

Analisi di stabilità di pendii in roccia in presenza di sisma ed in condizioni tridimensionali

G. BARLA *, C. SCAVIA **

SOMMARIO: Viene presentato un procedimento di calcolo che permette di applicare ai pendii in roccia, in presenza di azioni di tipo dinamico e in condizioni tridimensionali, i principi del metodo di Newmark. Il metodo proposto, sulla base del quale è stato messo a punto il codice di calcolo automatico SISMIC, comporta la determinazione dei fattori di sicurezza statici e pseudostatici, l'integrazione numerica dell'accelerogramma di progetto e la valutazione degli spostamenti dei solidi di roccia potenzialmente instabili. Un esempio di applicazione del programma SISMIC mette in evidenza l'influenza dei parametri caratteristici dell'accelerogramma di progetto sugli spostamenti finali dei volumi rocciosi.

1. Introduzione

I tradizionali metodi di verifica della stabilità dei pendii in roccia, basati sui principi dell'Equilibrio Limite, schematizzano le azioni di tipo dinamico con una forza, definita pseudostatica, costante nel tempo e proporzionale alla massa di volume potenzialmente instabile. Il ricorso alla forza pseudostatica non permette in molti casi di stimare in modo realistico gli effetti degli eventi dinamici, in quanto non tiene conto della durata e dell'andamento dell'accelerogramma di progetto.

Nel presente articolo viene proposto un procedimento di calcolo che, sviluppato sulla base dei principi del metodo di Newmark, consente di valutare la stabilità dei pendii in roccia in condizioni tridimensionali, a partire dall'effettivo andamento dell'accelerogramma di progetto; gli spostamenti dei volumi di roccia potenzialmente instabili, determinati lungo la direzione di scivolamento, costituiscono il parametro fondamentale per la valutazione della stabilità del pendio in esame.

Sulla base del metodo proposto è stato messo a punto il codice automatico SISMIC, di cui viene riportato un esempio di applicazione alla verifica della stabilità di un versante in roccia; i risultati permettono di evidenziare l'influenza sugli spostamenti finali dei parametri caratteristici dell'accelerogramma di progetto: accelerazione massima e media, contenuto di frequenza, durata.

2. Metodo pseudostatico

L'analisi pseudostatica si basa sul metodo dell'Equilibrio Limite che, come noto, studia

la stabilità dei pendii in termini di rapporto (*Fattore di Sicurezza*) tra forze resistenti ed instabilizzanti nella direzione dello scivolamento, assumendo un comportamento di tipo rigido perfettamente plastico dei materiali. Quando il Fattore di Sicurezza è pari all'unità, si verifica la condizione di Equilibrio Limite e si considera compromessa la stabilità del versante.

La presenza di carichi di tipo dinamico è schematizzata da una forza, definita pseudostatica, costante nel tempo e proporzionale alla massa di volume potenzialmente instabile (secondo il coefficiente sismico), che si aggiunge alle forze esterne nella valutazione dell'equilibrio.

Senza entrare nel merito delle ipotesi e semplificazioni dei metodi dell'Equilibrio Limite, è opportuno evidenziare che la forza pseudostatica può rappresentare [OTTAVIANI e BERSANI, 1979], [OTTAVIANI, 1979]:

— la forza che agisce in modo statico, producendo gli stessi effetti delle reali forze di inerzia;

— la forza che agisce in modo statico e la cui introduzione permette di progettare sezioni più prudenziali di quelle ottenibili prendendo in considerazione solamente le altre forze esterne;

— la massima forza di inerzia agente durante l'evento dinamico.

Nei primi due casi, la scelta del coefficiente sismico è resa problematica dalla mancanza di sufficienti informazioni sugli effetti delle azioni dinamiche sui pendii. Nel terzo caso, si fa coincidere il coefficiente sismico con la massima accelerazione registrata nell'accelerogramma di progetto: tale assunzione conduce sempre a so-

* Prof. Ing. Giovanni BARLA, Ordinario di Meccanica delle Rocce.

** Dott. Ing. Claudio SCAVIA, Ricercatore.

vrastrimare gli effetti dell'evento dinamico, perché considera applicata costantemente una forza agente in realtà per brevi intervalli di tempo.

Non risulta più soddisfacente assumere il coefficiente sismico pari al valor medio delle accelerazioni registrate: in molti casi i Fattori di Sicurezza calcolati possono ancora sovrastimare gli effetti dinamici e non vi è assicurazione che non venga raggiunto in diversi istanti l'Equilibrio Limite. Inoltre, le scarse conoscenze sul comportamento meccanico delle rocce in condizioni dinamiche, rendono di difficile valutazione gli effetti sulla stabilità di una eventuale riduzione dei parametri di resistenza al taglio.

3. Metodo dello spostamento globale

In molti casi si osserva che, anche a fronte di Fattori di Sicurezza sensibilmente inferiori all'unità, gli spostamenti rilevati in seguito ad eventi dinamici sono di entità trascurabile e tali da non compromettere la stabilità dei pendii. Alla luce di questa osservazione, NEWMARK [1965] ha proposto un metodo per stimare gli spostamenti permanenti di una massa di terreno in presenza di un evento dinamico, rappresentabile con un accelerogramma di progetto. Il procedimento è basato ancora sui principi dell'Equilibrio Limite ed ipotizza che gli spostamenti relativi tra massa scivolante e pendio si verifichino lungo una definita linea di scivolamento.

Da un'analisi di tipo pseudostatico viene determinata la forza, detta resistenza dinamica minima, che porta il pendio in condizioni di Equilibrio Limite. Il coefficiente sismico ad essa associato prende il particolare significato di un'accelerazione di soglia, superata la quale si generano velocità e spostamenti relativi, diretti lungo la direzione di scivolamento della porzione di terreno instabile e valutabili mediante integrazione numerica dell'accelerogramma di progetto. L'entità del movimento al termine dell'evento dinamico costituisce il parametro fondamentale di giudizio della stabilità del pendio esaminato.

Il metodo di Newmark è stato oggetto di verifiche ed applicazioni da parte di diversi ricercatori. Ad esempio, MAKDISI e SEED [1977] hanno ripreso i principi di base affrontando il problema dell'amplificazione delle accelerazioni all'interno del corpo delle dighe in terra. CRAWFORD e CURRAN [1982] hanno utilizzato il

metodo di Newmark nel contesto di un'indagine sperimentale atta a definire l'influenza delle sollecitazioni dinamiche sulla resistenza al taglio delle discontinuità in roccia.

Nel presente articolo viene illustrato un procedimento di calcolo, sviluppato ancora sulla base dei principi del metodo di Newmark, che permette di effettuare verifiche di stabilità di pendii in roccia in condizioni tridimensionali. A partire da tale procedimento è stato messo a punto il codice di calcolo automatico SISMIC che permette, oltre che la determinazione dei Fattori di Sicurezza statici e pseudostatici, l'integrazione numerica dell'accelerogramma di progetto e la valutazione dello spostamento permanente finale, tenuto conto del possibile decadimento dei parametri di resistenza al taglio col procedere degli scorrimenti. Vengono di seguito presentati gli sviluppi analitici del metodo e un breve esempio di applicazione.

4. Sviluppi teorici di base del metodo proposto

I volumi di roccia di cui viene verificata la stabilità sono schematicamente delimitati da (fig. 1):

- a) due piani di discontinuità A e B;
- b) il piano del fronte del pendio;
- c) un piano superiore;
- d) un'eventuale frattura di trazione;

e sono potenzialmente scivolanti lungo:

- a) la linea di intersezione dei piani A e B (cinematismo 1);
- b) la linea di massima pendenza di uno dei piani A o B ⁽¹⁾ (cinematismo 2).

È inoltre possibile prendere in considerazione:

- a) la presenza di sottospinte idrauliche sui piani A e B e sull'eventuale frattura di trazione, in accordo con la schema di distribuzione delle pressioni indicato in fig. 2;
- b) l'effetto di un intervento stabilizzante;
- c) angoli di attrito e coesioni diversi sui piani A e B.

⁽¹⁾ Negli sviluppi analitici che seguono si fa riferimento al solo piano A, che è comunque completamente intercambiabile col piano B.

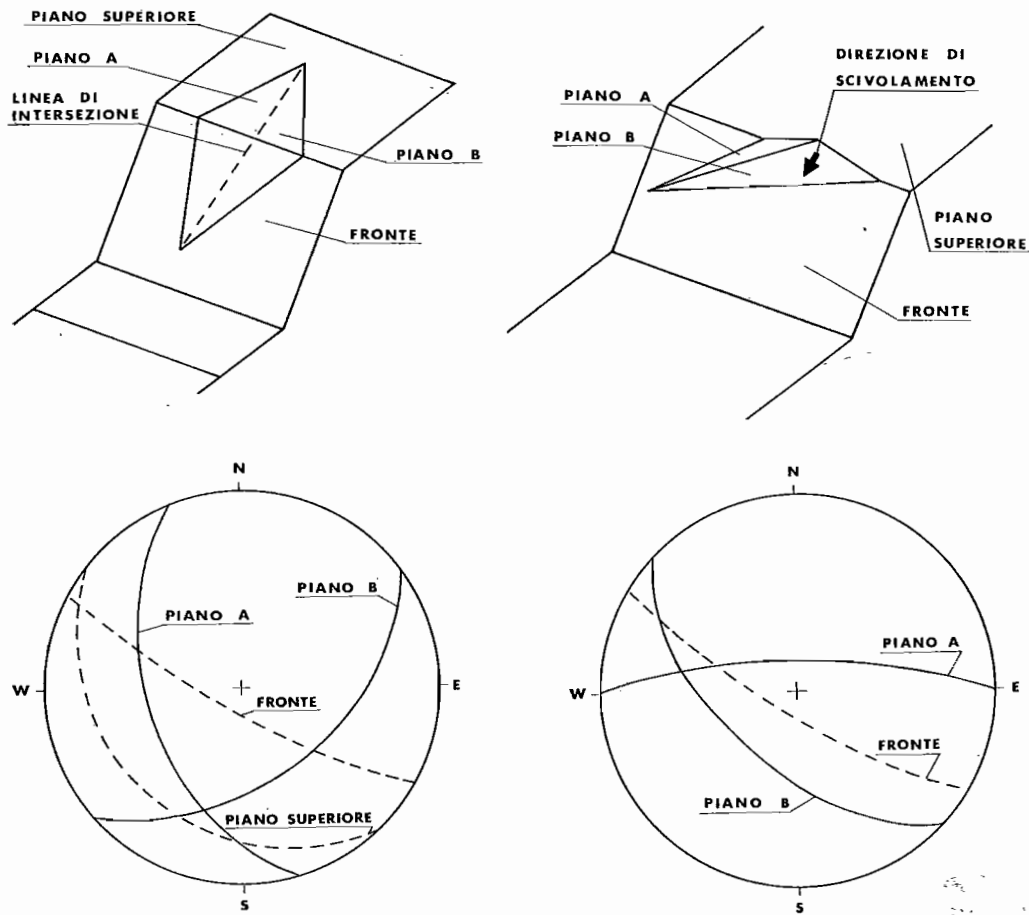


Fig. 1. - Geometria del solido potenzialmente instabile e modalità cinematiche di scivolamento: a) cinematismo 1, b) cinematismo 2.

Il procedimento di calcolo si articola, distinguendo tra i cinematismi 1 e 2, nella determinazione di:

- 1) il Fattore di Sicurezza in condizioni statiche;
- 2) la resistenza dinamica minima;
- 3) l'accelerazione relativa;
- 4) la velocità e gli spostamenti relativi;
- 5) lo spostamento finale.

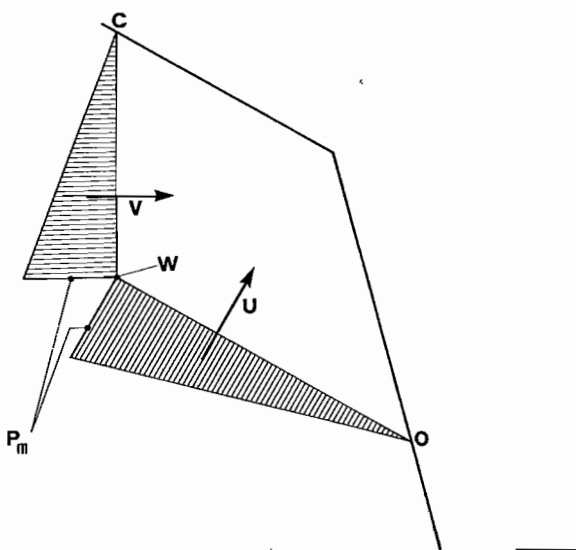


Fig. 2. - Schema di distribuzione delle sottospinte idrauliche.

4.1 Fattore di Sicurezza

Il Fattore di Sicurezza viene calcolato a partire dai versori normali ai piani che delimitano il solido potenzialmente instabile, definiti in un sistema di riferimento ortogonale $oxyz$ indicato in fig. 3.

In accordo con gli sviluppi di dettaglio riportati in Appendice I, il calcolo del Fattore di Sicurezza comporta la determinazione di:

- a) i versori rappresentativi della giacitura di ogni piano e delle linee di intersezione tra i piani;

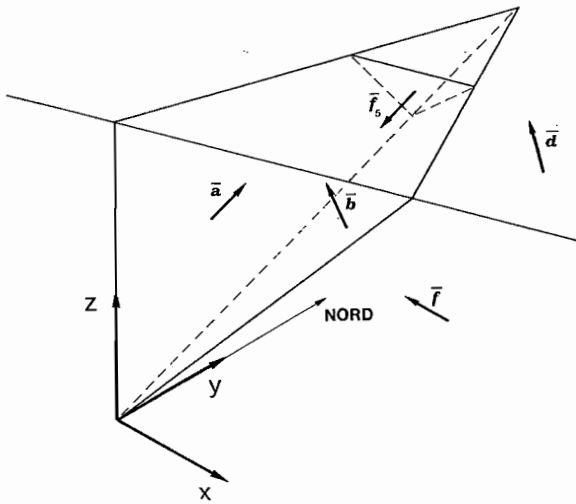


Fig. 3. - Vettori normali ai piani che delimitano il volume di roccia potenzialmente instabile

b) gli angoli tra le linee di intersezione e le dimensioni lineari del volume roccioso in esame;

c) le aree dell'eventuale frattura di trazione e dei piani A e B, oltre al peso dello stesso volume roccioso;

d) le sottospinte idrauliche sull'eventuale frattura di trazione e sui piani A e B;

e) i controlli atti a definire la possibilità cinematica di scivolamento tridimensionale ed il tipo di cinematismo;

f) le forze resistenti ed instabilizzanti ed il Fattore di Sicurezza F, assumendo il criterio di resistenza di Coulomb.

4.2. Resistenza dinamica minima

Se il Fattore di Sicurezza in condizioni statiche è superiore all'unità, viene definita resistenza dinamica minima la forza pseudostatica F_e , che porta il pendio in condizioni di Equilibrio Limite.

Il modulo di F_e vale:

$$|F_e| = \frac{|N| |W|}{|g|} \quad (1)$$

con:

W = Peso del solido;

N = accelerazione di soglia;

g = accelerazione di gravità.

Per determinare il versore n della direzione di F_e , definiamo (fig. 4) con r_A ed r_B i versori delle reazioni sui piani A e B, con R_{AB} la loro

risultante e con R_e la risultante delle forze esterne e di volume, nota dall'analisi statica (vedi Appendice I).

Nell'ipotesi di coesione nulla, r_A e r_B , rispettivamente inclinati degli angoli di attrito φ_A e φ_B rispetto ai versori normali a e b, giacciono nei piani contenenti a o b ed il versore i. Ne deriva che:

$$r_A = a \cos \varphi_A + \frac{i}{|i|} \sin \varphi_A$$

$$r_B = b \cos \varphi_B + \frac{i}{|i|} \sin \varphi_B \quad (2)$$

R_{AB} giace nel piano definito da r_A e r_B , al quale la F_e , per risultare minima, deve essere ortogonale (fig. 5).

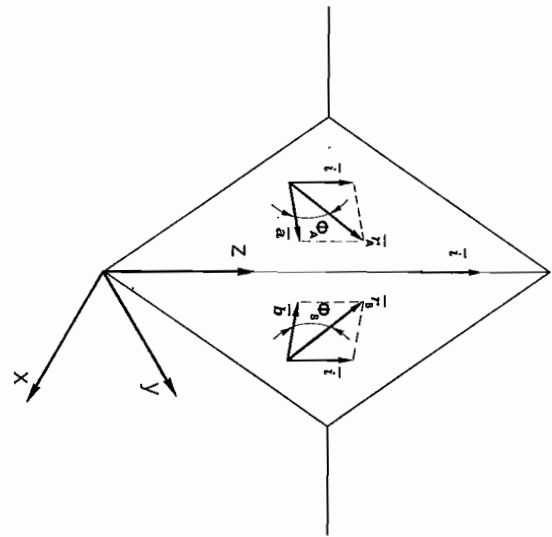


Fig. 4. - Reazioni sui piani di discontinuità A e B.

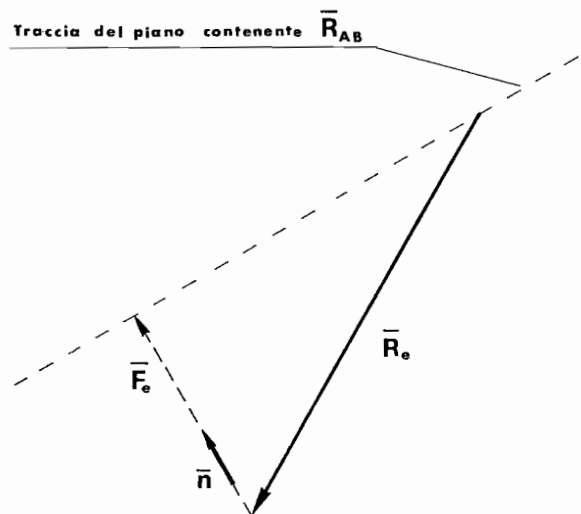


Fig. 5. - Determinazione della resistenza dinamica minima (cinematismo I).

Dalla condizione di ortogonalità si ricava:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}_A \wedge \mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_A \wedge \mathbf{r}_B|} \quad (3)$$

$$|\mathbf{F}_e| = \mathbf{R}_e \times \mathbf{n} \quad (4)$$

$$|\mathbf{N}| = \frac{\mathbf{R}_e \times \mathbf{n}}{|\mathbf{W}|} \quad (5)$$

Nel caso del cinematismo 2, le componenti secondo x ed y di n coincidono con quelle del versore normale al piano di scivolamento:

$$n_x = a_x, \quad n_y = a_y \quad (6)$$

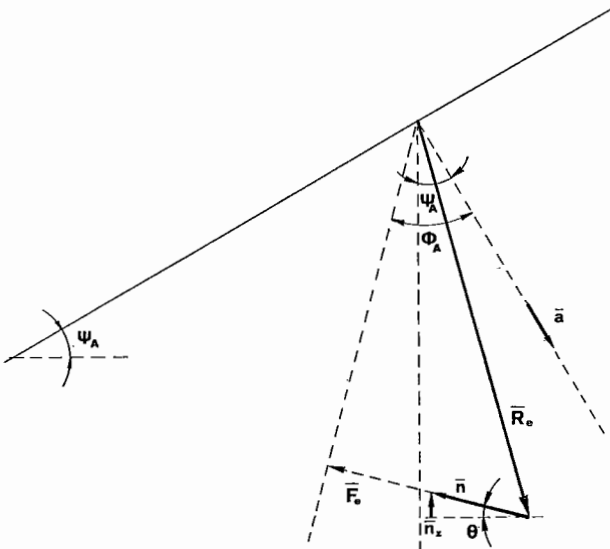


Fig. 6. - Determinazione della resistenza dinamica minima (cinematismo 2).

Le terza componente n_z si ricava osservando (fig. 6) che l'angolo ϑ , di cui la F_e è inclinata rispetto all'orizzontale, vale:

$$\vartheta = \varphi_A - \psi_A \quad (7)$$

con ψ_A = angolo di inclinazione del piano A; da cui deriva:

$$n_z = \sin(\varphi_A - \psi_A) \quad (8)$$

4.3 Accelerazione del solido scivolante

In accordo con l'andamento nel tempo delle accelerazioni $\mathbf{K}(t)$, le forze pseudostatiche $\mathbf{F}_D(t)$

possono superare la resistenza dinamica minima F_e . In tal caso si generano nel volume roccioso in esame accelerazioni relative rispetto al resto del pendio; nel computo dell'equilibrio, divenuto dinamico (fig. 7), occorre introdurre la forza d'inerzia $F_i(t)$ esprimibile come:

$$|F_i(t)| = \frac{|\mathbf{W}| |\ddot{\mathbf{X}}(t)|}{|g|} \quad (9)$$

dove:

$\ddot{\mathbf{X}}(t)$ = accelerazione relativa del solido lungo la direzione dello scivolamento.

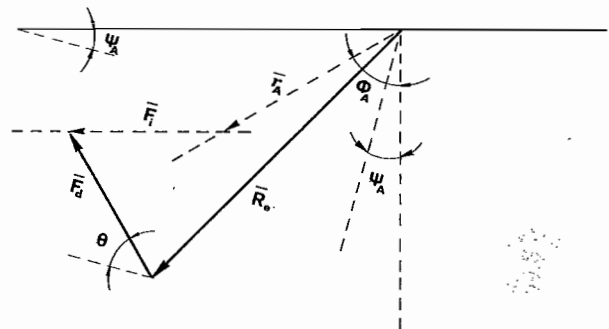


Fig. 7. - Equilibrio dinamico.

Il valore di $\ddot{\mathbf{X}}$ può essere determinato scrivendo un'equazione di equilibrio dinamico alla traslazione nella direzione della linea di intersezione (cinematismo 1) o della linea di massima pendenza del piano di scivolamento (cinematismo 2):

$$\frac{|\mathbf{W}| |\ddot{\mathbf{X}}|}{|g|} = |S_D - R_D| \quad (10)$$

dove:

S_D = risultante forze scivolanti;

R_D = risultante forze resistenti.

La forza S_D può essere espressa come somma della risultante delle forze scivolanti in condizioni di equilibrio limite con la proiezione sulla direzione di scivolamento della differenza tra F_D ed F_e ; la R_D è invece data dalla risultante delle forze resistenti in Equilibrio Limite, diminuita del contributo dovuto alle componenti

negative della forza $(F_D - F_e)$ nelle direzioni normali ai piani A e B:

$$\begin{aligned} S_D &= S_{lim} + (F_D - F_e) \times i \\ R_D &= R_{lim} - \{ [(F_D - F_e) \times a] \tan \varphi_A + [(F_D - F_e) \times b] \tan \varphi_B \} \end{aligned} \quad (11)$$

e (cinematismo 2):

$$\begin{aligned} S_D &= S_{lim} + (F_D - F_e) \times a_p \\ R_D &= R_{lim} - [(F_D - F_e) \times a] \tan \varphi_A \end{aligned} \quad (12)$$

con:

a_p : versore della linea di massima pendenza del piano A.

S_{lim}, R_{lim} : forze scivolanti e resistenti in condizioni di equilibrio limite ($S_{lim} = R_{lim}$).

Sostituendo le (11) e le (12) nella (10) ed ordinando, si ottiene (cinematismo 1):

$$\ddot{X} = \frac{|g|}{|W|} \left\{ S_{lim} - R_{lim} + (F_D - F_e) \times i + [(F_D - F_e) \times a] \tan \varphi_A + [(F_D - F_e) \times b] \tan \varphi_B \right\} \quad (13)$$

e (cinematismo 2):

$$\ddot{X} = \frac{|g|}{|W|} \left\{ S_{lim} - R_{lim} + (F_D - F_e) \times a_p + [(F_D - F_e) \times a] \tan \varphi_A \right\} \quad (14)$$

Ricordando che $S_{lim} - R_{lim} = 0$ ed esprimendo F_D ed F_e come:

$$|F_D| = \frac{|K| |W|}{|g|} \quad |F_e| = \frac{|N| |W|}{|g|} \quad (15)$$

si ottiene per il cinematismo 1:

$$\ddot{X} = (K - N) \times i + [(K - N) \times a] \tan \varphi_A + [(K - N) \times b] \tan \varphi_B \quad (16)$$

e per il cinematismo 2:

$$\ddot{X} = (K - N) \times a_p + [(K - N) \times a] \tan \varphi_A$$

cioè:

$$\ddot{X} = (K - N) [\cos(\vartheta + \psi_A) + \sin(\vartheta + \psi_A) \tan \varphi_A] \quad (18)$$

che permettono di calcolare l'andamento nel tempo delle accelerazioni relative del solido.

4.4 Velocità e spostamenti relativi

Il movimento inizia all'istante t_0 in cui $K(t_0)$ eguaglia la N e continua fino al tempo t_f per cui la velocità relativa $\dot{X}(t_f)$ si annulla (fig. 8). Nell'intervallo $t_0 - t_f$, i valori delle velocità e degli spostamenti relativi $\dot{X}(t)$ e $X(t)$ sono rica-

vabili mediante integrazione numerica dell'andamento noto delle $\dot{X}(t)$.

Mediante il metodo dell'accelerazione lineare si ottiene per la velocità $\dot{X}(t_{s+1})$ all'istante t_{s+1} :

$$\dot{X}(t_{s+1}) = \dot{X}(t_s) + \frac{\ddot{X}(t_s) + \ddot{X}(t_{s+1})}{2} (t_{s+1} - t_s) \quad (19)$$

e per il corrispondente spostamento $X(t_{s+1})$:

$$X(t_{s+1}) = X(t_s) + \dot{X}(t_s) (t_{s+1} - t_s) + \frac{2\ddot{X}(t_s) + \ddot{X}(t_{s+1})}{6} (t_{s+1} - t_s)^2 \quad (20)$$

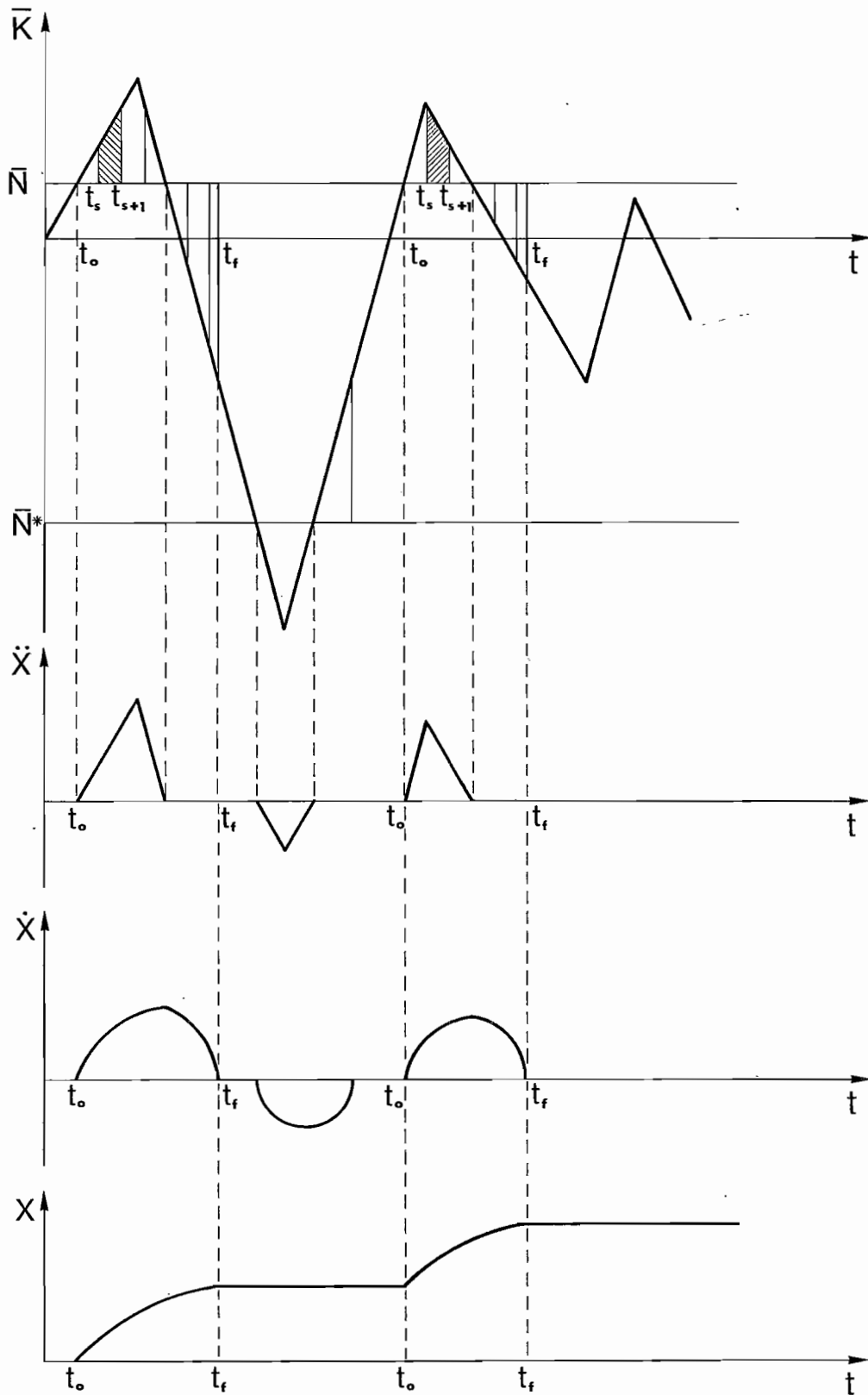


Fig. 8. - Determinazione dell'andamento delle velocità $\dot{X}(t)$ e degli spostamenti $X(t)$ mediante integrazione diretta dell'accelerogramma $K(t)$.

Per fissare il limite dell'intervallo d'integrazione è necessario calcolare il valore t_f per cui $X(t_f) = 0$.

Per variazioni lineari delle accelerazioni l'andamento di $\dot{X}(t)$ è del tipo:

$$\dot{X}(t) = pt^2 + qt + r \quad (21)$$

ed il tempo t_f è dato da

$$t_f = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \quad (22)$$

I coefficienti p , q ed r sono valutati introducendo nella (21) tre valori di velocità calcolati ed i corrispondenti tempi; con riferimento alla fig. 9, si possono scegliere: \dot{X}_{k+1} , primo valore negativo della velocità calcolata e \dot{X}_k , \dot{X}_{k-1} ultimi due valori positivi.

4.5 Spostamento finale

Il procedimento illustrato al punto 4 viene ripetuto ogni volta che $K(t)$ supera l'accelerazione di soglia N ; gli spostamenti al tempo t_f di ogni intervallo vengono sommati e forniscono lo spostamento totale alla fine dell'evento dinamico.

Tale procedimento si riferisce alle sole accelerazioni $K(t)$ che generano movimenti verso il basso; a causa di accelerazioni di segno opposto, vengono trasmesse al solido anche forze dinamiche F_D che possono teoricamente causare movimenti verso l'alto; è infatti possibile che la resistenza dinamica minima F_e^* , che si oppone agli spostamenti verso l'alto, seppure molto più elevata della corrispondente F_e , venga superata dalla F_D .

Come indicato in fig. 8, in accordo con l'evidenza dei fenomeni osservabili nella realtà, questi spostamenti non possono essere sottratti a quelli diretti verso il basso e perciò, insieme alle corrispondenti accelerazioni e velocità di segno negativo, non vengono calcolati.

Qualora si utilizzino parametri di resistenza al taglio di picco, si può confrontare lo spostamento accumulato ad ogni istante con uno spostamento limite, oltre il quale si raggiungono le condizioni di resistenza residue.

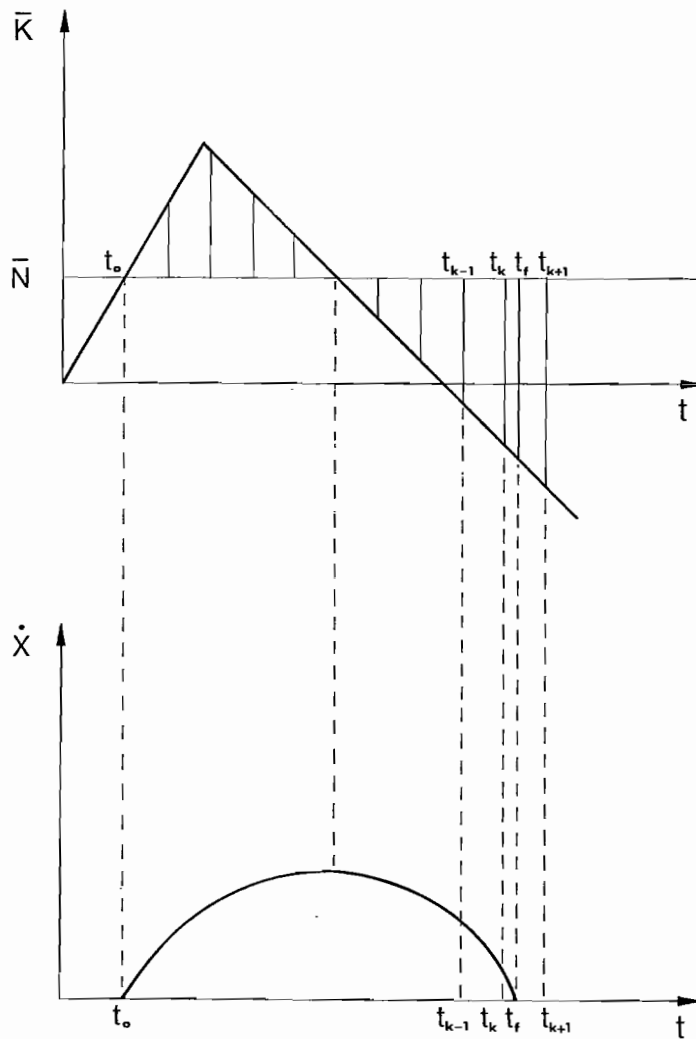


Fig. 9. - Determinazione del tempo di annullamento della velocità relativa.

A partire dai parametri di resistenza residua, viene determinato un nuovo valore della resistenza dinamica minima ed il calcolo continua con un valore più piccolo dell'accelerazione di soglia.

5. Esempio di applicazione

Allo scopo di illustrare le caratteristiche del metodo sviluppato nella presente nota, viene studiata la stabilità di un pendio in roccia, interessato da tre sistemi di discontinuità A, B e C. Il fronte F, il piano superiore S e i tre sistemi di discontinuità delimitano un volume di roccia avente possibilità cinematica di scivolamento lungo la linea di intersezione dei piani A e B (fig. 10).

I valori medi di giacitura dei piani e dei parametri fisici, geometrici e di resistenza sono riportati nelle Tabelle 1 e 2.

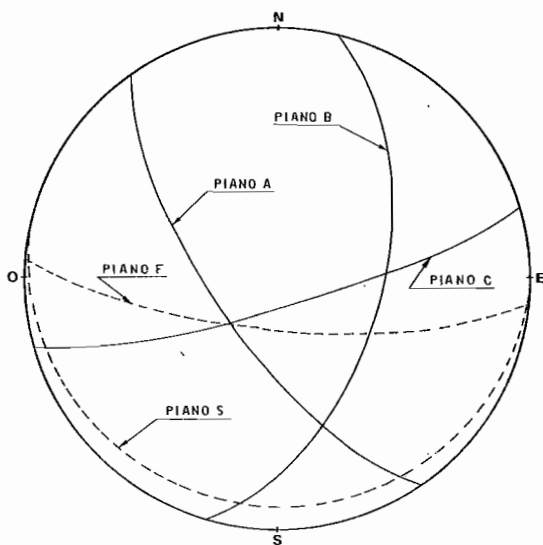


Fig. 10. - Rappresentazione stereografica dei piani che individuano il volume di roccia potenzialmente instabile.

Tabella 1

Direzione di immersione α ed immersione ψ del piano del fronte F, del piano superiore S e dei piani di discontinuità A, B e C.

| Piano | α (°) | ψ (°) |
|-------|--------------|------------|
| F | 185 | 75 |
| S | 195 | 12 |
| A | 235 | 70 |
| B | 105 | 55 |
| C | 165 | 80 |

Tabella 2

Peso specifico apparente γ_R , altezza del fronte H e angolo di attrito φ dei piani di discontinuità.

| γ_R (KN/m ³) | H(m) | φ (°) |
|---------------------------------|------|---------------|
| 26.5 | 30 | 35 |

Si sono in primo luogo calcolati il fattore di sicurezza statico e pseudostatico; i valori ottenuti al variare del coefficiente sismico K_S sono riportati in Tabella 3.

Tabella 3

Fattori di Sicurezza F calcolati al variare del coefficiente sismico K_S .

| K_S (-) | F (-) |
|-----------|-------|
| 0.00 | 1.41 |
| 0.05 | 1.27 |
| 0.10 | 1.15 |
| 0.15 | 1.04 |
| 0.20 | 0.95 |

Volendo studiare il problema con il metodo proposto, si assume un evento dinamico costituito da una serie di accelerogrammi (fig. 11)

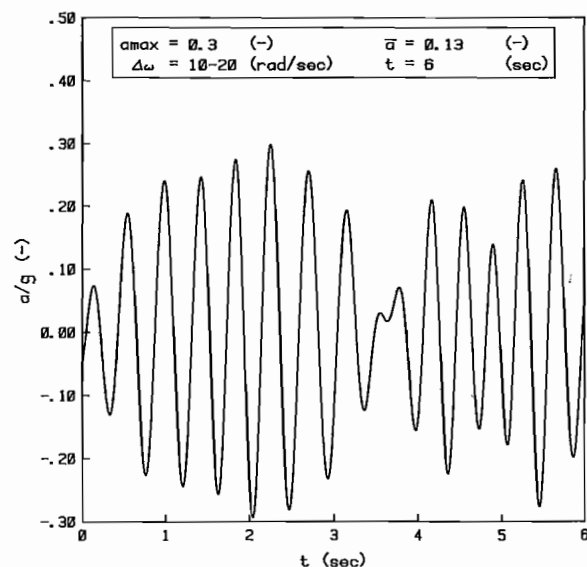


Fig. 11. - Esempio di accelerogramma utilizzato nelle analisi.

Tabella 4
Spostamenti finali δ del volume di roccia.

| Analisi | amax (—) | ω (rad/sec) | t (sec) | a (—) | FD (—) | δ (cm) |
|---------|-------------|-----------------------|------------|----------|-----------|------------------|
| 1 | 0.30 | 0-10 | 6 | 0.12 | 1.11 | 1.35 |
| 2 | 0.30 | 10-20 | 6 | 0.13 | 1.09 | 0.68 |
| 3 | 0.30 | 20-30 | 6 | 0.13 | 1.07 | 0.38 |
| 4 | 0.30 | 30-40 | 6 | 0.13 | 1.09 | 0.26 |
| 5 | 0.20 | 10-20 | 6 | 0.08 | 1.20 | 0.04 |
| 6 | 0.25 | 10-20 | 6 | 0.11 | 1.14 | 0.14 |
| 7* | 0.40 | 10-20 | 6 | 0.18 | 0.99 | 12.0 |
| 8 | 0.25 | 30-40 | 6 | 0.11 | 1.13 | 0.03 |
| 9 | 0.40 | 30-40 | 6 | 0.18 | 0.99 | 1.35 |
| 10 | 0.25 | 10-20 | 9 | 0.11 | 1.13 | 0.24 |
| 11 | 0.30 | 10-20 | 9 | 0.13 | 1.09 | 1.15 |
| 12* | 0.40 | 10-20 | 9 | 0.18 | 0.99 | 24.0 |
| 13 | 0.40 | 10-20 | 3 | 0.18 | 0.99 | 2.24 |
| 14 | 0.40 | 20-30 | 6 | 0.18 | 0.99 | 2.90 |

* In seguito al superamento dello spostamento critico (3 cm), si è assunto un angolo di attrito residuo pari a 30°.

generati variando in modo parametrico le seguenti grandezze (2):

- accelerazione massima e media;
- durata significativa;
- intervallo di frequenze angolari cui competono le massime accelerazioni.

Gli spostamenti finali del volume di roccia, ricavati mediante il codice di calcolo SISMIC, sulla base della serie di accelerogrammi generati, sono riportati in tabella 4 e nei diagrammi di fig. 12.

Alla luce di tali risultati possono essere formulate le seguenti osservazioni:

1) I valori degli spostamenti finali del volume di roccia aumentano con la durata e l'accelerazione media e diminuiscono all'aumentare delle frequenze presenti.

2) L'assunzione nelle analisi pseudostatiche di un coefficiente sismico K_s pari alla massima accelerazione registrata porta a conclusioni pessimistiche sulla stabilità del pendio. Ad esempio, con $K_s = 0.25$ si ottiene un fattore di sicurezza di 1.13 a fronte di spostamenti del tutto trascurabili (analisi 6, 8, 10).

3) L'analisi pseudostatica, non tenendo conto della durata e delle frequenze dell'accelerogramma e della caduta dei parametri di resistenza al progredire dello spostamento, può portare ad un'errata valutazione della stabilità

anche quando si assuma come coefficiente sismico il valore medio delle accelerazioni; ad esempio per uno stesso valore di fattore di sicurezza pari a 0,99 si ottengono spostamenti tra 1 e 24 centimetri (analisi 7, 9, 12, 13, 14).

6. Conclusioni

È stato studiato un metodo di calcolo per la valutazione della stabilità in campo tridimensionale di un volume di roccia sottoposto ad azioni di tipo dinamico.

Il codice di calcolo automatico SISMIC, messo a punto sulla base del metodo proposto, permette di determinare gli spostamenti del solido di roccia a partire dal reale andamento di un accelerogramma di progetto.

Un esempio di applicazione, scelto tra i problemi di stabilità studiati con il codice di calcolo SISMIC, ha confermato che il Fattore di Sicurezza pseudostatico non può essere assunto come unico mezzo di verifica della stabilità in quanto non tiene conto:

— della durata e del contenuto di frequenze dell'accelerogramma di progetto;

— del decadimento delle caratteristiche di resistenza al taglio con il progredire degli spostamenti.

(2) La tecnica semplificata di generazione è riportata in Appendice II.

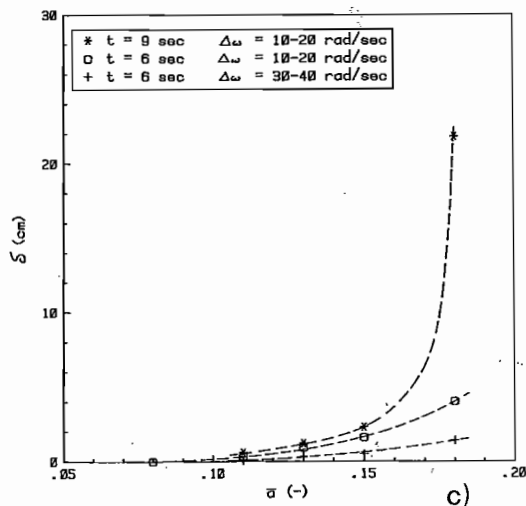
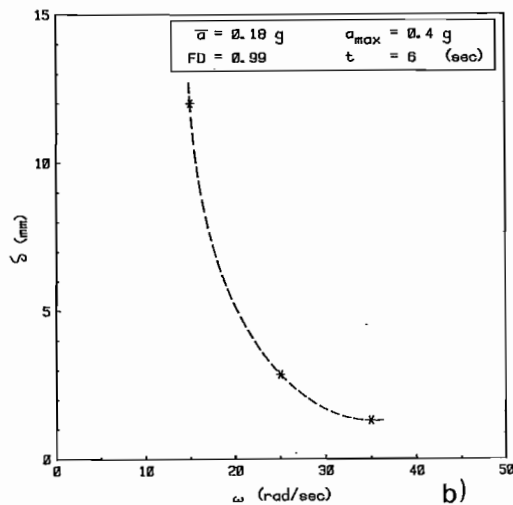
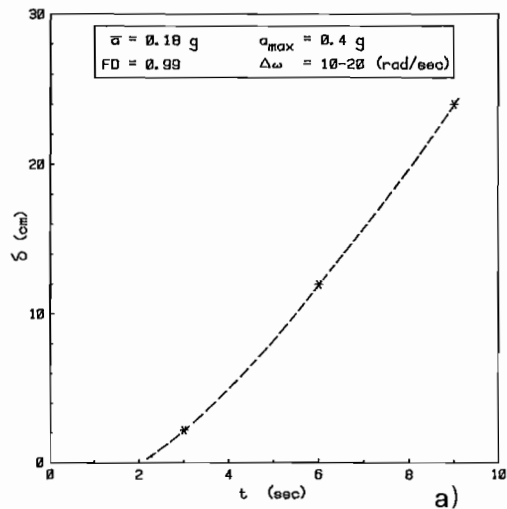


Fig. 12. - Spostamenti del volume di roccia in funzione di a) la durata t dell'accelerogramma, b) il contenuto di frequenze ω , c) l'accelerazione media \bar{a} .

BIBLIOGRAFIA

BARLA G., GIANI G. P., SCAVIA C. (1982) - *Il Programma Slope per l'Analisi Interattiva della Stabilità dei Pendii Natu-*

rali. Convegno Nazionale sul Progetto Finalizzato Conservazione del Suolo, Roma.

CRAWFORD A. M., CURRAN J. H. (1982) - *The Influence of Rate and Displacement - Dependent Shear Resistance on the Response of Rock Slopes to Seismic Loads*. International Journal of Rock Mechanics Science and Geomechanics Abstract, Vol. 19.

HOEK E., BRAY J. W. (1977) - *Rock Slope Engineering*. Institution of Mining and Metallurgy, London.

MAKDISI F. I., SEED H. B. (1977) - *A Simplified Procedure for Estimating Earthquake Induced Deformation in Dams and Embankments*. Earthquake Engineering Research Center, Report EERC 77-19, University of California, Berkeley.

NEWMARK N. M. (1965) - *Effects of Earthquake on Dams and Embankments*. Geotechnique 15, n. 2.

OTTAVIANI M. (1979) - *Analisi dinamica di dighe in terra*. Rivista Italiana di Geotecnica, anno XIII, n. 3.

OTTAVIANI M., BERSANI A. (1979) - *Influenza dei depositi superficiali sulle caratteristiche del terremoto di progetto*. L'ingegnere, anno LIV, n. 7-8.

APPENDICE I

Viene di seguito riportato in dettaglio il procedimento di calcolo messo a punto da HOEK e BRAY [1977] al fine di valutare il Fattore di Sicurezza statico e pseudostatico di pendii in roccia in condizioni tridimensionali.

Negli sviluppi analitici del metodo, le cui linee generali sono state precedentemente illustrate, le grandezze di tipo vettoriale sono individuate mediante le loro componenti rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali oxyz definito da (fig. I.1):

- l'asse z , verticale e diretto verso l'alto;
- l'asse y , orizzontale e coincidente con la direzione del Nord;
- l'asse x , orizzontale e perpendicolare a z e y .

Dati di ingresso

La verifica di stabilità viene effettuata a partire dalle seguenti grandezze (fig. I.2):

α_A, ψ_A : direzione di immersione ed immersione del piano A;

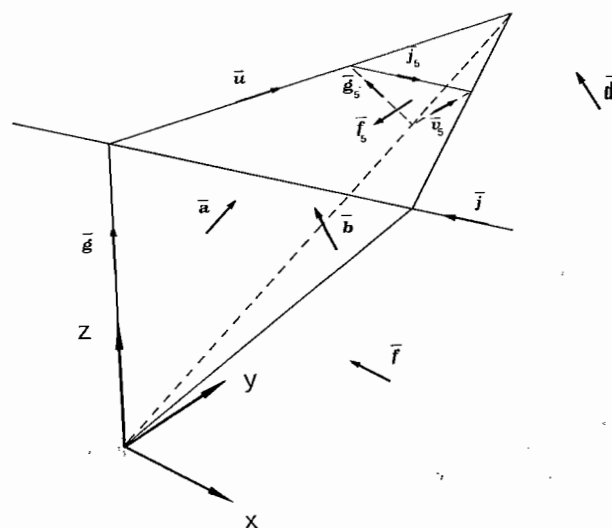


Fig. I.1. - Sistema di riferimento ortogonale cartesiano oxyz.

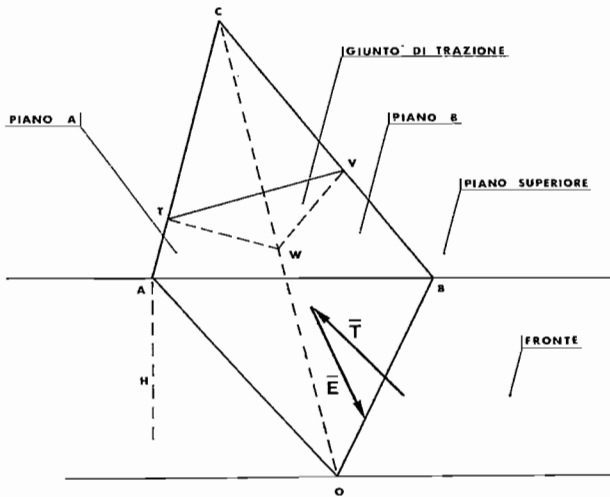


Fig. I.2. - Geometria del solido potenzialmente instabile.

- α_B, ψ_B : direzione di immersione ed immersione del piano B;
- α_F, ψ_F : direzione di immersione ed immersione del fronte;
- α_S, ψ_S : direzione di immersione ed immersione del fronte superiore;
- α_{TT}, ψ_{TT} : direzione di immersione ed immersione del giunto di trazione;
- α_t, ψ_t : direzione di immersione ed immersione della forza stabilizzante;
- α_e, ψ_e : direzione di immersione ed immersione della forza pseudostatica;
- T : intensità della forza stabilizzante;
- E : intensità della forza pseudostatica;
- H : elevazione del punto A rispetto al piede del pendio;
- L : distanza del punto A dal punto T;
- z : elevazione della superficie libera dell'acqua rispetto al punto W;
- γ_R, γ_W : peso specifico della roccia, dell'acqua;
- c_A, φ_A : coesione ed angolo di attrito del piano A;
- c_B, φ_B : coesione ed angolo di attrito del piano B.

Versori normali ai piani

Le giaciture dei piani che delimitano il solido potenzialmente instabile vengono definite dai seguenti versori (figura I.1):

- a, normale al piano A;
- b, normale al piano B;
- d, normale al piano superiore;
- f, normale al piano del fronte;
- f₅, normale al giunto di trazione;

le cui componenti nel sistema oxyz possono essere espresse in funzione della direzione di immersione α e dell'inclinazione ψ dei relativi piani.

Ad esempio, per il piano A è possibile scrivere (fig. I.3):

$$\begin{aligned} a_x &= \sin\psi_A \sin\alpha_A \\ a_y &= \sin\psi_A \cos\alpha_A \\ a_z &= \cos\psi_A \end{aligned} \quad (1)$$

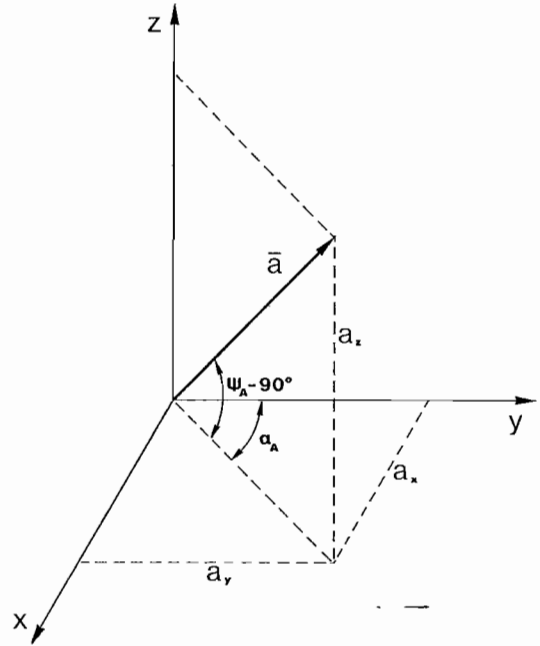


Fig. I.3. - Definizione del versore a mediante le componenti.

dove a_x, a_y, a_z sono le componenti del versore normale a su x, y, z .

Il versore a può quindi essere espresso come:

$$a = (\sin\psi_A \sin\alpha_A, \sin\psi_A \cos\alpha_A, \cos\psi_A) \quad (2)$$

Nello stesso modo si ottengono:

$$\begin{aligned} b &= (\sin\psi_B \sin\alpha_B, \sin\psi_B \cos\alpha_B, \cos\psi_B) \\ d &= (\sin\psi_S \sin\alpha_S, \sin\psi_S \cos\alpha_S, \cos\psi_S) \\ f &= (\sin\psi_F \sin\alpha_F, \sin\psi_F \cos\alpha_F, \cos\psi_F) \\ f_5 &= (\sin\psi_{TT} \sin\alpha_{TT}, \sin\psi_{TT} \cos\alpha_{TT}, \cos\psi_{TT}) \end{aligned} \quad (3)$$

Versori delle forze esterne

Vengono definiti i versori t ed e nella direzione della forza stabilizzante T e pseudostatica E.

Le componenti di t e di e sono (fig. I.4):

$$\begin{aligned} t &= (\cos\psi_t \sin\alpha_t, \cos\psi_t \cos\alpha_t, -\sin\psi_t) \\ e &= (\cos\psi_e \sin\alpha_e, \cos\psi_e \cos\alpha_e, -\sin\psi_e) \end{aligned} \quad (4)$$

Vettori delle linee di intersezione

La giacitura della linea di intersezione tra due piani è individuata dal prodotto esterno dei loro versori normali. Con riferimento alla fig. I.5, si ha:

$$\begin{aligned} g &= (f_y a_z - f_z a_y, f_z a_x - f_x a_z, f_x a_y - f_y a_x) \\ g_5 &= (f_{5y} a_z - f_{5z} a_y, f_{5z} a_x - f_{5x} a_z, f_{5x} a_y - f_{5y} a_x) \\ i &= (b_y a_z - b_z a_y, b_z a_x - b_x a_z, b_x a_y - b_y a_x) \\ J &= (f_y d_z - f_z d_y, f_z d_x - f_x d_z, f_x d_y - f_y d_x) \\ J_5 &= (f_{5y} d_z - f_{5z} d_y, f_{5z} d_x - f_{5x} d_z, f_{5x} d_y - f_{5y} d_x) \\ u &= (a_y d_z - a_z d_y, a_z d_x - a_x d_z, a_x d_y - a_y d_x) \\ u &= (b_y f_z - b_z f_y, b_z f_x - b_x f_z, b_x f_y - b_y f_x) \\ v_5 &= (b_y f_{5z} - b_z f_{5y}, b_z f_{5x} - b_x f_{5z}, b_x f_{5y} - b_y f_{5x}) \end{aligned} \quad (5)$$

dove: g, g₅, i, J, J₅, u, v, v₅ sono i versori rispettivamente nella direzione delle linee di intersezione 1, 7, 5, 6, 9, 3, 2 ed 8.

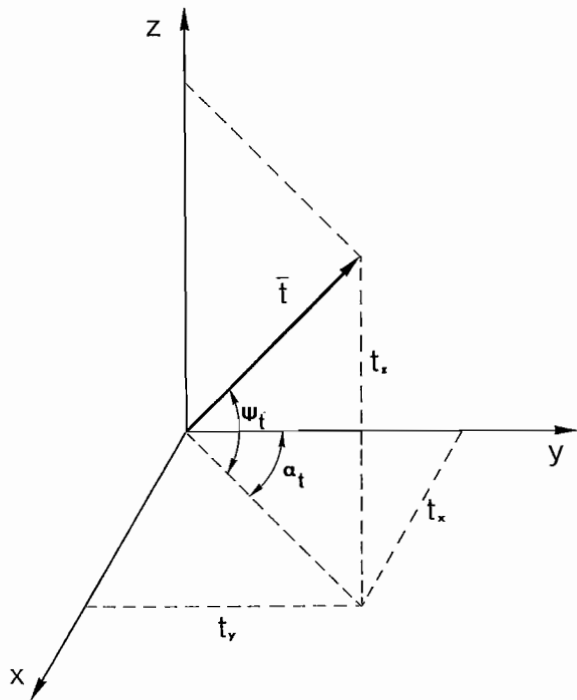


Fig. I.4. - Definizione del versore \bar{t} mediante le componenti.

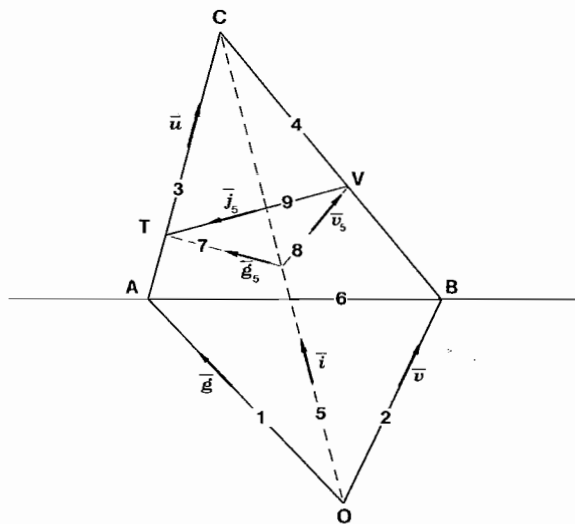


Fig. I.5. - Vettori delle linee di intersezione.

Controlli cinematici di scivolamento

Lo scivolamento di tipo tridimensionale è cinematicamente possibile se la linea di intersezione tra i piani A e B incontra sia il piano superiore che il piano del fronte.

Al fine di esprimere analiticamente tali condizioni, definiamo con p la proiezione di \bar{i} nella direzione di \bar{d} e con q la proiezione di $-\bar{i}$ nella direzione di \bar{f} :

$$\begin{aligned} p &= \bar{i} \times \bar{d} \\ q &= (-\bar{i}) \times \bar{f} \end{aligned} \quad (6)$$

Perché esista la possibilità cinematica di scivolamento, occorre che vengano contemporaneamente soddisfatte le seguenti condizioni (fig. I.6):

$$p > 0, \quad q > 0 \quad (7)$$

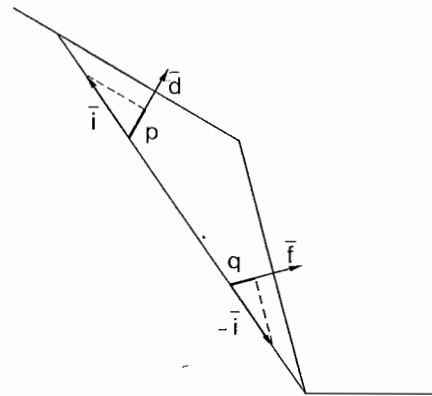


Fig. I.6. - Esempio di solido avente possibilità cinematica di scivolamento ($q > 0, p > 0$).

In fig. I.7 sono rappresentate alcune configurazioni del pendio per le quali non risulta possibile alcun cinematico tridimensionale.

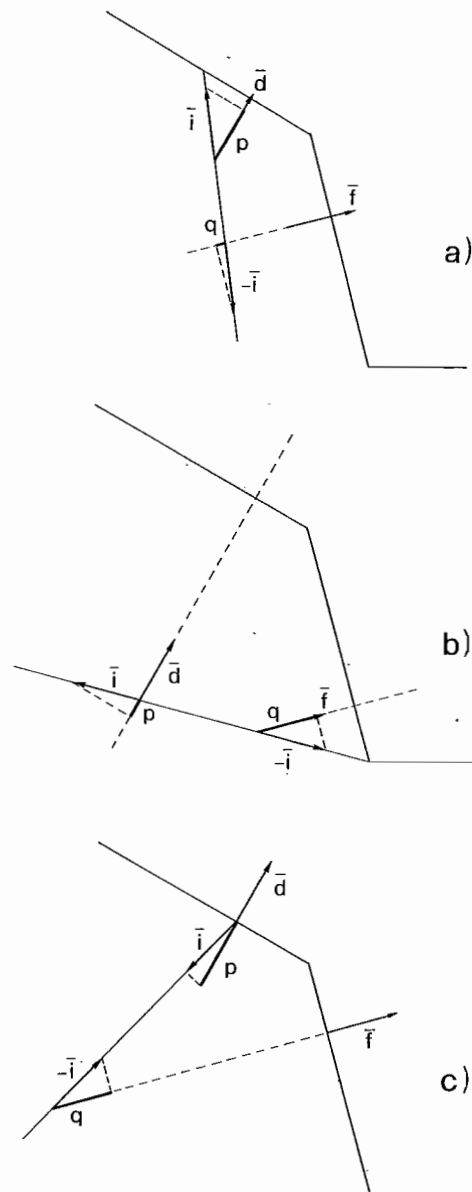


Fig. I.7. - Esempi di solidi privi di possibilità cinematica di scivolamento: a) $p > 0, q < 0$; b) e c) $p < 0, q > 0$.

Area del piano A

Con riferimento alla fig. I.8, la superficie del piano di possibile scivolamento A coincide, in assenza di giunto di trazione, con quella del triangolo ACO e, in presenza di giunto di trazione, con quella del quadrilatero ATWO; differenza delle aree dei triangoli ACO e TCW.

L'area di ogni triangolo equivale alla metà del prodotto vettoriale tra i vettori delle linee che costituiscono due suoi lati:

$$\text{Area di ACO} = \frac{1}{2} |\overline{OA} \overline{OC}| = \frac{1}{2} |\overline{OA}| |\overline{OC}| \sin \vartheta_{15} \quad (8)$$

$$\text{Area di TCW} = \frac{1}{2} |\overline{WC} \overline{WT}| = \frac{1}{2} |\overline{WC}| |\overline{WT}| \sin \vartheta_{57}$$

dove ϑ_{15} e ϑ_{57} son gli angoli tra le linee di intersezione 1,5 e 5,7 (fig. I.8).

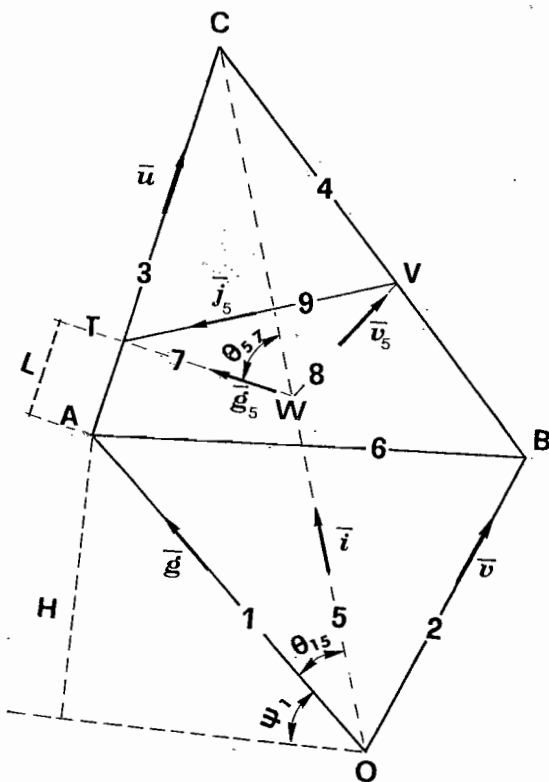


Fig. I.8. - Grandezze necessarie alla determinazione delle misure geometriche del solido.

Per determinare la superficie di ACO, occorre esprimere OA, OC e $\sin \vartheta_{15}$ in funzione dell'altezza H del pendio, dei versori normali ai piani e dei vettori delle linee di intersezione.

La giacitura di OA è definita dal vettore g, normale ai versori f ed a:

$$\mathbf{g} = \mathbf{f} \wedge \mathbf{a} \quad (9)$$

La lunghezza |OA| (intensità del vettore OA) vale:

$$|\overline{OA}| = \frac{H}{\sin \psi_1} \quad (10)$$

Il $\sin \psi_1$ si ottiene osservando che la proiezione g_z di g sull'asse z vale (fig. I.8):

$$g_z = |g| \cos(\psi_1 - 90^\circ) \quad (11)$$

da cui deriva:

$$\sin \psi_1 = \frac{g_z}{|g|} \quad (12)$$

Sostituendo l'espressione di $\sin \psi_1$ nella (10), si ottiene:

$$|\overline{OA}| = \frac{H |g|}{g_z} \quad (13)$$

che posto:

$$h = \frac{H}{g_z} \quad (14)$$

diventa:

$$|\overline{OA}| = h |g| \quad (15)$$

Il vettore OA risulta determinato come:

$$\overline{OA} = h \mathbf{g} \quad (16)$$

La giacitura di OC coincide con quella del versore i, mentre la lunghezza |OC| può essere ricavata applicando il teorema dei seni al triangolo OAC:

$$|\overline{OC}| = \frac{|\overline{OA}| \sin \vartheta_{13}}{\sin \vartheta_{35}}; \quad (17)$$

$\sin \vartheta_{35}$ può essere espresso come fattore di prodotto vettoriale:

$$\sin \vartheta_{35} = \frac{|\mathbf{i} \wedge \mathbf{u}|}{|\mathbf{i}| |\mathbf{u}|} \quad (18)$$

Essendo:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{d} \wedge \mathbf{a} \\ \mathbf{i} \times \mathbf{a} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (19)$$

si può scrivere:

$$\begin{aligned} |\mathbf{i} \wedge \mathbf{u}| &= |\mathbf{i} \wedge (\mathbf{d} \wedge \mathbf{a})| \\ &= |(\mathbf{i} \times \mathbf{a}) \mathbf{d} - (\mathbf{i} \times \mathbf{d}) \mathbf{a}| \\ &= |\mathbf{i} \times \mathbf{d}| \end{aligned} \quad (20)$$

Sostituendo la (20) nella (18) si ottiene:

$$\sin \vartheta_{35} = \frac{|\mathbf{i} \times \mathbf{d}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{i}|} \quad (21)$$

che posto $|\mathbf{i} \times \mathbf{d}| = p$ diventa:

$$\sin \vartheta_{35} = \frac{|p|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{i}|} \quad (22)$$

Per $\sin \vartheta_{13}$ si può analogamente scrivere:

$$\sin \vartheta_{13} = \frac{|\mathbf{u} \wedge \mathbf{g}|}{|\mathbf{i}| |\mathbf{g}|} \quad (23)$$

che posto:

$$|\mathbf{u} \wedge \mathbf{g}| = |(\mathbf{d} \times \mathbf{g}) \mathbf{a} - (\mathbf{a} \times \mathbf{g}) \mathbf{d}| = |\mathbf{d} \times \mathbf{g}| \quad (24)$$

e:

$$\mathbf{m} = \mathbf{d} \times \mathbf{g} \quad (25)$$

si può scrivere come:

$$\sin \vartheta_{13} = \frac{|\mathbf{m}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{g}|} \quad (26)$$

Se si sostituiscono le (16), (22) e (26) nella (17) si ottiene:

$$|OC| = \frac{h |i| |m|}{|p|} \quad (27)$$

Il $\sin \vartheta_{15}$ è esprimibile come:

$$\sin \vartheta_{15} = \frac{|i \wedge g|}{|i| |g|} \quad (28)$$

Posto:

$$\begin{aligned} |i \wedge g| &= |(b \wedge a) \wedge g| \\ &= |(b \times g) a - (a \times g) b| \\ &= |b \times g| \end{aligned} \quad (29)$$

e:

$$b \times g = q \quad (30)$$

l'area di ACO diventa:

$$\text{Area di ACO} = \frac{|m| |q| h^2}{2 |p|} \quad (31)$$

Con procedimento analogo si ottengono:

$$\text{Area di BCO} = \frac{h m^2 |q|}{2 |p| n} \quad (32)$$

con $n = J \wedge b$

$$\text{Area di TCW} = \frac{|m| q_5 h^2}{2 |p|} \quad (33)$$

con:

$$q_5 = b \times g_5 \quad (34)$$

e:

$$h_5 = \frac{H_5}{g_{5z}} \quad (35)$$

L'area del piano di potenziale scivolamento A in presenza di giunto di trazione vale quindi:

$$\begin{aligned} \text{Area di ATWO} &= \text{Area (ACO - TCW)} \\ &= \frac{|m| |q| h^2 - |m_5| q_5 h^2}{2 |p|} \end{aligned} \quad (36)$$

Area del piano B

La superficie di scivolamento B coincide, in assenza di giunto di trazione, con quella del triangolo BCO e, in presenza di giunto di trazione, con quella del quadrilatero BVWO, differenza tra le aree dei triangoli BCO e VCW.

Con considerazioni analoghe a quelle fatte per la superficie di scivolamento A, si può scrivere:

$$\text{Area di BCO} = \frac{1}{2} |OC \wedge OB| = \frac{h^2 m^2}{2 |p|} \left| \frac{q}{n} \right| \quad (37)$$

$$\text{Area di VWC} = \frac{1}{2} |WC \wedge WV| = \frac{h^2 m^2}{2 |p|} \frac{q_5}{n_5} \quad (38)$$

con:

$$|m_5| = |a \times J_5|; \quad n_5 = b \times J_5 \quad (39)$$

Area di OBVW = (BCO - VCW)

$$= \frac{\frac{q}{n} m^2 h^2 - \frac{q_5}{n_5} m^2 h^2}{2 |p|} \quad (40)$$

Area del giunto di trazione

In accordo con le notazioni della fig. I.8, l'area del giunto di trazione WTV può essere espressa da:

$$\text{Area WTV} = \frac{1}{2} |WT| |WV| \sin \vartheta_{78} \quad (41)$$

Esprimendo le grandezze che compaiono nella (41) in funzione di H_5 , altezza di T rispetto a W, si ottiene:

$$|WT| = \frac{H_5 |g_5|}{g_{5z}} \quad (42)$$

$$|WV| = \frac{H_5 |v_5| |m_5|}{g_{5z} |n_5|} \quad (43)$$

$$\sin \vartheta_{78} = \frac{q_5}{|g_5| |v_5|} \quad (44)$$

$$\text{Area di WTV} = \frac{|m_5| q_5 h^2}{n_5} \quad (45)$$

con:

$$h_5 = \frac{H_5}{g_{5z}}$$

Il valore di H_5 non è generalmente noto e deve essere espresso in funzione delle lunghezze H ed L, che figurano tra i dati di ingresso del problema. Come risulta dalla fig. I.8:

$$|TC| = |AC| - L \quad (46)$$

Applicando il teorema di Carnot al triangolo ACO si può scrivere:

$$|AC| = \sqrt{|OC|^2 + |OA|^2 - 2|OC| |OA| \cos \vartheta_{15}} \quad (47)$$

Se si sostituiscono le (15) e (27) nella (47) si ottiene:

$$|AC| = \sqrt{\frac{h^2}{|g|^2} + \frac{m^2 h^2 |i|^2}{p^2} - \frac{2m^2 \lambda}{p}} \quad (48)$$

essendo:

$$\cos \vartheta_{15} = \frac{(i \times g)}{|i| |g|} \quad (49)$$

e:

$$\lambda = i \times g \quad (50)$$

La (48) può anche essere scritta come:

$$|AC| = \frac{h}{p} \sqrt{|g|^2 p^2 + m^2 |i|^2 - 2m \lambda} \quad (51)$$

Analogamente, applicando il teorema di Carnot al triangolo WTC, si ottiene:

$$|TC| = \sqrt{|WT|^2 + |WC|^2 - 2|WT| |WC| \cos \vartheta_{57}} \quad (52)$$

Sostituendo le espressioni di |WT| e |WC| nella (52) e ponendo:

$$\cos \vartheta_{57} = \frac{(i \times g_5)}{|i| |g_5|} \quad (53)$$

e:

$$\lambda_5 = i \times g_5 \quad (54)$$

si ricava

$$|TC| = \frac{h_5}{p} \sqrt{|g_5|^2 p^2 + m^2 |i|^2 - 2m_5 \lambda_5} \quad (55)$$

Se si sostituiscono le espressioni di $|TC|$ ed $|AC|$ nella (46), si ottiene:

$$\frac{h_5}{p} \sqrt{|g_s|^2 p^2 + m^2 |i|^2 - 2m_5 \lambda_5} = \frac{h}{p} \sqrt{|g|^2 p^2 + m^2 |i|^2 - 2m \lambda - L} \quad (56)$$

che posto:

$$M_5 = \sqrt{|g_s|^2 p^2 + m^2 |i|^2 - 2m_5 \lambda_5} \quad (57)$$

e

$$M = \sqrt{|g|^2 p^2 + m^2 |i|^2 - 2m \lambda} \quad (58)$$

diventa:

$$h_5 = \frac{M - Lp}{M_5} \quad (59)$$

o anche:

$$H_5 = \frac{(M - Lp) g_{5z}}{M_5} \quad (60)$$

Sottospinte idrauliche sui piani A e B e sul giunto di trazione

L'espressione delle forze dovute alle sottospinte idrauliche è ricavata nell'ipotesi che l'acqua possa infiltrarsi solo dalla parte superiore del giunto di trazione (fig. I.9) e che la pressione aumenti linearmente lungo il giunto di trazione, fino a raggiungere un valore massimo p_m nel punto punto W, da cui decresce linearmente a zero nel punto O.

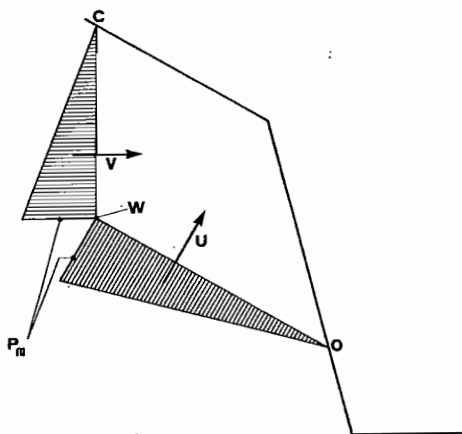


Fig. I.9. - Schema di distribuzione delle pressioni idrauliche.

Il valore p_m si ottiene moltiplicando il peso specifico γ_w dell'acqua per l'elevazione z del pelo libero rispetto al punto W:

$$p_m = \gamma_w Z \quad (61)$$

Le forze idrostatiche U_A , U_B e V agenti sui piani A e B e sul giunto di trazione si ricavano assumendo che le pressioni decrescano linearmente a zero in corrispondenza delle linee di intersezione con il fronte ed il piano superiore; determinando i volumi delle tre piramidi aventi per

base rispettivamente i piani A, B ed il giunto di trazione e per altezza p_m , si ottiene:

$$\begin{aligned} |U_A| &= \frac{1}{3} p_m A_A \\ |U_B| &= \frac{1}{3} p_m U_B \\ |V| &= \frac{1}{3} p_m A_T \end{aligned} \quad (62)$$

dove A_A , A_B , A_T sono le aree dei piani A e B e del giunto di trazione.

Volume e peso

Il volume ed il peso del solido potenzialmente instabile, coincidono, in assenza di giunto di trazione, con quelli del tetraedro ABCO o, in presenza di giunto di trazione con quelli del solido AOBVWT, differenza tra i tetraedri ABOC e TCWV.

Il volume dei tetraedri può essere espresso come la sesta parte del prodotto misto di tre vettori rappresentativi di tre lati convergenti nello stesso vertice:

$$\begin{aligned} \text{Volume di ABCO} &= \frac{|OB \wedge OC \times OA|}{6} \\ &= \frac{||OB \vee OC| |OA| \cos \alpha'|}{6} \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} \text{Volume di TCWV} &= \frac{|WV \wedge WC \times WT|}{6} \\ &= \frac{||WV \wedge WC| \times WT| \cos \alpha''}{6} \end{aligned} \quad (64)$$

dove:

α' = angolo tra b e g (il vettore $|OB \wedge OC|$ è diretto come b);

α'' = angolo tra b e g_s (il vettore $|WV \wedge WC|$ è diretto come b).

Per il volume di ABCO, ricordando che:

$$|OB \wedge OC| = \frac{m h^2}{|p|} \left| \frac{p}{n} \right| \quad (65)$$

con:

$$|OA| = h |g| \quad (66)$$

ed esprimendo il $\cos \alpha'$ come:

$$\cos \alpha' = \frac{(b \times g)}{|b| |g|} = \frac{q}{|g|} \quad (67)$$

si ottiene:

$$\text{Volume ABCO} = \frac{q^2 m^2 h^3}{6|n| |p|} \quad (68)$$

Con procedimento analogo si ricava:

$$\text{Volume di TCVW} = \frac{q^3 m^3 h^3}{6|p| |n_s|} \quad (69)$$

Il peso $|W|$ del solido potenzialmente scivolante vale, in assenza del giunto di trazione:

$$\text{Peso di ABCO} = \frac{q^2 m^2 h^3 \gamma_R}{6|h| |q|} \quad (70)$$

e, in presenza di giunto di trazione:

$$\text{Peso di AOBVWT} = \frac{q^2 m^2 h^3 \gamma_R}{6|n| |p|} - \frac{q^3 m^3 h^3 \gamma_R}{6|n_s| |p|} \quad (71)$$

con γ_R peso specifico della roccia.

Reazioni normali ai piani A e B

Con riferimento alle notazioni di fig. I.10 si possono scrivere due equazioni di equilibrio alla traslazione lungo le direzioni di a e di b:

$$(N_a + U_A) + (|N_b| + |U_B|) b \times a + |W| (-w) \times a + |V| f_5 \times a + |T| t \times a + |E| e \times a = 0 \quad (72)$$

$$(N_b + U_B) + (|N_a| + |U_A|) a \times b + |W| (-w) \times b + |V| f_5 \times b + |T| t \times b + |E| e \times b = 0$$

dove:

w = versore della direzione del peso W ;

N_a, N_b = reazioni normali efficaci sui piani A e B.

Dalla risoluzione del sistema (74) si ottiene:

$$|N_a| = \frac{|W| (a_z - r b_z) + |V| (v_5 r - s_5) + |T| (r v - s) + |E| (r v_e - s_e) - U_A (1 - r^2)}{1 - r^2} \quad (75)$$

$$|N_b| = \frac{|W| (b_z - r a_z) + |V| (s_5 r - v_5) + |T| (r s - v) + |E| (r s_e - v_e) - U_B (1 - r^2)}{1 - r^2}$$

Cinematismi tridimensionali

Sulla base dei valori positivi o negativi di N_a e N_b , possono originarsi i seguenti cinematismi tridimensionali (figura I.11):

a) se $N_a > 0$ e $N_b > 0$, il solido mantiene il contatto con i piani A e B e può scivolare lungo la loro linea di intersezione (cinematismo 1).

b) Se $N_a > 0$ e $N_b < 0$, è perso il contatto sul piano B e lo scivolamento può avvenire lungo la linea di massima pendenza di A (cinematismo 2).

c) Se $N_a < 0$ e $N_b > 0$, lo scivolamento può avvenire lungo la linea di massima pendenza di B (cinematismo 2).

d) Se $N_a < 0$ e $N_b < 0$, il solido perde il contatto su entrambi i piani A e B: si assume l'instabilità senza calcolare il Fattore di Sicurezza.

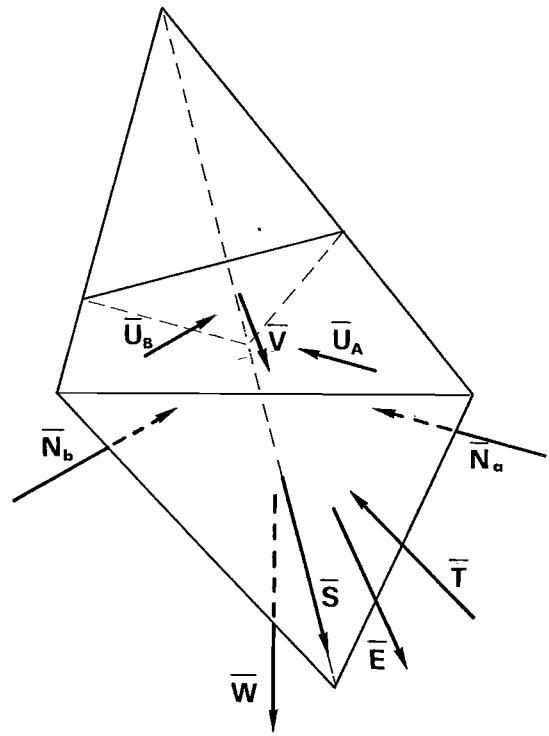


Fig. I.10. - Forze agenti sul solido di roccia potenzialmente instabile.

Ponendo:

$$r = a \times b, \quad s = a \times t, \quad s_5 = f_5 \times a, \quad v_5 = b \times f_5 \quad (73)$$

$$v = b \times t, \quad s_e = e \times a, \quad v_e = e \times b.$$

ed ordinando, le (72) diventano:

$$|N_a| = + (|N_b| + |U_B|) r + |W| a_z - |V| s_5 - |T| s - |E| s_e - U_A \quad (74)$$

$$|N_b| = - (|N_a| + |U_A|) r + |W| b_z - |V| v_5 - |T| v - |E| v_e - U_B$$

Fattore di Sicurezza

L'espressione del Fattore di Sicurezza viene ricavata assumendo il criterio di resistenza di Coulomb e distinguendo tra i cinematismi 1 e 2.

Cinematismo 1

La risultante Q delle forze resistenti agisce nella direzione di i e vale:

$$|Q| = |N_a| \tan \phi_A + |N_b| \tan \phi_B + C_A A_A + C_B A_B \quad (76)$$

La risultante S delle forze scivolanti è la componente delle forze esterne R_e nella direzione $(-i)$.

$$S = R_e \frac{(-i)}{|i|} \quad (77)$$

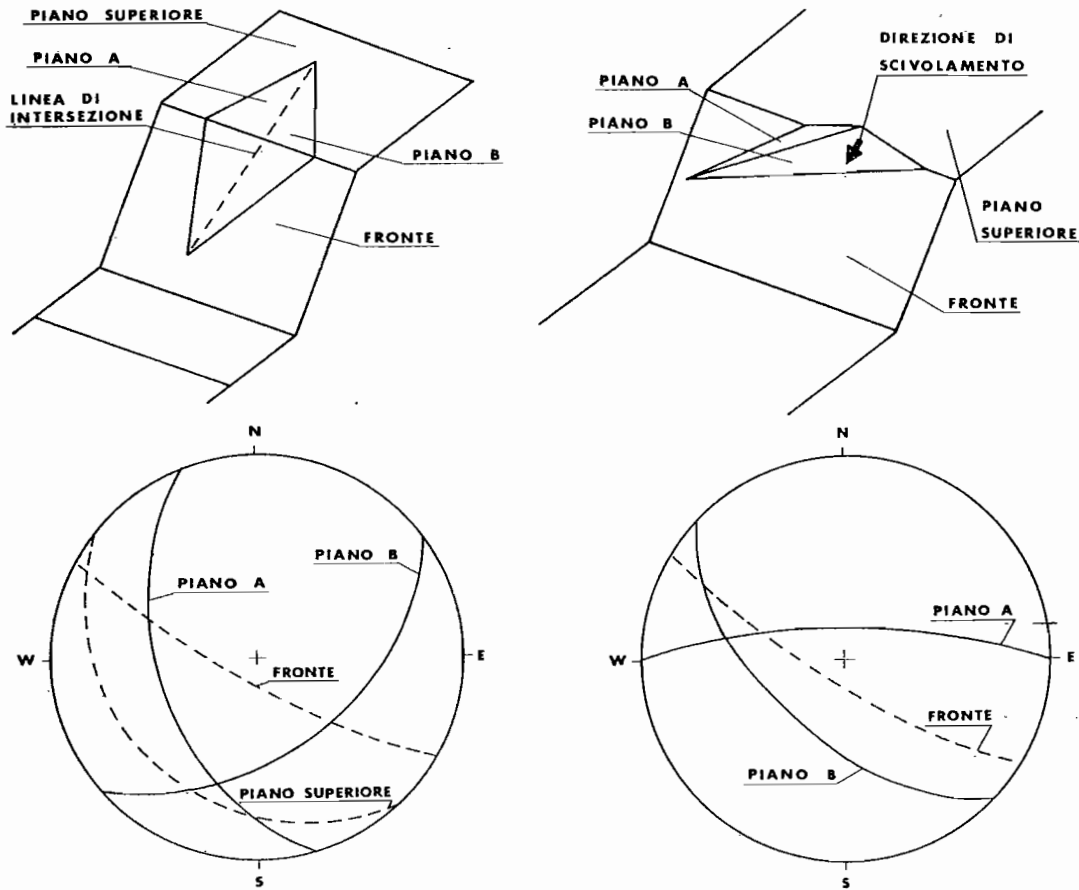


Fig. 1.11. - Modalità cinematiche di scivolamento: a) cinematismo 1; b) cinematismo 2.

Poiché R_e è la somma vettoriale delle forze esterne W , T ed E , la (77) diventa:

$$S = |W| w_x \frac{(-i)}{|i|} + |V| f_s x \frac{(-i)}{|i|} + |T| t_x \frac{(-i)}{|i|} + |E| e_x \frac{(-i)}{|i|} \quad (78)$$

Ponendo:

$$\begin{aligned} w_s &= f_s \times i, & w_t &= t \times i \\ -i_x &= w \times i, & w_e &= e \times i \end{aligned} \quad (79)$$

la (78) si può scrivere come:

$$|S| = |W| i_x - |V| w_s - |T| w_t - |E| w_e \quad (80)$$

L'espressione del Fattore di Sicurezza F diventa:

$$F = \frac{|N_a| \tan \varphi_A + |N_b| \tan \varphi_B + C_A A_A + C_B A_B}{|W| i_x - |V| w_s - |T| w_t - |E| w_e} \quad (81)$$

Cinematismo 2

Supponendo che lo scivolamento avvenga sul solo piano A , si considera nullo il valore della resistenza al taglio lungo il piano B ; la forza resistente Q_a è data da:

$$|Q_a| = |N_a| \tan \varphi_A + C_A A_A \quad (82)$$

Il valore di N_a che compare nella (82) non può essere fornito dalla prima delle (75), dove veniva calcolato nell'ipotesi di contatto del solido con entrambi i piani di scivolamento.

La nuova espressione può essere determinata scomponendo la risultante R_e delle forze esterne nella direzione della linea di massima pendenza di A e del versore normale a :

$$|N_a| = R_e \times (-a) \quad (83)$$

che posto :

$$R_e = |W| w + |T| t + |V| f_s + |E| e + |U_B| b - |U_A| a \quad (84)$$

diventa:

$$|N_a| = |W| a_x - |T| s - |E| s_e - |V| s_s - |U_B| r - U_A \quad (85)$$

La risultante S delle forze scivolanti è la componente di R_e nella direzione della linea di massima pendenza del piano A e può essere espressa come:

$$S = R_e - |N_a| (-a) \quad (86)$$

Sostituendo la (85) nella (86) e passando alle componenti si ha:

$$\begin{aligned} S_{ix} &= |W| w_x + |T| t_x + |V| f_{sx} + |U_B| b_x + |N_a| a_x \\ S_{iy} &= |W| w_y + |T| t_y + |V| f_{sy} + |U_B| b_y + |N_a| a_y \\ S_{iz} &= |W| w_z + |T| t_z + |V| f_{sz} + |U_B| b_z + |N_a| a_z \end{aligned} \quad (87)$$

L'espressione del Fattore di Sicurezza F diventa:

$$F = \frac{|N_a| \tan \varphi_A + C_A A_A}{\sqrt{S_{ix}^2 + S_{iy}^2 + S_{iz}^2}} \quad (88)$$

APPENDICE II

In considerazione della necessità di variare di volta in volta un solo parametro significativo degli accelerogrammi (al fine di evidenziarne l'influenza sul Fattore di Sicurezza e sullo spostamento finale) è stata scelta una tecnica di generazione semplificata che si articola nei seguenti punti:

a) si sceglie un intervallo di frequenze angolari ω che si considerano caratteristiche dell'accelerogramma;

b) si suddivide l'intervallo in n sottointervalli i ; ad ogni frequenza ω_i viene assegnato un valore di accelerazione massima A_i , secondo una funzione lineare che ha il suo massimo a metà dell'intervallo e si annulla agli estremi (fig. II.1);

c) si generano n onde sinusoidali del tipo:

$$U_i(t) = A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$$

in cui la fase φ_i si ottiene a partire da un generatore di numeri casuali;

d) ad ogni istante t si sommano i contributi delle n onde e si ottiene il valore di accelerazione $K(t)$ che compete all'accelerogramma.

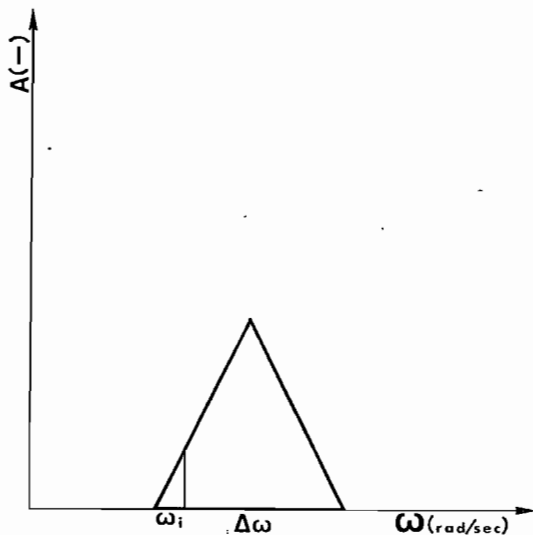


Fig. II.1. - Ampiezze massime A_i raggiungibili nell'intervallo di frequenze angolari.

SUMMARY

Three-dimensional stability analyses of rock slopes in seismic conditions

The limit equilibrium approach to the stability analysis of rock slopes in seismic conditions is generally applied by the pseudostatic method, introducing an equivalent static force. This force can have horizontal and vertical components and its magnitude is expressed as a fraction of the weight of the sliding rock block through an acceleration factor.

In the present paper, the procedure previously used by Newmark for soil slopes has been extended to the three-

dimensional stability analysis of rock slopes. In this manner, the rock block displacement along the direction of sliding is the dominant factor in evaluating the stability conditions, when handling the seismic problem by a dynamic approach.

The geometry of the rock block is defined, as shown in Figure 1, by:

- a) the discontinuities, denoted by A and B;
- b) the slope face;
- c) the upper ground surface;
- d) a tension crack.

Each block can slide along:

- a) the line of intersection of A and B (case 1);
- b) plane A or plane B (case 2).

The method developed in the present paper involves the following sequence of calculations, for either case 1 or case 2:

- Safety factor for the rock block, under static conditions, F (see Appendix I);
- Minimum dynamic resistance, N_D ;
- Acceleration, $\ddot{X}(t)$;
- Velocity, $\dot{X}(t)$ and Displacement, $X(t)$;
- Final displacement.

When F in static conditions is found to be greater than unity, the minimum dynamic resistance is set equal to the pseudostatic force F_e , for limit equilibrium. F_e , directed along the unit normal vector n , is determined as illustrated in Figure 5, through equations (1) to (8). According to the change in the acceleration $K(t)$ in time, the pseudostatic forces $F_D(t)$ can be greater than F_e . The rock block is then subjected to a relative acceleration with respect to the slope, and a force $F_i(t)$ (use equation 9) is introduced resulting from dynamic equilibrium as shown in Figure 7.

$\ddot{X}(t)$ is found from dynamic equilibrium along either the line of intersection i (case 1, use equation 16) or the dip direction a_p of plane A (case 2, use equation 17). It is assumed that movement starts at time t_0 when $K(t_0) = N$ and will last up to time t_f when $\dot{X}(t_f) = 0$ (Figure 9). During the time interval t_0-t_f , $\ddot{X}(t)$ and $X(t)$ are evaluated by numerical integration of $\ddot{X}(t)$ (use equations 19 and 20). The final displacements at the end of each time interval are summed up to obtain the displacement resulting from the dynamic event being analysed.

When this equilibrium analysis is carried out by using the peak shear strength parameters along the planes of discontinuity, the total displacement evaluated for each time interval is compared to the limit displacement for residual conditions. If the residual conditions are found to hold true, a new value for the minimum dynamic resistance is evaluated, and the calculation sequence it to continue.

On the basis of this dynamic approach, a computer code (SISMIC) has been developed so as to allow for the three-dimensional stability analyses of rock slopes in seismic conditions. In order to show the merits of the method, a study has been carried out to analyse the dynamic behavior of a rock wedge sliding along the line of intersection of planes A and B (Figure 10). The dynamic event is generated by a series of accelerograms, computed parametrically according to equation 9 (see Appendix II).

The most significant results are summarized in Table 4 and in the diagram depicted in Figure 12. The following observations are drawn:

1) The final computed displacements are increasing with the time duration and the mean acceleration of the dynamic event, whereas they decrease as the frequency increases.

2) The pseudostatic analyses computed by introducing a seismic coefficient, corresponding to the maximum acceleration of the dynamic event (see analyses 6, 8 and 10), lead to overconservative assessments of the stability conditions of the rock slope.

3) The same pseudostatic analysis may result in wrong estimates of stability of the rock slope, even if a seismic coefficient based on the mean acceleration is used (see analyses 7, 9, 12, 13 and 14).

RINGRAZIAMENTI

La ricerca è stata svolta con contributo del Ministero della Pubblica Istruzione, Fondi 40%.