STABILITÀ DELLE DIGHE DI TERRA A SEZIONE ZONATA

E. NONVEILLER (*)

SOMMARIO: Il calcolo di stabilità delle scarpate di sbarramenti di terra è comunemente basato sulla ipotesi di superfici di slittamento cilindriche circolari. Tale ipotesi, giustificata da osservazioni di frane e slittamenti, può causare errori nel calcolo di dighe a sezione zonata. Da un'analisi del SAMSIOE come anche da esperienze su modelli fatte dallo scrivente risulta che nello slittamento di paramenti di tali dighe sono possibili superfici di slittamento convesse verso l'alto.

Basandosi su risultati di esperienze su modelli di contronuclei e di dighe zonate lo scrivente deduce un metodo di calcolo di stabilità dei paramenti di tali dighe che, in concordanza colle esperienze sui modelli, rivela coefficienti di stabilità minori che per superfici cilindriche.

Uno dei primi grandi slittamenti di terra che è stato analizzato a fondo fu il disastro del molo di Gothenburg in Svezia nel 1916. In quel caso, come anche in molti altri simili, si osservò che la superfi-

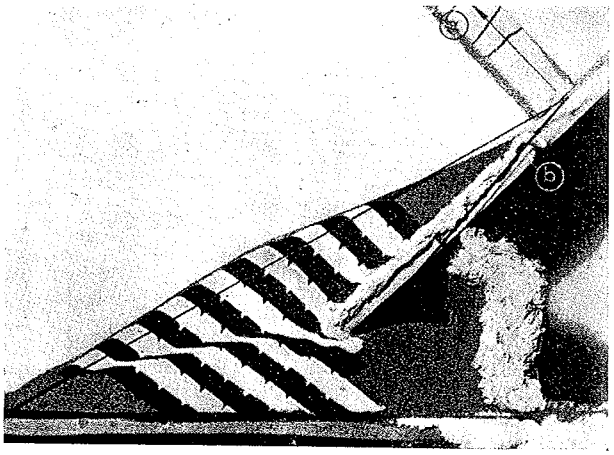

Fig. 1 - Modello di contronucleo con superficie di slittamento
a) verso centro rotazione
b) supporto rigido dopo rotazione

cie di slittamento era cilindrica con direttrice circolare, e che adottando tali superfici si può calcolare la stabilità delle scarpate dei rilevati o delle trincee con un grado di precisione sufficiente per gli effetti pratici. Su tali osservazioni si sviluppò il metodo di calcolo noto come procedimento svedese, che ulteriormente è stato modificato (MAY 1936, KREY 1936, TAYLOR 1948, BISHOP 1954, ecc.). Il problema da risolversi è staticamente indeterminato non essendo conosciuta la distribuzione delle sollecitazioni lungo la superficie di slittamento. Disponendo di sole tre equazioni per l'equilibrio della massa sovrastante la superficie di slittamento, si eliminano le iperstatiche sconosciute introducendo nel calcolo ipotesi convenienti. Restano però insoddisfatte le condizioni di equilibrio sulle estremità della superficie di slittamento e le condizioni di compatibilità cinematica delle deformazioni. Con i metodi di calcolo della teoria della plasticità è stato trovato che solo la superficie di slittamento con direttrice a spirale logaritmica è cinematicamente compatibile. Ciononostante i risultati di calcoli di stabilità delle scarpate di rilevati sono in accordo con le osservazioni fatte su molti slittamenti che furono studiati. Eppure in certi casi la superficie di slittamento può differire sensibilmente dalla forma a direttrice circolare, causando errori nel calcolo delle scarpate che non si possono trascurare.

SAMSIOE (1954) ha dimostrato che la superficie di slittamento in un rilevato triangolare caricato con pressione idrostatica sul lato verticale è convessa verso l'alto. Da esperienze fatte dallo scrivente su modelli di sabbia sono risultate superfici di slittamento convesse, come dimostra la Fig. 1.

Per conseguenza bisogna analizzare l'opportunità dell'uso di superfici cilindriche circolari nel calcolo di stabilità delle scarpate di dighe di terra.

* * *

EHRENBERG (1936) ha proposto lo schema illustrato nella Fig. 2 per l'analisi di stabilità di una diga a

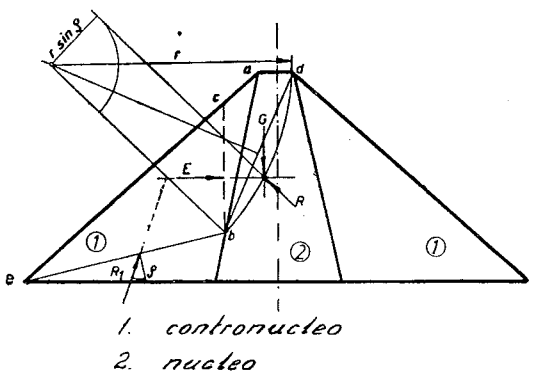

Fig. 2 - Schema di Ehrenberg per il calcolo delle scarpate

(*) Dott. Ing. Ervin NONVEILLER, Capo *Ufficio Geotecnico della Geoistrazivanja,* Zagreb, Jugoslavia.

sezione zonata. La superficie di slittamento è discontinua (linea *e-b-d* nella Fig. 2).

La spinta del nucleo sul piano verticale *b-c* viene contrastata dalla resistenza passiva del contronucleo che si calcola per il piano *b-e*. Secondo proposte più recenti (LEWIS) la resistenza passiva del contronucleo si calcola mediante le tabelle di CAQUOT-KERISEL (1949). REININIUS (1954) ha proposto uno schema simile a quello di EHRENBERG, ma suppone superfici di slittamento convesse e dimostra che il coefficiente di stabilità calcolato per superfici convesse può esse-

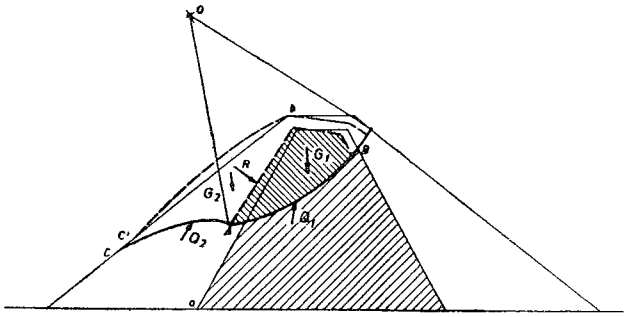

Fig. 3 - Slittamento di diga eterogenea

re fino al 40% minore di quello calcolato per superfici circolari concave.

In tutti questi procedimenti si fanno però supposizioni arbitrarie concernenti la posizione del piano *b-c* e l'inclinazione della resistenza sul medesimo piano, che sono della massima importanza per il risultato del calcolo. I tentativi di risolvere il problema analiticamente adottando procedimenti della meccanica dei sistemi continui per l'equilibrio plastico non hanno portato a risultati soddisfacenti. Per conseguenza l'Autore ha tentato di studiare il problema sperimentalmente su modelli di dighe di sezione zonata.

Supponendo lo slittamento della scarpata di una diga di sezione eterogenea come indicato nella Fig. 3, resterebbe da determinare sperimentalmente l'intensità della resistenza *R*, la sua inclinazione e il punto di azione sul piano di contatto fra i due materiali diversi.

Una prima serie di modelli aveva rivelato che le deformazioni lungo il piano di contatto fra materiali differenti sono discontinue come si vede sulla Fig. 4.

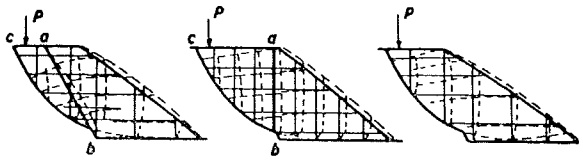

Fig. 4 - Modelli di paramento con e senza piano eterogeneo a-b) piano artificialmente lubrificato

Un'altra serie di modelli doveva rivelare l'intensità della resistenza *R* e le deformazioni del contronucleo caricato analogamente alla zona *A-b-C* della Fig. 3. Altre due serie di modelli servirono a studiare i fenomeni di slittamento e la resistenza ai carichi di dighe a sezione zonata.

* * *

Le Fig. 5 e 6 illustrano il dispositivo adottato per misurare la resistenza passiva del contronucleo su modelli di sabbia. Il modello di forma desiderata si costruisce in una cassa con due pareti laterali di vetro di 50 cm di altezza, 95 cm di lunghezza e 50 cm di larghezza. Il modello si appoggia su un piano rigido *a-b* (Fig. 5) che viene fissato sulla leva *a-c-d*. La leva è appoggiata sulla cerniera sostenuta da due supporti *A* e *B* nei quali sono montati i dinamometri *M* che permettono di misurare le reazioni di appoggio. Prima di costruire il modello si mette in equilibrio la leva *a-c-d* mediante dei pesi *B* in *d*, e poi la si fissa nella posizione voluta col sostegno *e-f* che si rimuove dopo costruito il modello. Successivamente si procede a caricare il modello applicando dei pesi *P* al punto *c* della leva. La deformazione viene osservata al punto *g*. Per poter conoscere le deformazioni nella massa del modello e per fissare la forma e la posizione della superficie di slittamento si introducono sulle pareti di vetro linee di sabbia di colore differente. La taratura del dispositivo descritto ha rivelato una precisione di misura del 5-8% delle forze.

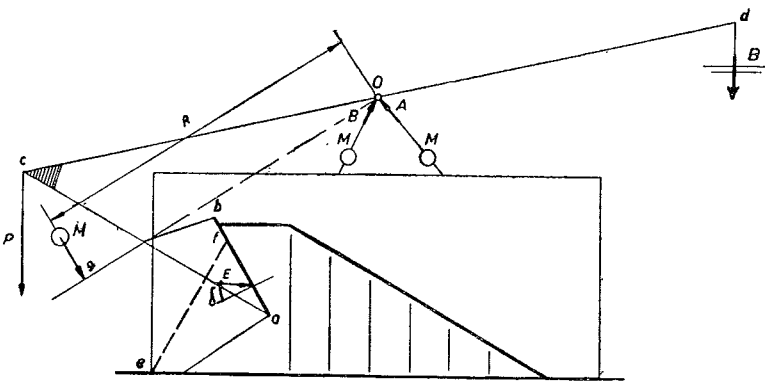

Fig. 5 - Schema di dispositivo per esperienze su modelli di contronuclei.

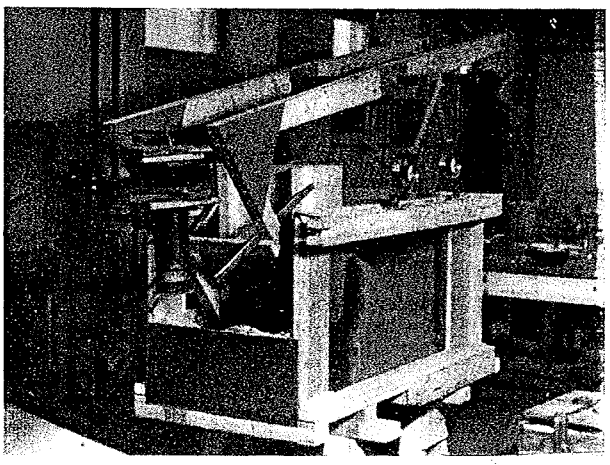

Fig. 6 - Insieme del dispositivo della Fig. 5

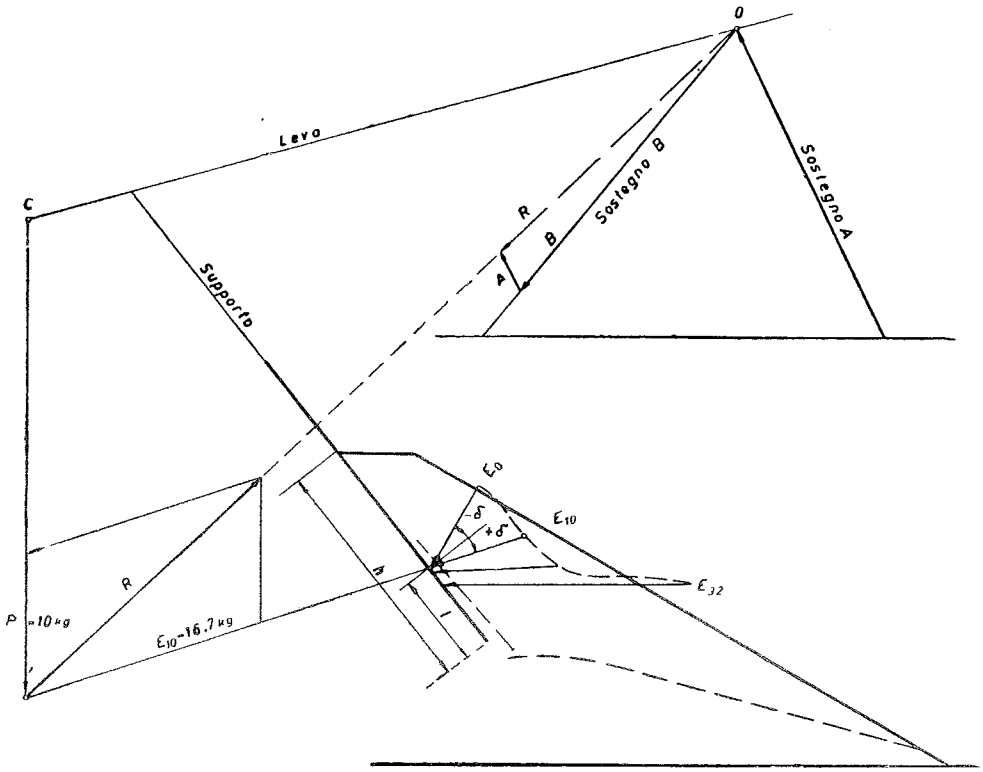

Fig. 7 - Interpretazione grafica delle esperienze sui modelli

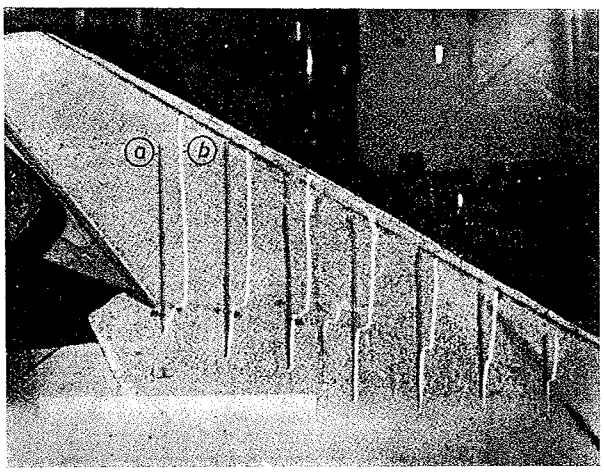

Fig. 8 - Modello trapezoidale di sabbia
a) strisce di sabbia colorata prima dello slittamento
b) le stesse dopo lo slittamento

Essendo conosciute tutte le forze esterne che agiscono sulla leva *a-c-d* si possono calcolare, con procedimento analitico o grafico, l'intensità, l'inclinazione e la posizione della resistenza passiva *E* del modello come si vede sulla Fig. 7.

Il supporto rigido *a-b* sostituisce la zona del nucleo che slitta sulla superficie circolare *A-B*. La rotazione del supporto attorno alla cerniera *O* nel modello corrisponde al movimento del nucleo sulla Figura 3 e provoca deformazioni e reazioni nel contronucleo, analoghe a quelle nella diga.

Mediante il dispositivo descritto abbiamo misurato la resistenza di modelli di forma trapezoidale e triangolare di sabbia naturale di 0,1÷1 mm e di ghiaietto frantumato di 2÷5 mm.

Con i materiali suddetti sono stati costruiti modelli allo stato sciolto e costipati in uno stato più denso.

Sulle Fig. 8, 9 e 10 si vedono alcuni modelli con

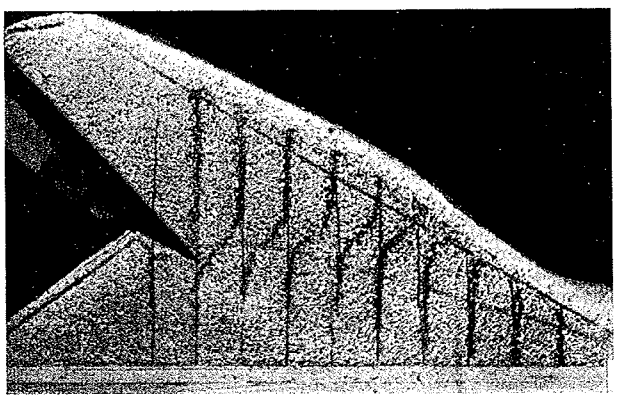

Fig. 9 - Modello trapezoidale di ghiaietto

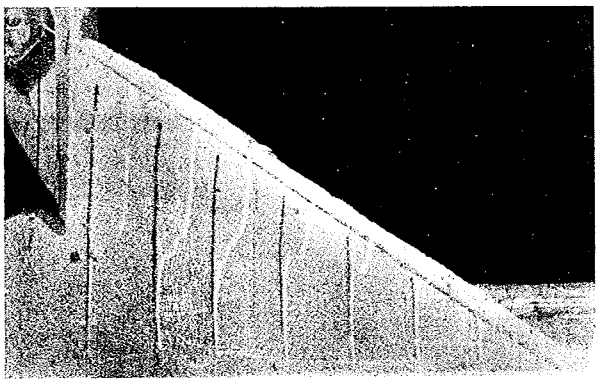

Fig. 10 - Modello triangolare di sabbia

le superfici di slittamento sviluppatesi dopo esaurita la resistenza passiva.

I modelli si sabbia rivelano superfici di slittamento nitide, mentre sui modelli di ghiaietto si vedono zone di slittamento di maggior spessore. Le superfici di slittamento sono convesse verso l'alto su tutti i modelli e differiscono distintamente da superfici concave circolari.

Il diagramma di incremento della resistenza passiva in funzione della rotazione del supporto *a-b* attorno alla cerniera *O* viene illustrata nella Fig. 11 pato in confroto a quella dei modelli ammucchiati.

La variazione dell'inclinazione della resistenza sul supporto è rappresentata nella Fig. 12.

Si osserva che all'inizio l'inclinazione corrisponde alla spinta del modello sul supporto e rapidamente cambia senso col crescere del carico, stabilendo così l'equilibrio senza aumento considerevole della resistenza del modello. Raggiunta una inclinazione vicina all'angolo di attrito sul supporto la resistenza comincia ad aumentare fino a raggiungere il valore critico. La deformazione necessaria per cambiare il

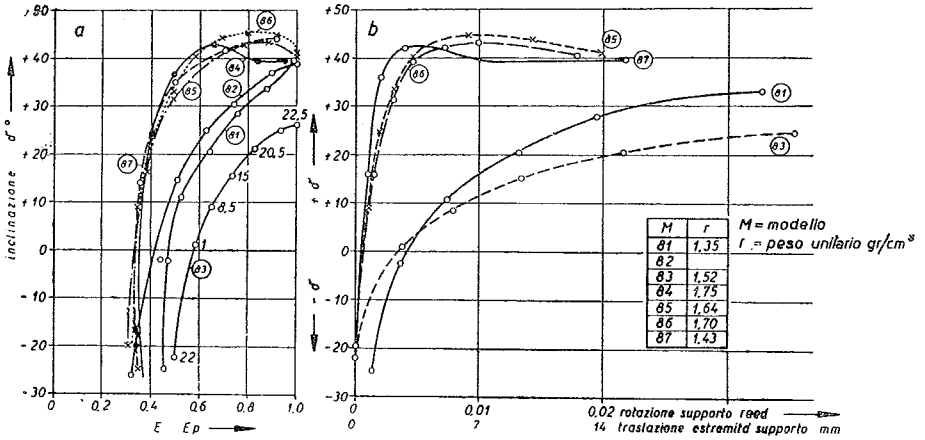

Fig. 11 - Sviluppo della resistenza, modelli trapezoidali

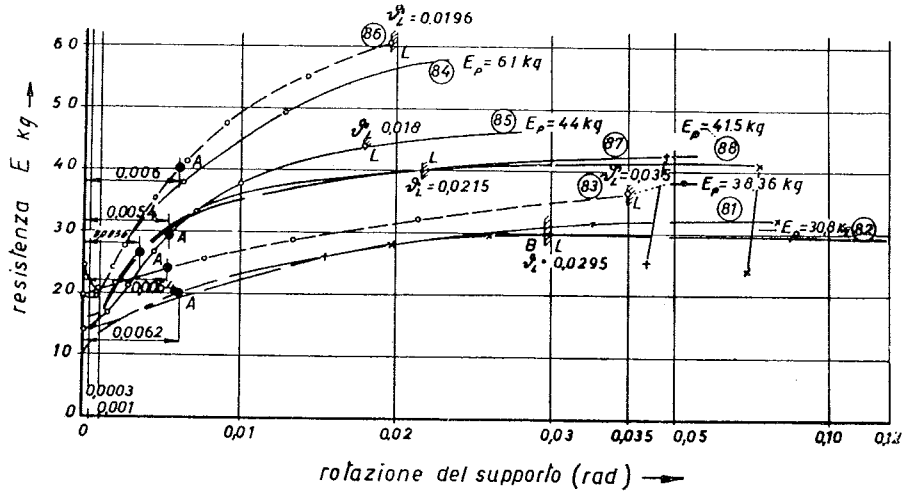

Fig. 12 - Inclinazione della resistenza del supporto.
Nel cerchietto è riportato il numero d'ordine M del modello

per i modelli di forma trapezoidale. Le linee 81 e 82 si riferiscono ai modelli di sabbia ammucchiata, le linee 87 e 88 a quelli di sabbia costipata e le altre linee ai modelli di ghiaietto ammucchiati e costipati rispettivamente. Si rivela un incremento considerevole della resistenza dei modelli di materiale costisenso dell'inclinazione della resistenza da un estremo all'altro è minima per i modelli costipati, mentre sono necessarie deformazioni considerevoli nei modelli ammucchiati. Queste osservazioni illustrano l'importanza di una buona costipazione dei materiali per la stabilità delle dighe di terra.

La variazione del punto di applicazione della resistenza è rappresentata nella Fig. 13 per i modelli trapezoidali (diagramma *a*) e per i modelli triangolari (diagramma *b*).

Essendo conosciuto l'angolo di attrito della sabbia si può calcolare l'inclinazione della superficie di slittamento al punto di coincidenza col piano della scarpa coll'aiuto del cerchio di MOHR per lo stato di equilibrio plastico limite superiore (stato passivo di RANKINE). L'inclinazione della superficie di slittamento all'estremità inferiore del supporto si può determinare analogamente se si conosce l'inclinazione della sollecitazione sul piano del supporto. Nei modelli abbiamo misurato l'inclinazione della resistenza e possiamo supporre che la sollecitazione all'estremità del supporto sia parallela alla direzione della resistenza. Con tali supposizioni abbiamo calcolato l'inclinazione alle due estremità della superficie di slittamento per i vari modelli. Il confronto fra i valori dell'angolo risultanti dal calcolo e quelli risultanti dalle misure sui modelli sono riportati nella Tabella I; si vede che i valori rispettivi si corrispondono entro limiti di qualche grado.

I risultati riportati permettono di concludere quanto segue:

1. le superfici di slittamento rivelate nei modelli sono convesse verso l'alto, curvate presso il supporto e piane verso la scarpata;

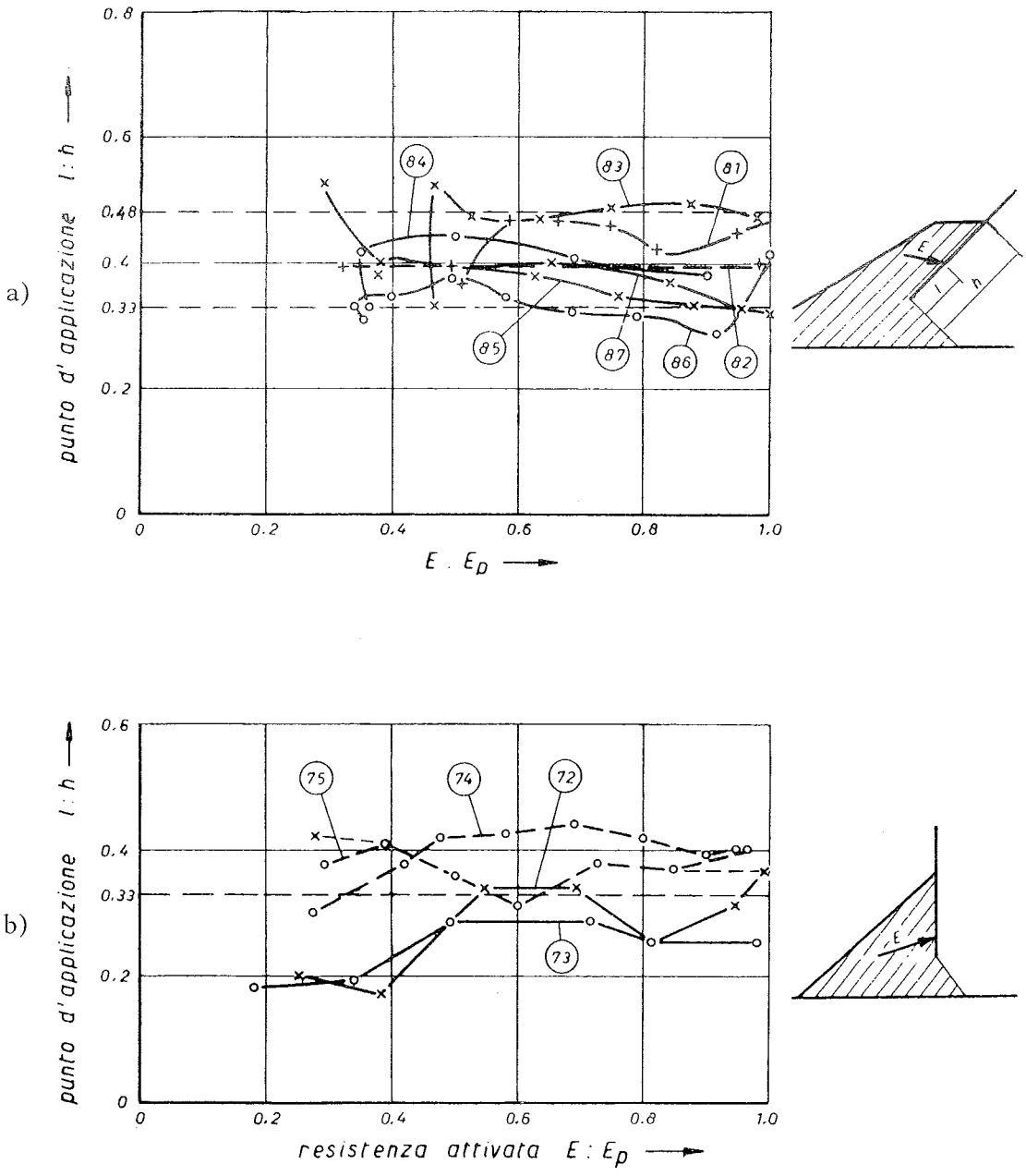

Fig. 13 - Punto d'applicazione della resistenza

TABELLA I

Modello	Angolo di attrito φ	Inclinazione resistenza δ	Inclinazione superficie slittamento al supporto ϑ_2 modello	al supporto ϑ_2 calcolo	alla scarpata ϑ_1 modello	alla scarpata ϑ_1 calcolo	
			Trapezoidali				
80	42	37,5	117,7	117,7	106,0	107,5	sabbia, ammucchiata
87	46	42,5	123,0	124,0	105,0	107,0	sabbia, costipata
88	46	44	117,0	128,0	104,0	107,0	sabbia, superficie alquanto irregolare
83	46	25,5	107,5	99,0	104,0	107,0	ghiaietto, ammucchiato
84	47	42,5	111,0	123,0	104,5	107,0	ghiaietto, costipato
			Triangolari				
72	46	24,5	86,6	98,0	104,0	112,0	sabbia, costipata
73	42,5	22,0	99.5	94,0	112,5	113,5	sabbia, ammucchiata
74	45	22,0	95,0	95,0	—	111,5	ghiaietto, ammucchiato
75	45	22,5	95,0	96,0	—	111,5	ghiaietto, costipato

2. l'inclinazione della superficie di slittamento sui margini del modello (ϑ_1 e ϑ_2 nella fig. 14) corrisponde allo stato di equilibrio limite superiore e si può determinare conoscendo la direzione delle sollecitazioni su un piano determinato;

3. l'inclinazione della resistenza passiva sul supporto corrisponde all'angolo di attrito rispettivo; per attivare il pieno valore dell'angolo di attrito sono sufficienti deformazioni relative minime;

4. il punto di applicazione della resistenza pas-

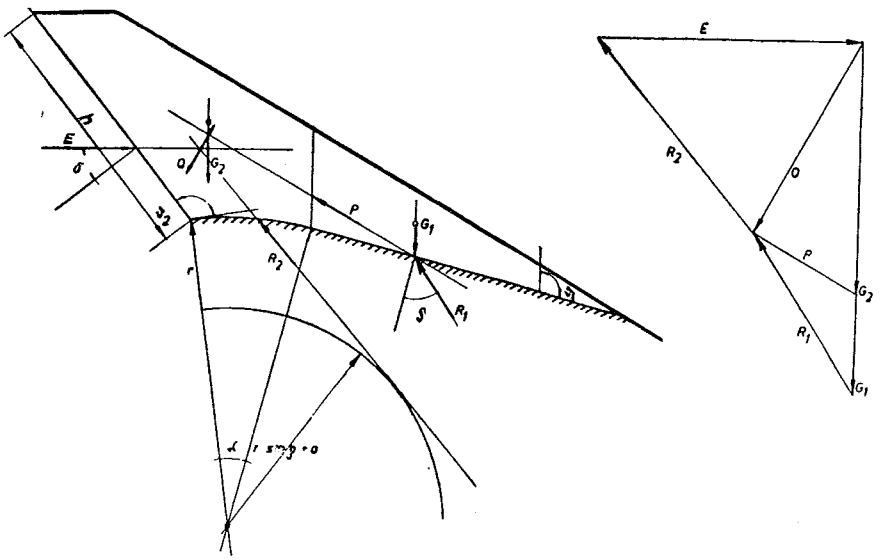

Fig. 14 - Calcolo grafico della resistenza

P = resistenza di Rankine, dal poligono delle forze $\vec{G_1} + \vec{P} + \vec{R_1} = O$

E = resistenza complessiva dal poligono delle forze $\vec{G_2} + \vec{P} + \vec{R_2} + \vec{E} = O$

R_2 = reazione sulla direttrice della superficie di slittamento; tangente al cerchio di attrito

siva corrisponde alla distribuzione idrostatica delle sollecitazioni.

* * *

In relazione con quanto si è detto sopra si può fare il calcolo della resistenza della zona di sostegno di forma arbitraria adottando il metodo grafico seguente:

1. l'inclinazione δ della resistenza passiva si determina dal senso e dall'intensità del movimento relativo fra il supporto (nucleo) e il modello (contronucleo);

2. l'inclinazione ϑ_1 e ϑ_2 della superficie di slittamento ai margini si determina dall'inclinazione delle sollecitazioni che sono note su determinati piani ai margini;

3. In concordanza con le osservazioni sui modelli si scelgono superfici di slittamento convesse verso l'alto consistenti in un arco in prossimità del supporto e una retta verso la scarpata con inclinazioni ai margini corrispondenti a quelle determinate in 2;

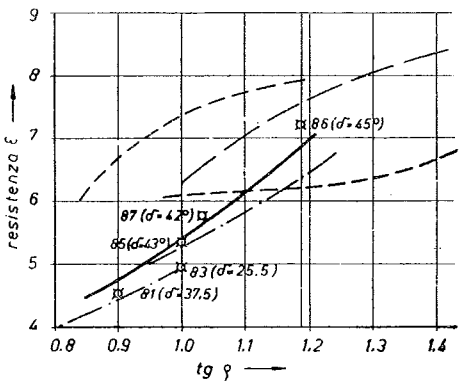

Fig. 15 - Confronto fra resistenza dei modelli misurata e calcolata
——— resistenza misurata
– – – – calcolo Krey
—— —— calcolo Caquot-Kerisel
——·—— calcolo grafico con superficie convessa

4. facendo uso del poligono delle forze schematicamente illustrato nella Fig. 14 si trova l'intensità della resistenza passiva per una superficie di slittamento arbitraria. La resistenza P della sezione triangolare del peso G_1 si ottiene dal poligono $\vec{G_1} + \vec{R_1} + \vec{P} = O$. Nota la forza P si determina la Q sommando i vettori $\vec{G_2} + \vec{P} = \vec{Q}$, e analogamente $\vec{E} = \vec{G} + \vec{R_2}$ dai poligoni relativi. La reazione R_1 sulla sezione piana è obliqua rispetto a ρ e la R_2 sulla sezione circolare della superficie di slittamento è tangente al cerchio di attrito r. sin $\rho + a$. Ripetendo il procedimento per varie superficie di uguale inclinazione ai margini, si trova la resistenza minima.

Tale procedimento grafico è stato adottato su scarpate di forma analoga ai modelli. La figura 15 ne illustra i risultati, che rivelano buona concordanza colle intensità della resistenza passiva misurata sui modelli.

Per paragone abbiamo calcolato la resistenza passiva secondo le tabelle di KREY e di CAQUOT-KERISEL che differiscono sensibilmente dai valori misurati, in specie per i modelli trapezoidali.

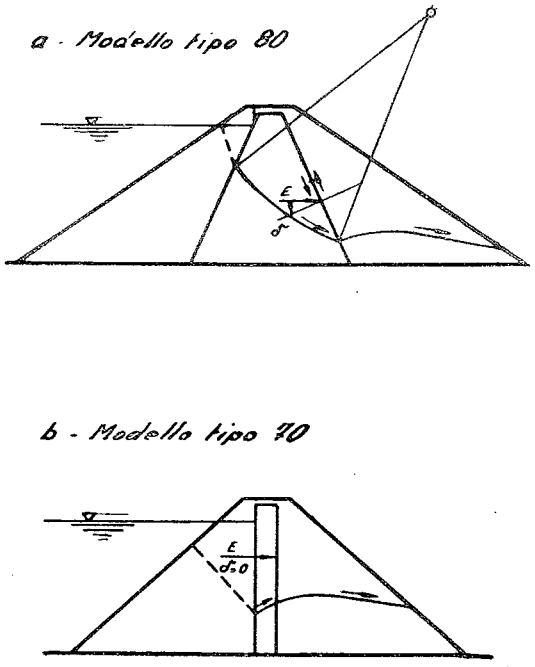

Fig. 16 - Condizioni cinematiche di deformazione

* * *

Con ciò si può passare al calcolo di stabilità di dighe a sezione zonata. Conosciute le forze che sollecitano la diga si divide la sezione in blocchi seguendo i piani confinanti le differenti zone. Sul nucleo agiscono le seguenti forze che devono essere in equilibrio (vedi Fig. 17):

— il peso G,

— il carico idraulico dall'acqua nell'invaso W,

— la spinta del contronucleo a monte P_A,

— la resistenza al taglio sulla superficie di slittamento K+T (coesione e attrito).

Da queste quattro forze si calcola la spinta del nucleo verso il contronucleo a valle

$$\vec{P} = \vec{W} + \vec{P_A} + \frac{\vec{K}+\vec{T}}{F_s} + \vec{G} \qquad (1)$$

La resistenza passiva del contronucleo agisce con un'inclinazione δ conforme alle caratteristiche cinematiche della deformazione e al valore minimo dell'angolo di attrito ϑ dei materiali a contatto; in casi di dubbio è meglio supporre la resistenza perpendicolare al piano confinante le zone. Il calcolo

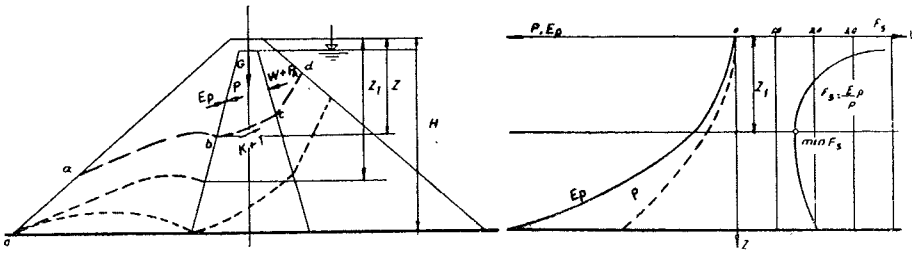

Fig. 17 - Schema di calcolo di stabilità

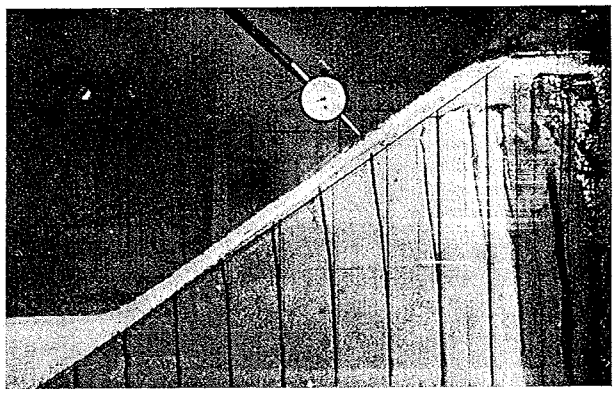

Fig. 18 - Modello di diga zonata

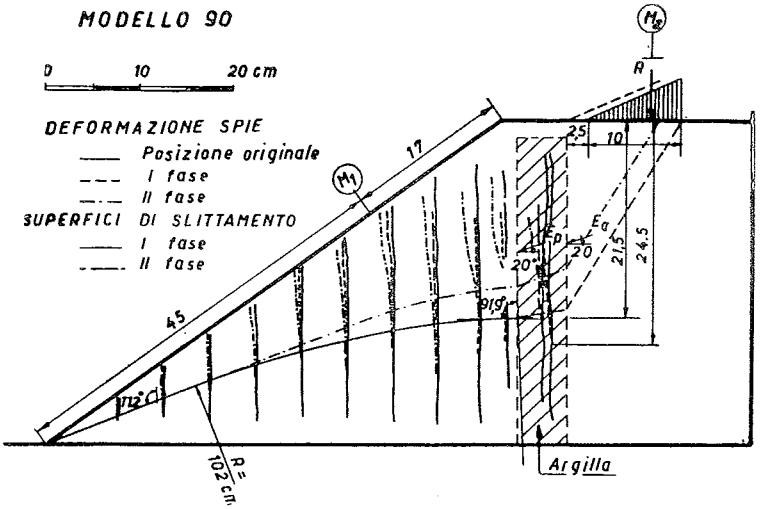

Fig. 19 - Modello zonato con superficie di slittamento: M micrometro per misurare la deformazione

per la superficie di slittamento più sfavorevole *b-c-d*. La spinta P viene equilibrata dalla resistenza E_p del contronucleo (E_p si calcola col coefficiente di stabilità F_s uguale a quello dell'equazione 1). Il calcolo si ripete con vari F_s fino a ottenere l'eguaglianza $P = E_p$ che rivela il coefficiente di stabilità F_s della sezione. (1)

Il coefficiente di stabilità si può esprimere anche come

$$F'_s = E_p : P$$

nel quale caso ambedue le forze si calcolano senza diminuire i coefficienti di coesione e di attrito. Il coefficiente F'_s venne rappresentato schematicamente nella Fig. 17.

(1) Si noti che il coefficiente di stabilità F_s si applica ai coefficienti di coesione e di attrito rispettivamente, e non alle forze risultanti come indicato solo schematicamente nell'equazione (1).

grafico schematizzato nella Fig. 17 ci permette di trovare la superficie di slittamento più sfavorevole e il coefficiente di stabilità minimo.

Per provare l'ammissibilità di tale metodo di calcolo abbiamo sperimentato con modelli di dighe a sezione zonata. La Fig. 18 rappresenta un modello di diga composto di nucleo verticale di argilla sostenuto da un contronucleo triangolare di giaietto a valle e superficie orizzontale a monte del nucleo.

Il carico fu applicato come indicato nella Fig. 19 nella quale è tracciata anche la superficie di slittamento. Il calcolo grafico ha rivelato la probabilità di slittamento per superfici che concordano con quella identificata nel modello, come lo dimostra la Fig. 20 giustificando così il criterio di calcolo adottato.

Altri modelli furono caricati con pressione idraulica per eliminare le ipotesi alquanto arbitrarie sulla distribuzione del carico R sul piano a monte del nucleo (Fig. 19). I modelli consistevano di un nucleo verticale di argilla con indice di consistenza

minimo, e di un contronucleo di sabbia umida a pendenza assi ripida.

Lo spazio a monte del nucleo fu riempito con ghiaietto. I pori in quello spazio furono poi riempiti

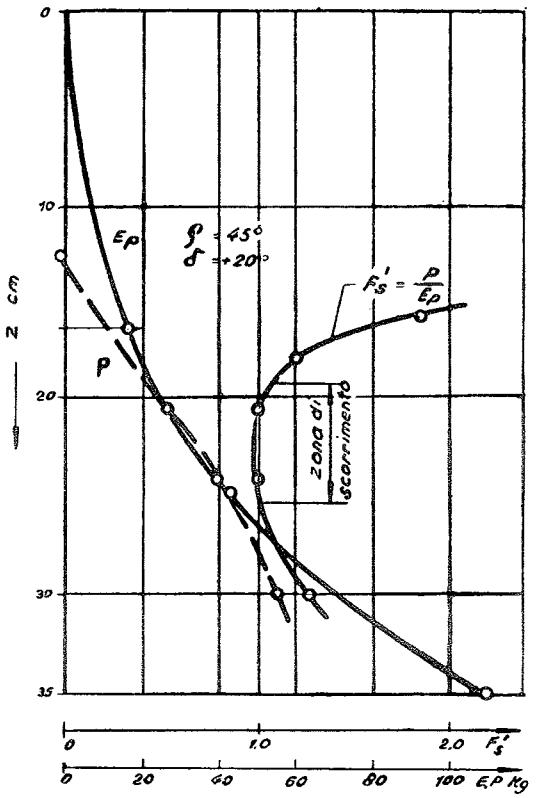

Fig. 20 - Stabilità risultante per modello di diga zonata

gradualmente con acqua. La Fig. 21 rappresenta uno dei modelli dopo lo slittamento del paramento.

Le deformazioni registrate in tre punti sulla scarpata illustrate sulla Fig. 22, sono minime finché il livello dell'acqua a monte del nucleo raggiunge l'altezza di 32 cm sulla base. Poi le deformazioni si incrementano rapidamente a mano a mano che le sollecitazioni passano allo stato di equilibrio plastico.

Per caricare il modello fino alla distruzione completa era necessario applicare una membrana flessibile alla parte superiore del nucleo e elevare il livello dell'acqua sopra il coronamento.

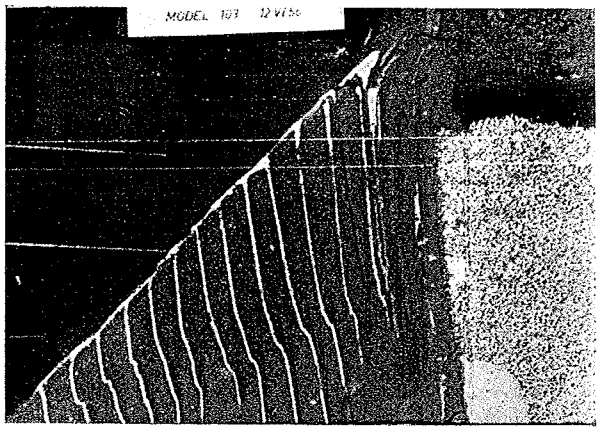

Fig. 21 - Modello zonato caricato con acqua

Interessante notare che durante un abbassamento completo del livello dell'acqua le deformazioni della scarpata diminuirono elasticamente e plasticamente di circa il 20%.

Le superfici di slittamento risultanti, illustrate nella Fig. 23, sono anche in questi modelli convesse verso l'alto. Il calcolo della stabilità è stato eseguito considerando alternativamente l'angolo di attrito risultante dall'inizio delle deformazioni plastiche e a quello corrispondente alla resistenza di taglio. In tutti i due casi risultò che il coefficiente di stabilità nella zona di slittamento constatata nei modelli fu vicino a $F_s = 1$.

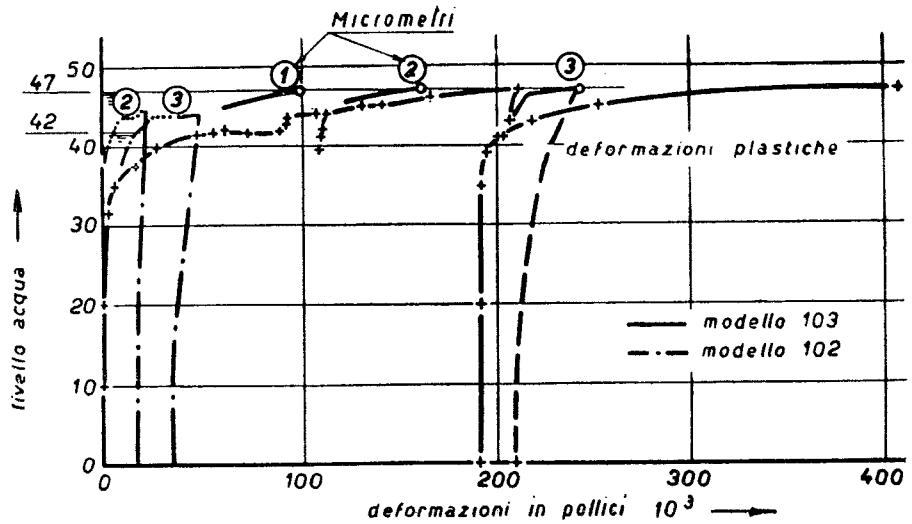

Fig. 22 - Deformazioni della scarpata per il modello di Fig. 21

Questi risultati permettono di concludere che lo schema precedentemente proposto per il calcolo della stabilità dei paramenti di dighe zonate rappresenta l'azione delle forze in gioco con un'esattezza sufficiente per scopi pratici.

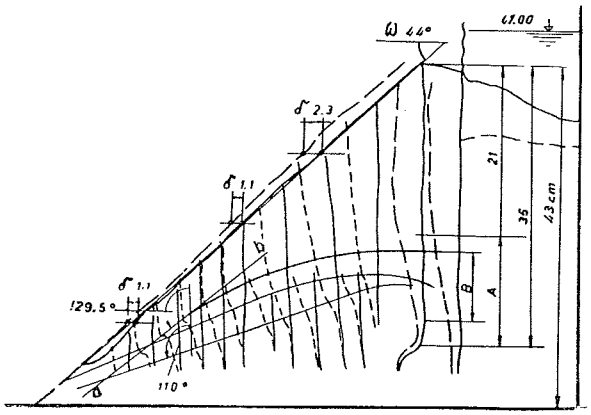

Fig. 23 - Deformazioni e superfici di slittamento per il modello di Fig. 14

La stabilità dei paramenti della diga di Peruca sul fiume Cetina, alta 60 m costruita di pietrame con nucleo di tenuta di argilla disposto nel centro della sezione, è stata calcolata alternativamente seguendo il concetto usuale con superfici di slittamento circolari, con superfici piane e con superfici convesse verso l'alto. I risultati ottenuti sono riportati nella Fig. 24. Si nota che stabilità minime si ottengono con superfici di slittamento piane in vicinanza della scarpata e con superfici convesse verso l'alto per zone di profondità notevole. Le superfici circolari rivelano stabilità più elevate e perciò non sarebbero decisive per la determinazione delle scarpate.

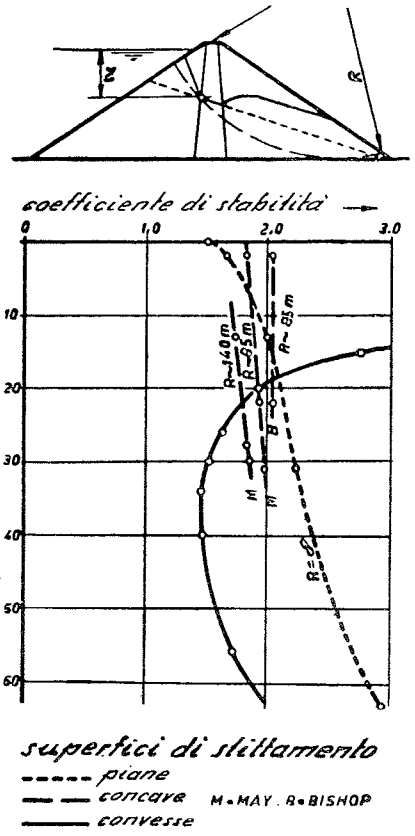

Fig. 24 - Confronto dei vari metodi di calcolo di stabilità per la diga di Peruca

Concludendo, ci sembra che sia opportuno considerare superfici discontinue e parzialmente convesse verso l'alto nello studio della stabilità dei paramenti di dighe a sezione zonata.

Bibliografia

[1] BISHOP. A. W.: *The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes.* Proc. Eur. Conf. Stab. of Slopes, Stockholm 1954, Geotechnique, London Vol. V., n. 1.

[2] CAQUOT A., KERISEL J.: *Traité de Mecanique des Sols* - 2 Edition, Gauthier - Villars, Paris 1949.

[3] EHRENBERG J. K.: *Standfestigkeitsberechnung von Staudämmen,* Trans. 2nd Congr. Large Dams, Vol. IV, p. 331, Washington 1936.

[4] KREY H.: *Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes,* V. Aufl. Verl. W. Ernst u. Sohn, Berlin 1936.

[5] LEWIS G. G.: *The Sloping Core Principle for Earth and Rockfill Dams,* Thesis, London.

[6] MAY D. R.: *Application of the Planimeter to the Swedish Method of Analyzing the Stability of Earth Slopes,* Trans. IInd Congr. Large Dams, Vol. IV, Washington 1936.

[7] NONVEILLER E.: *The Stability of Slopes of Nonhomogeneous Dams,* Proc. 3rd Conf. Soil Mech. Found. Eng., Vol. II, Zürich 1953.

[8] RHENIUS E.: *The Stability of the Slopes of Earth Dams,* Proc. Eur Conf. Stab. of Slopes, Stockholm 1954, Geotechnique London, Vol. V, n. 2.

[9] SAMSIOE A. F.: *Stresses in Downstream Part of an Earth or a Rock Fill Dam,* Proc. Eur. Conf. Stab. Slopes, Stockholm, 1954, Geotechnique, London, Vol. V, n. 2.

[10] TAYLOR D. W.: *Soil Mechanics,* P. Wiley, N. York 1948.

SOMMAIRE: L'analyse de la stabilité des pentes des barrages est fondée généralement sur la supposition de surfaces de glissement circulaires. Cette supposition, justifiée par investigation faites sur des glissement actuels, peut donner des facteurs de stabilité de SAMSIOE a montrée, qu'en certains cas des glissements se developpent sur des surfaces convexes en haut. L'auteur a obtenu des surfaces convexes de cette sorte sur modèles, chargés jusqu'à la rupture.

L'auteur propose une modification de l'analyse de stabilité des barrages zonés en terre et rocher, basée sur les résultats des essais faits sur modèles. Il est evident, qu'en certains cas, la méthode proposée donne des facteurs de stabilité plus bas que ceux obtenus par le calcul usuel, basé sur des surfaces de glissement circulaires.

SUMMARY: The stability analysis of dam slopes is generally based on the assumption of circular slindig surfaces. That assumption, justified by investigations on actual slides, can result in incorrect stability factors of zoned earth and rock fill dams.

The theoretical analysis of SAMSIOE has shown that in some cases slides can occur on upward convex surfaces. The author has obtained such convex surfaces on sand models loaded to failure.

The author proposes a modification of the stability analysis of zoned earth and rock fill dams which is based on results of test on dam models. It is shown that the proposed method produces stability factors which in some cases are smaller than those obtained by the usual computation based on circular sliding surfaces.