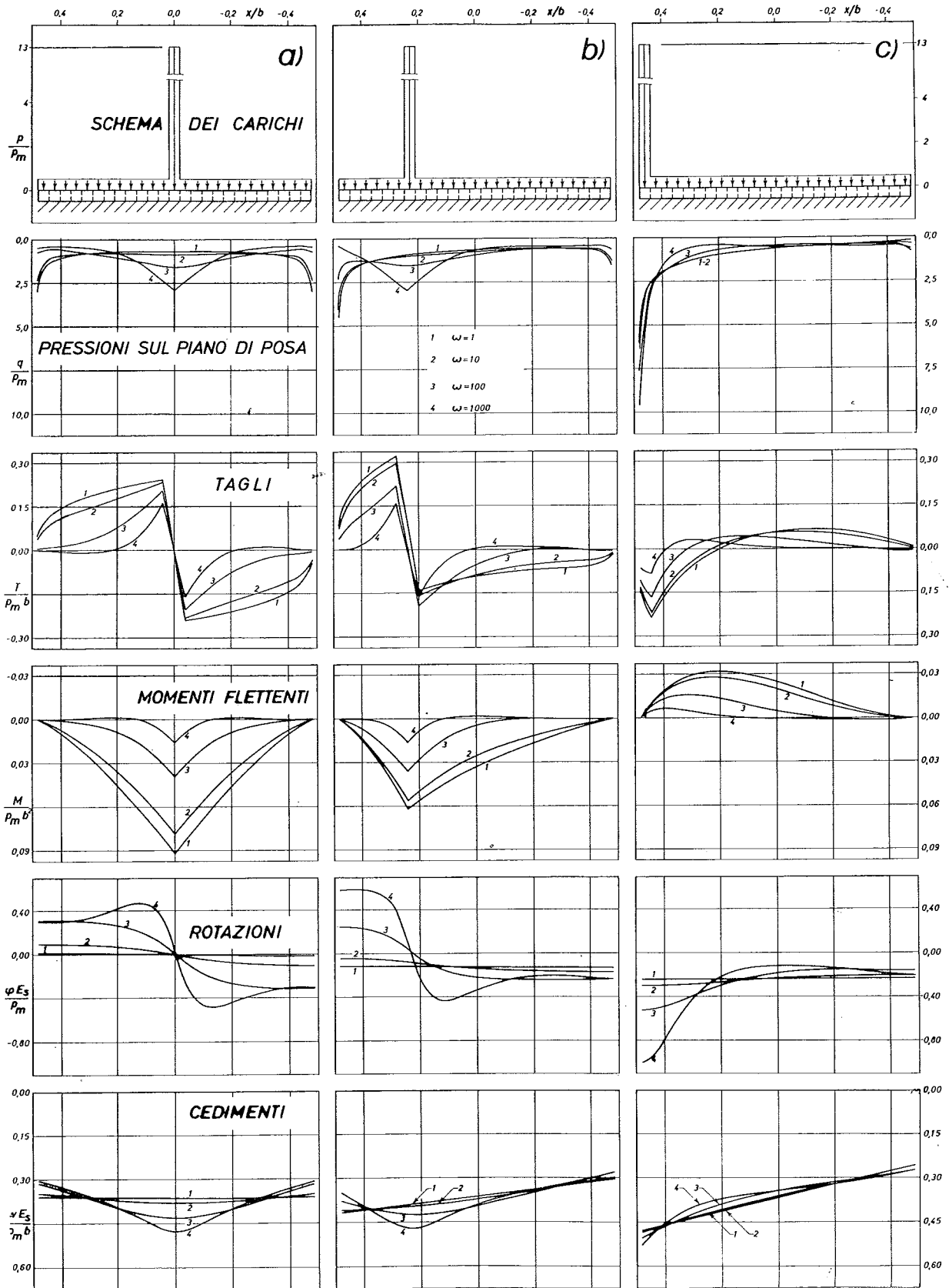


Fig. 6

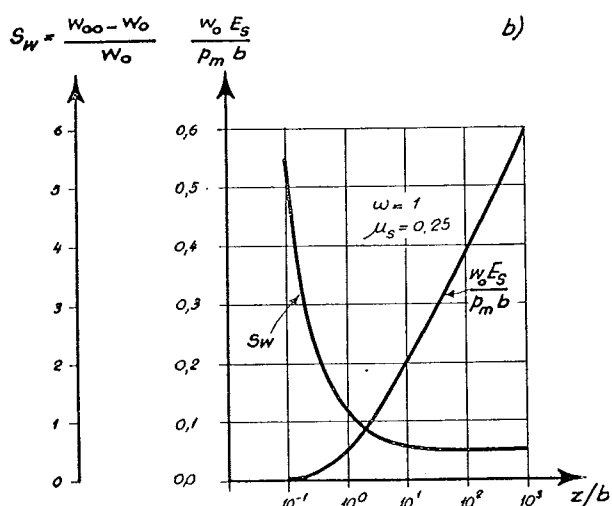
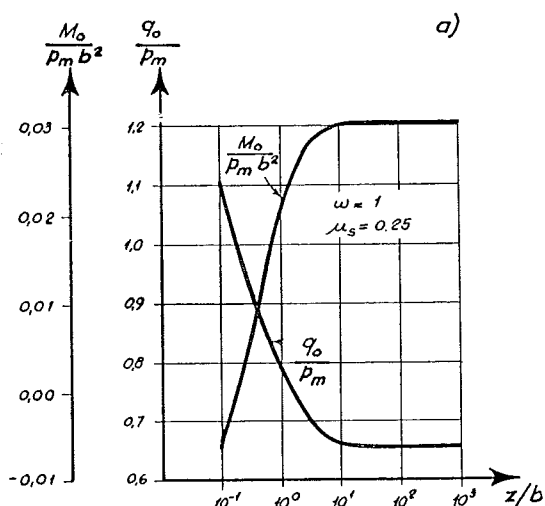


Fig. 7. - Andamento di alcune grandezze calcolate al centro di una piastra uniformemente caricata, al variare del rapporto z/b - a) pressioni sul piano di posa q_0 e momenti flettenti M_0 ; b) spostamenti verticali w_0 e differenza dei valori calcolati nei due istanti ($t = 0$; $t = \infty$).

vece aumentano sempre con la profondità (fig. 7 b).

Per effetto del processo di consolidazione il modulo di Poisson del complesso acqua-scheletro solido μ_t varia dal valore 0,5 nell'istante $t = 0$ fino al valore μ_s dello scheletro solido per $t \rightarrow \infty$. Le differenze che si rilevano nelle caratteristiche di sollecitazione e di deformazione sono massime per $\mu_s = 0$ e diminuiscono all'aumentare di questo parametro.

Queste differenze sono influenzate dalla variazione degli altri parametri.

Per comodità l'influenza del processo di consolidazione è stata rappresentata prendendo in considerazione la differenza dei valori delle caratteristiche di sollecitazione e di deformazione, nei due istanti considerati, in rapporto al valore iniziale, nel punto di mezzo della piastra uniformemente caricata.

Al variare dell'indice delle rigidizze ω , gli scarti delle pressioni sul piano di posa, riferiti ai valori iniziali, sono quasi nulli per valori molto bassi o molto alti di ω e raggiungono il massimo per un valore intermedio (fig. 8). Si rileva dai calcoli effettuati che nel campo esplorato le variazioni superano raramente il 10 % per $\mu_s = 0,25$.

L'influenza della consolidazione varia al variare della profondità z : gli scarti percentuali dei cedimenti diminuiscono al crescere di z per tendere ad un valore costante per $z > 10 l$ (fig. 7 b).

Il momento flettente, anche se diminuisce al crescere di ω , ha scarti trascurabili per ω molto piccolo ma che aumentano con ω per stabilizzarsi intorno al 50 % per i valori alti di ω (fig. 8).

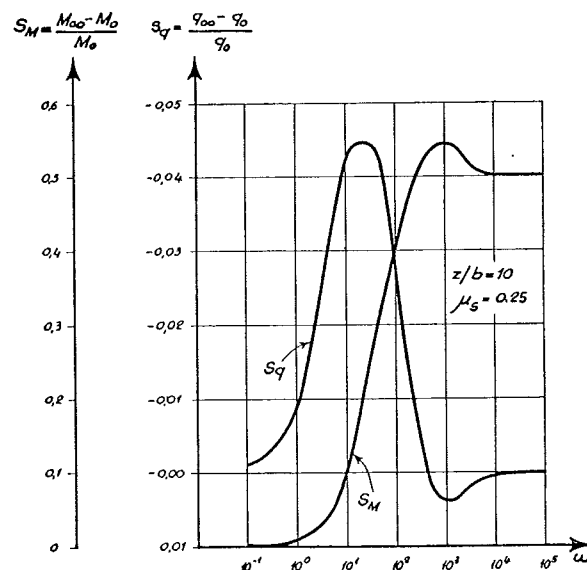


Fig. 8. - Differenze tra i valori delle pressioni sul piano di posa (S_q) e dei momenti flettenti (S_M) calcolati nei due istanti ($t = 0$; $t = \infty$) al centro di una piastra uniformemente caricata, al variare dell'indice di rigidità ω .

5. Considerazioni conclusive

Nella presente nota si è proposta una soluzione del problema di interazione terreno-struttura nell'ipotesi che il terreno sia assimilabile ad un semispazio di materiale poroso, saturo di liquido incompressibile. Le ipotesi fondamentali della trattazione riguardano la linearità della relazione tensioni-deformazioni nello scheletro solido del terreno, l'omogeneità e l'isotropia del mezzo.

La soluzione, cui si perviene con un programma di calcolo numerico, fornisce automaticamente per un'assegnata configurazione dei carichi i valori delle pressioni sul piano di posa, dei tagli, dei momenti flettenti, delle rotazioni e dei cedimenti della piastra nell'istante di applicazione del carico e dopo completa consolidazione del terreno di fondazione.

Gli esempi riportati mostrano l'influenza che vari parametri esercitano sui risultati del calcolo; fra questi, in particolare, un indice di rigidità relativa che tiene conto delle caratteristiche elastiche e geometriche del terreno e della struttura; la profondità dello strato di terreno, del quale si considera il contributo alla deformazione; il tipo di deformazione, immediata o finale, che si pone a base del calcolo.

L'opportuna scelta di intervalli di valori di questi parametri, che dipendono, caso per caso, dalla situazione geotecnica che nel calcolo si vuole rappresentare, può consentire la necessaria elasticità nella modellazione del problema ed il confronto con risultati sperimentali, che, secondo il più moderno orientamento, devono ricavarsi dall'esame del comportamento in sito di strutture in vera grandezza.

Alcuni punti della trattazione meriteranno un ulteriore approfondimento in successivi lavori.

In primo luogo si osservi che nel modello adottato, nel caso di strutture particolarmente rigide rispetto al terreno, le pressioni di contatto raggiungono valori molto elevati ai bordi. Nella realtà spesso il terreno non può sostenere queste pressioni ed ai bordi della struttura insorgono delle deformazioni plastiche che riducono le pressioni di contatto ed i momenti flettenti. Anche tenendo conto delle complicazioni derivanti caso per caso dal tipo di comportamento a rottura del terreno, nonché dalla profondità del piano di posa della fondazione, in un modello più avanzato di comportamento del terreno, il fenomeno della plasticità ai bordi non dovrà essere trascurato, specie per fondazioni superficiali su terreni relativamente poco resistenti e fortemente sollecitati.

Un altro, ed in certo senso opposto, aspetto del problema, che dovrà meritare attenta considerazione nei successivi studi, è quello dell'eventuale discontinuità, che, per determinate condizioni di carico e per particolari valori dell'indice di rigidità relativa, può manifestarsi in prossimità del bordo della struttura come un vero e proprio distacco della struttura medesima del terreno e limitarne quindi la lunghezza utile.

È infine da ricordare che nella presente trattazione si è supposto che lungo il piano di contatto piastra-terreno non si destino sforzi tangenziali.

Nella realtà, il contatto non potrà mai risultare perfettamente liscio e l'influenza degli sforzi di attrito può ridurre considerevolmente i momenti flettenti, specie nel caso di strutture di fondazione di elevato spessore.

In una prospettiva meno immediata, lo schema di calcolo qui proposto potrà consentire l'introduzione di modelli più complessi, attraverso i quali sia possibile definire il comportamento del sistema terreno-struttura nel corso del fenomeno della consolidazione.

BIBLIOGRAFIA

- BOROWICKA H. (1936) - *Influence of rigidity of a circular foundation slab over to contact surface*. Proc. of the I Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. II.
- BOUSSINESQ J. (1858) - *Application des potentiels a l'étude de l'équilibre et des mouvements des solides élastiques*. Gauthier-Villars, Paris.
- EGOROV K. E. (1958) - *K voprosu deformatsiy osnovaniy konech noy tolschiny*. (Sul problema della deformazione di una base di spessore finito). Sbornik Trudov N.I.I. Osnovaniy, n. 34.
- GORBUNOV POSSADOV M. I., DAVYDOV S. S. (1973) - *Interaction of soil bases and structures*. (Design of flexible foundation beams and slabs). General reports of the VIII Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Moscow.
- JAPPELLI R. (1967) - *Tensioni nel sottosuolo e cedimenti dovuti a sforzi d'attrito sul piano di posa delle fondazioni*. Rivista Italiana di Geotecnica, 2.
- KLEIN G. K. (1956) - *Uchet neodnorodnosti razryvnosti deformatsiy i drugikh mekhanicheskikh svoystv grunta pri raschete soeruzhe niy na sploshmon osnovanii*. (Sulla eterogeneità, discontinuità delle deformazioni e delle altre proprietà meccaniche dei terreni nella progettazione delle strutture di fondazione). Sbornik Trudov M.I.S.I. im V. V. Kuybysheva, n. 14, Moscow.
- KLEPIKOV S. N. (1967) - *Raschet konstruksiy na uprugom osnovanii*. (Progettazione delle strutture su base elastica). Budivelnik, Kiev.
- LUSCO F., UMLTÀ G. (1970) - *Il calcolo dei cedimenti in stato di deformazione piana*. Atti Acc. Sc. Lett. Arti di Palermo, Serie IV, Vol. XXX, Parte I.
- TIMOSHENKO S., WOINOWSKY-KRIGER S. (1959) - *Theory of plates and shells*. McGraw Hill, New York.
- TORTORICI M., UMLTÀ G. (1969) - *Il calcolo automatico delle tensioni in un terreno di fondazione sollecitato su strisce parallele del piano limite*. Rivista Italiana di Geotecnica, 2.
- VIGGIANI C. (1967 a) - *Sulle condizioni iniziali del processo di consolidazione in un mezzo elastico poroso saturo*. Rivista Italiana di Geotecnica, 3.
- VIGGIANI C. (1967 b) - *Cedimenti immediati dei terreni di fondazione*. Rivista Italiana di Geotecnica, 4 bis.

SUMMARY

A contribution to the study of the interaction between a foundation and a saturated, porous, elastic subsoil

A. computes the full state of stress and deformation of

a plate resting on a homogeneous isotropic halfspace of porous saturated linearly elastic material in a state of plain deformation.

The problem is dealt with numerically, imposing the

equilibrium and congruence conditions in a discrete number of points of the surface of contact between plate and subsoil.

The program of automatic computation proposed by A. furnishes the values of contact pressures, shear forces, bending moments, rotations and settlements of the plate at the instant of load application and at the end of the consolidation process of the subsoil.

Results of computations are influenced by an index of relative rigidity between soil and structure taking into account the elastic properties of soil and structure and the geometry of the plate; by the depth of the soil layer contribution of which is considered in the computation; by the distribution of the external load; by the type (immediate or final) of the settlement curve that is assumed for the soil.