

# Recensioni

## Moti filtranti a superficie libera in presenza della capillarità

RUSSO SPENA A. - L'energia Elettrica n. 12, 1954.

Nei moti filtranti a superficie libera l'azione della capillarità si estrinseca sotto forma di forze superficiali agenti sulla parte del contorno della falda che, nell'interno dell'ammasso permeabile, si sviluppa a contatto con l'atmosfera. Pertanto dette forze superficiali, unitamente alle condizioni al contorno ed alle altre forze agenti, vengono a determinare le caratteristiche del processo di moto.

L'esperienza mostra che, a parità di condizioni, l'estensione dello spazio permeabile interessato dal moto, e conseguentemente la portata filtrante, risultano incrementate al crescere dell'altezza  $h_c$  di capillarità, cui di solito ci si riferisce per definire l'intensità delle forze capillari <sup>(1)</sup>.

Detti incrementi risultano di entità tale da non poter essere ignorati nello studio di numerosi problemi, quando l'altezza  $h_c$ , relativa all'ammasso poroso, risulta apprezzabile rispetto ad una fra le dimensioni, ad es. l'altezza, del campo filtrante. In particolare sarà opportuno tener conto dell'azione della capillarità per alcuni tipi di misure in sito del coefficiente di permeabilità o nel procedere alla valutazione delle perdite di acqua per filtrazione.

In altri casi, quali ad es. i moti di filtrazione attraverso manufatti costituiti da materiale incoerente molto fine, gli incrementi di portata sono resi modesti dalla scarsa permeabilità del mezzo, ma per la stabilità delle opere può assumere importanza notevole l'incremento dello spazio filtrante, in quanto le caratteristiche meccaniche dei terreni sono, come è noto, influenzate dalla presenza o meno dell'acqua.

Poiché lo stesso fenomeno si presenta sotto aspetti diversi in molteplici problemi pratici, le caratte-

ristiche dei moti svolgentisi in presenza della capillarità sono state oggetto di studio da parte di numerosi Autori.

Forse allo scopo di tener conto di tutti i parametri che possono influenzare il fenomeno reale, le ricerche sperimentali finora eseguite sono state condotte su modelli in sabbia. Questi modelli, pur consentendo di inquadrare gli aspetti fondamentali del processo di moto, lasciano sempre notevoli incertezze allorché si voglia procedere ad un esame quantitativo, non soltanto per le normali difficoltà d'impiego dei filtri in sabbia ma anche per la difficoltà di definire e quindi valutare l'altezza  $h_c$  di capillarità nel modello. Anche esperienze eseguite recentemente su filtri in sabbia <sup>(2)</sup> inducono ad alcune particolari interpretazioni che, come si vedrà in seguito, non appaiono del tutto accettabili.

Un interessante contributo al tema in oggetto è stato fornito dalla nota che qui esaminiamo.

Preliminarmente l'A. dimostra che un moto piano a superficie libera, realizzato in apparecchiature del tipo HELE-SHAW ed avente le traiettorie contenute tutte in piani verticali, è in analogia col moto piano di filtrazione che si determina in un mezzo omogeneo definito da pari condizioni lungo contorni geometricamente simili. L'analogia, ove si ammetta che il grado di saturazione dell'ammasso sia costante in tutto il campo interessato dal moto, si estende all'azione delle forze capillari, e quindi anche nella zona in cui l'acqua, per effetto della capillarità, risulta a pressione minore di quella atmosferica.

Nella nota è fornita ampia descrizione dell'apparecchiatura impiegata (Fig. 1), nonché della tecnica seguita nella condotta delle prove e nella visualizzazione e registrazione fotografica delle traiettorie.

Le esperienze, condotte su filtri poggianti su fondo impermeabile orizzontale e delimitati da fronti estremi verticali (Fig. 2), sono caratterizzate da valori di  $0,24 \leq h_a/L \leq 0,99$  e  $0,17 \leq h_c/h_a \leq 1,11$  (Figg. 3-4).

(1) Per la interpretazione e valutazione dell'altezza  $h_c$  di capillarità vedasi: LAMBE W.: *Capillary phenomena in cohesionless soils*. Proceedings A.S.C.E. vol. 76, n. 4, febbraio 1950.

(2) H. P. HALL: *An investigation of steady flow toward a gravity well*. "La Houille Blanche" - n. 1, 1955.

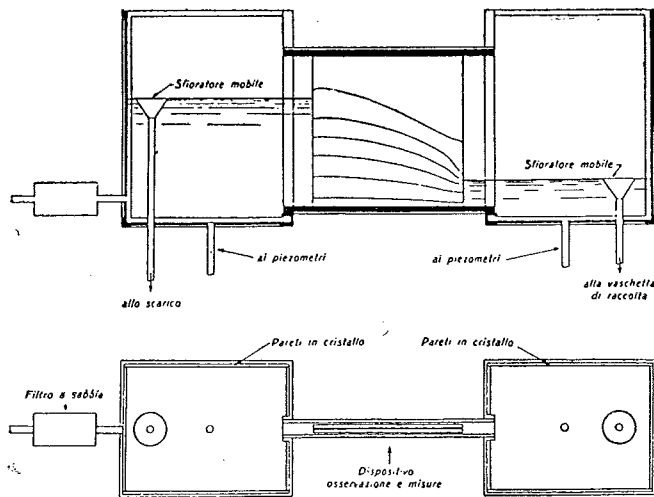


Fig. 1 - Schema dell'apparecchiatura per esperienze con metodo HELD-SHAW.

La conoscenza delle traiettorie sperimentali e delle condizioni al contorno permette di dedurre, attraverso procedimenti grafico-analitici molto semplici, le distribuzioni delle pressioni e delle velocità nell'interno ed al contorno dello spazio sede del moto.

Dall'esame dei dati sperimentali e delle successive elaborazioni risulta accertato che tutta la massa liquida prende parte al movimento soddisfacendo in ogni punto del campo ad unica legge di resistenza; le isopieziche si estendono anche nella zona a pressione relativa negativa senza presentare discontinuità nè perdere il loro significato od il loro valore.

La linea di saturazione, che delimita superiormente la falda, si sviluppa a pressione costante e pari a  $-\gamma h_c$ . In particolare detta linea si distacca dal fronte di imbocco al di sopra del livello d'acqua di alimentazione di una altezza  $AG$  (Fig. 2), minore di  $h_c$  e precisamente pari ad  $h_c - \Delta$ , essendo  $\Delta$  la per-

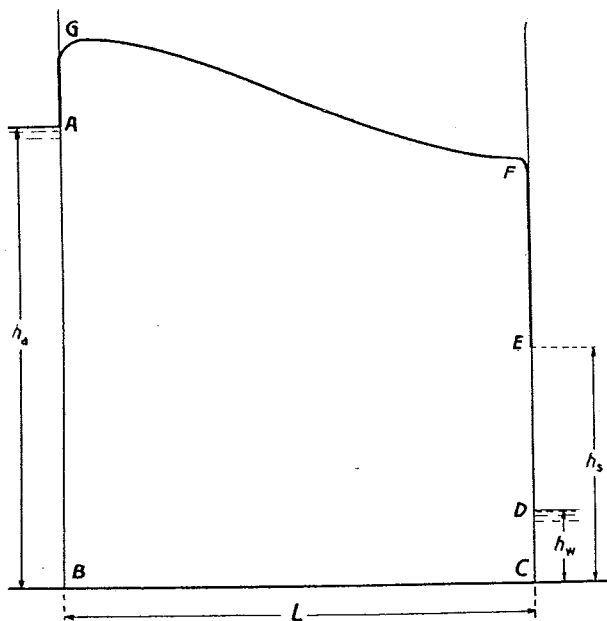


Fig. 2 - Rappresentazione schematica del contorno della corrente in filtro a sbocco rigurgitato, sotto l'azione della capillarità.

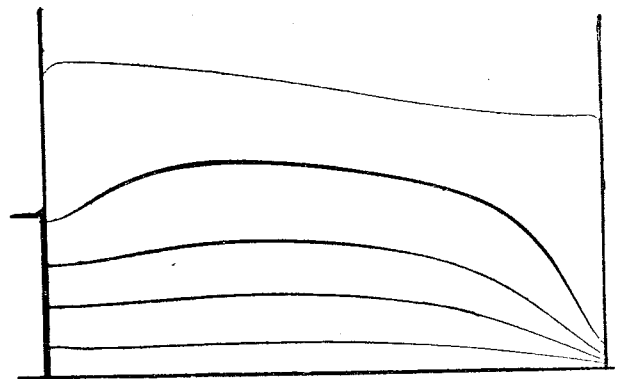


Fig. 3 - Distribuzione delle linee di corrente relative a filtro a sbocco libero:  $h_a/L = 0,28$ ;  $h_c/h_a = 1,11$ .

dità di carico che si associa al moto lungo  $AG$ . Allo sbocco invece il fronte verticale è linea di corrente per il tratto  $EF$  di lunghezza  $h_c + \Delta'$ , essendo  $\Delta'$  la perdita di carico lungo  $EF$ ; inferiormente il fronte stesso è attraversato dalle linee di corrente nel tratto  $ED$  di sorgente sospesa. Nell'interno del campo filtrante resta, quindi, determinata la linea libera che, essendo per posizione luogo dei punti a pressione atmosferica, delimita inferiormente la cosiddetta frangia capillare e definisce lungo il fronte di sbocco il punto in cui ha praticamente origine la sorgente sospesa.

Per modelli molto lunghi detta linea libera si mantiene per lungo tratto parallela alla linea di saturazione e praticamente coincidente con una traiettoria; per modelli di lunghezza limitata, la linea libera non si associa ad alcuna traiettoria, anzi è attraversata dalle linee di corrente sotto angoli notevoli nelle zone prossime all'imbocco ed allo sbocco.

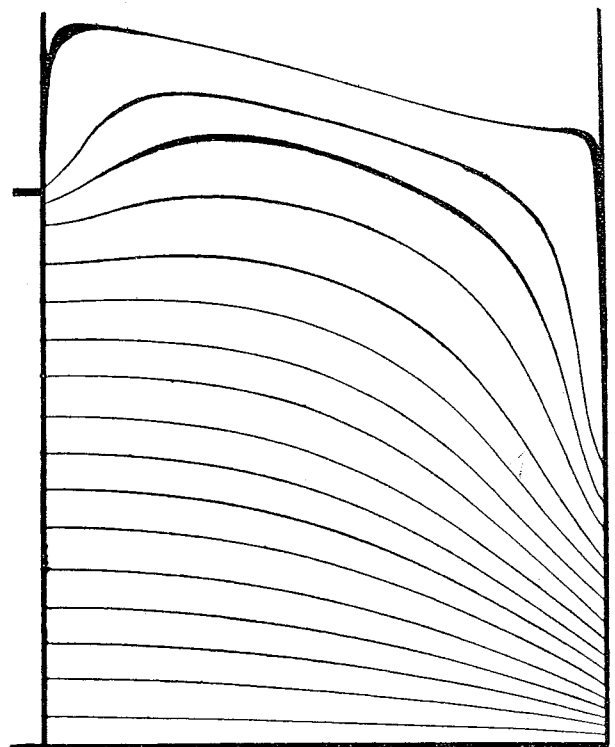


Fig. 4 - Distribuzione delle linee di corrente relative a filtro a sbocco libero:  $h_a/L = 0,98$ ;  $h_c/h_a = 0,39$ .

Le portate defluenti attraverso filtri non rigurgitati ( $h_w = 0$ ), valutate mediante misura volumetrica diretta e dedotte dalla elaborazione dei rilievi fotografici, possono essere espresse, per  $h_c/h_a \leq 0,5$ , dalla relazione

$$Q = \frac{k}{2L} h_a (h_a + h_c) \quad (1)$$

analoga a quella proposta da Muskat per l'emungimento di pozzi freatici in presenza di capillarità. La (1) fornisce valori di  $Q$  minori di quelli sperimentali allorché l'altezza  $h_c$  risulta maggiore di  $0,5 h_a$ .

Per filtri rigurgitati trova conferma, nel campo di misura sperimentato, la relazione

$$\frac{Q'}{Q} = 1 - \frac{h_w^2}{h_a^2} \quad (2)$$

avendo indicato con  $Q'$  la portata defluente attraverso il filtro rigurgitato e con  $Q$  la portata relativa allo stesso filtro per  $h_w = 0$ .

L'A. mette quindi a confronto i risultati della prova eseguita su filtro caratterizzato da  $h_a/L = 0,98$

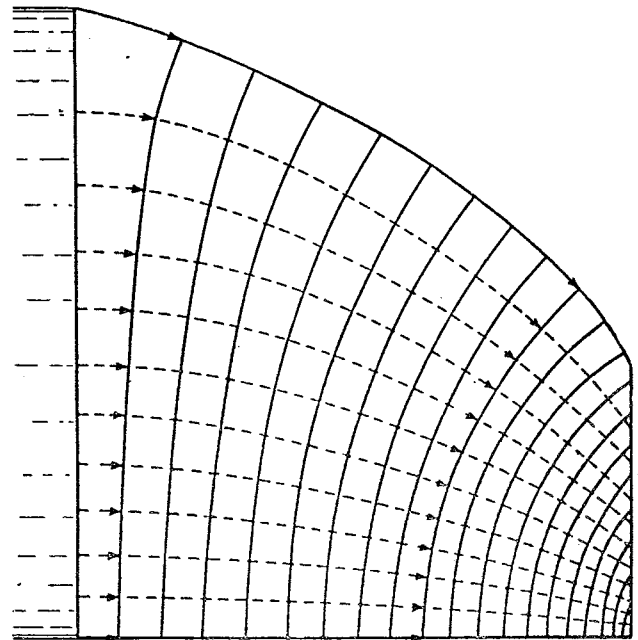
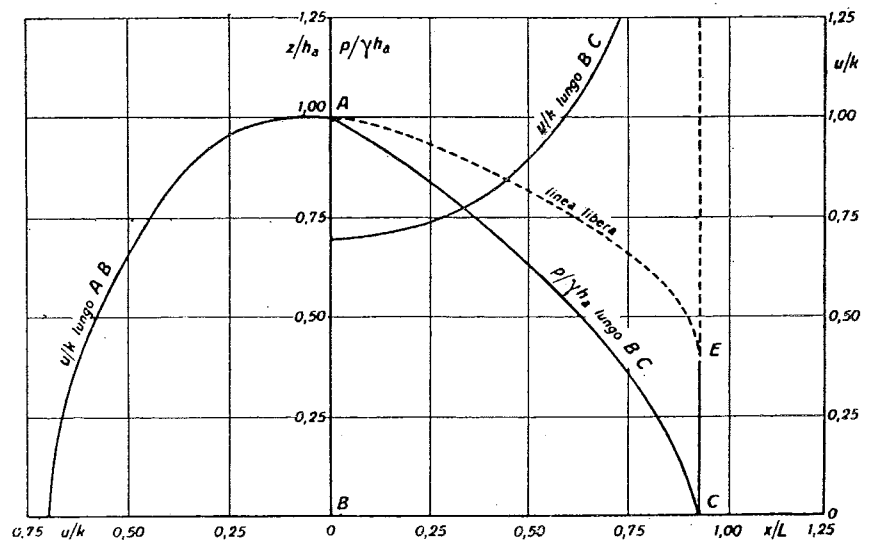


Fig. 5 - Distribuzione delle linee di corrente e delle isopieziche relative a filtro a sbocco libero:  $h_a/L = 1,11$ ;  $h_c = 0$  (da MUSKAT).

Fig. 6 - Linea libera e distribuzioni di velocità e pressioni al contorno di filtro a sbocco libero:  $h_a/L = 1,08$ ;  $h_c = 0$  (da MUSKAT).



ed  $h_c/h_a = 0,39$  (Fig. 4), con quelli riportati da MUSKAT per filtro geometricamente quasi simile, in assenza di capillarità (fig. 5).

L'azione derivante dalle forze capillari si estrinseca su gran parte della massa liquida filtrante, attraverso una sensibile deformazione delle traiettorie dedotte per  $h_c = 0$  (Figg. 4 e 5). Nei due casi le traiettorie si differenziano maggiormente nella parte superiore dei filtri, mentre le traiettorie inferiori risultano quasi coincidenti. Così pure rimangono praticamente inalterate le distribuzioni di velocità e pressioni lungo il fondo impermeabile (Figg. 6 e 7).

Analogamente lungo il fronte di imbocco le distribuzioni di velocità si corrispondono nella parte inferiore: superiormente invece la diminuzione di velo-

cià che, per  $h_c = 0$ , si ha al crescere di  $z$ , Fig. 6, è prima attenuata, successivamente annullata e superata dall'azione delle forze capillari, Fig. 7, che determinano un progressivo aumento di velocità.

Sul fronte di sbocco, lungo il tratto a pressione atmosferica interessato dalla sorgente sospesa, la componente verticale  $v$  della velocità è, come è noto, costante e pari al coefficiente di filtrazione  $k$ ; la distribuzione delle componenti orizzontali  $u/k$  della velocità è risultata per tutti i filtri studiati funzione del rapporto  $z/h_s$ , tra la quota di sbocco  $z$  e l'altezza  $h_s$  della sorgente sospesa.

La accertata indipendenza, almeno nel campo indagato, di questa funzione dai rapporti  $h_a/L$  ed  $h_c/h_a$  (Fig. 8), può quindi considerarsi un notevole apporto allo studio dei moti filtranti a superficie libera.

(3)  $k$  è il coefficiente di permeabilità del mezzo poroso.

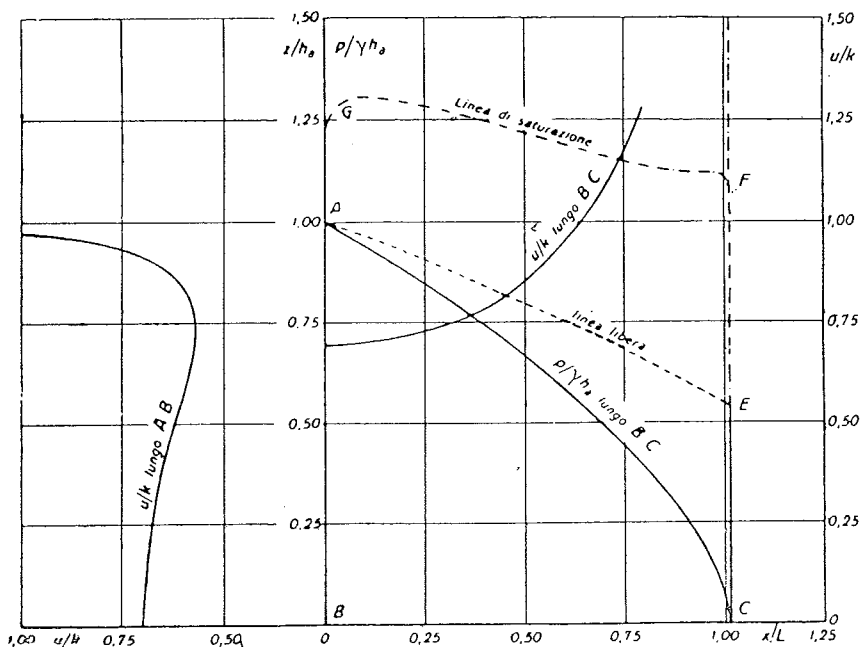
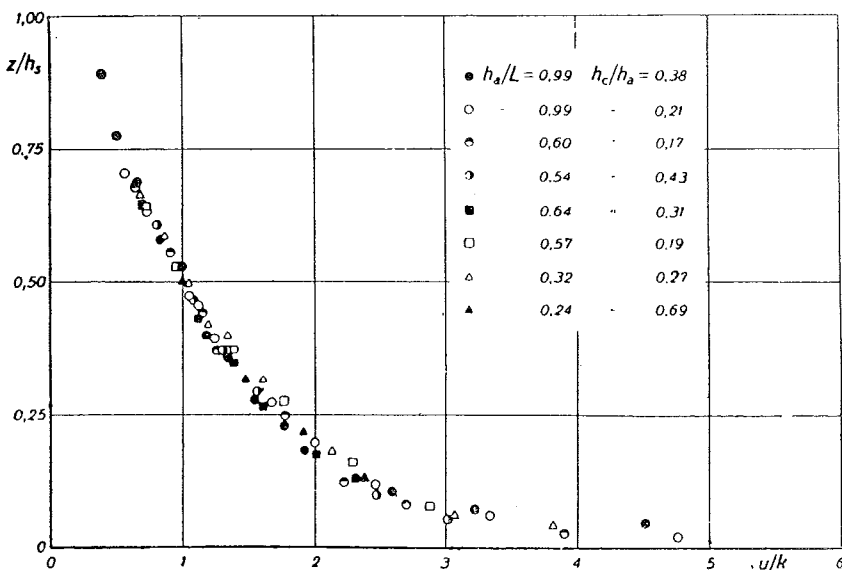


Fig. 7 - Linea di saturazione, linea libera e distribuzioni di velocità e pressioni al contorno di filtro a sbocco libero:  $h_a/L = 0,98$ ;  $h_c/h_a = 0,39$ .

Fig. 8 - Distribuzione di  $u/k = f(z/h_a)$  sul fronte di sorgente sospesa di filtri a sbocco libero.



Dai risultati innanzi discussi restano precisate, insieme alle caratteristiche salienti del particolare processo di filtrazione indagato, alcune proprietà generali dei moti filtranti in presenza della capillarità.

Particolare interesse presenta infatti la riscontrata univocità della legge di resistenza nell'intero campo filtrante e la conseguente precisazione delle condizioni al contorno che ad essa si associano.

A tal proposito ci è sembrato opportuno far notare come si inquadrino nel meccanismo del fenomeno messo in luce dall'A., i risultati ottenuti da MAVIS e TSUNG PEI TSUI (4) operando su filtri in sabbia.

Faremo riferimento al modello da questi realizzato impiegando sabbia fine, perché il notevole valore del

rapporto  $h_c/h_a$  rende particolarmente vistoso il fenomeno e consente di contenere entro limitata aliquota superiore della frangia capillare la zona di maggiore inevitabile indeterminazione.

Di tale modello in Fig. 9 a) sono riportate le traiet-

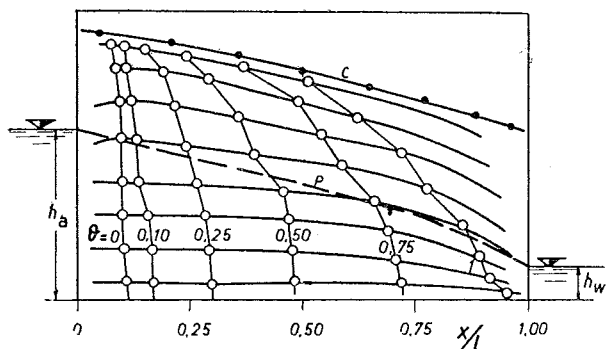


Fig. 9-a - Linea di saturazione, linea libera, linee di corrente, isocrone relative a filtro in sabbia (da MAVIS e TSUNG).

(4) MAVIS F. T. e TSUNG PEI TSUI: *Percolation and capillary movements of water through sand prisms* - Bollettino n. 18 serie 371 della "University of Iowa Studies".

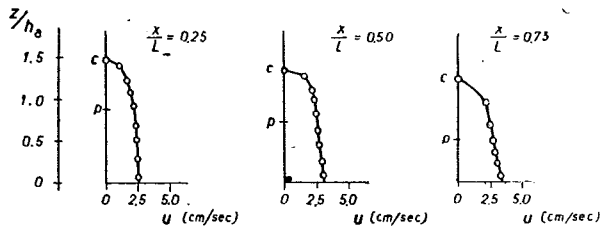


Fig. 9-b - Distribuzioni di  $u=f(z/h_0)$  relative al filtro di Fig. 9-a (da MAVIS e TSUNG).

torie sperimentali, la linea libera  $p$ , quella di saturazione  $c$ , nonché una serie di poligoni i cui vertici forniscono le posizioni raggiunte, nei tempi indicati, da particelle colorate in moto lungo le traiettorie.

In Fig. 9 b) si hanno le relative distribuzioni delle componenti orizzontali delle velocità lungo le verticali di ascissa  $x/L$  pari a 0,25, 0,50 e 0,75; per ciascuna sezione i punti  $p$  e  $c$  indicano gli estremi inferiori e superiori della frangia capillare.

Le poligoni di Fig. 9 a) mostrano chiaramente la notevole differenza aventesi fra i tempi impiegati dal fluido per attraversare il filtro seguendo le varie traiettorie; in particolare, a causa della graduale riduzione di velocità aventesi dal basso verso l'alto lungo le varie verticali, i tempi aumentano sensibilmente man mano che si considerano traiettorie prossime alla linea libera o che si sviluppano nella frangia capillare.

Per confronto abbiamo calcolato, con l'ausilio del reticolato idrodinamico, i valori di  $V/k$  lungo le traiettorie del filtro di Fig. 3, che presenta molta affinità con il modello di Fig. 9.

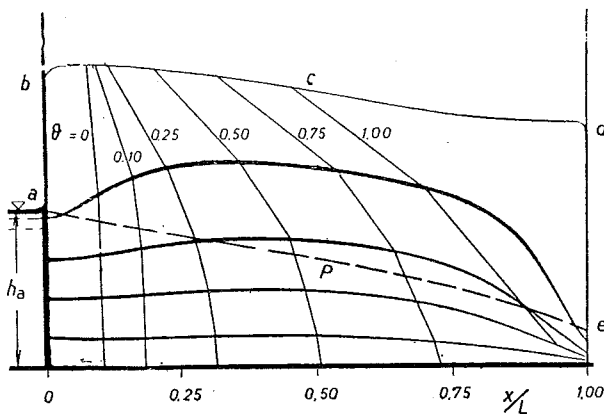


Fig. 10-a - Linea di saturazione, linea libera, linee di corrente, isocrone relative al filtro di Fig. 3.

I risultati delle elaborazioni, riportati in Fig. 10 con la stessa simbologia di Fig. 9, sono perfettamente concordi con i rilievi sperimentali di MAVIS e TSUNG, localizzandosi scostamenti di un certo rilievo in prossimità della linea di saturazione.

L'affinità che presentano le due precedenti elaborazioni mostra come il rallentamento del moto riscontrato da MAVIS e TSUNG nella zona capillare debba intendersi determinato dalle condizioni al contorno del filtro e non possa attribuirsi ad una peculiare caratteristica del moto nella frangia capillare.

Gli scostamenti che si riscontrano in prossimità

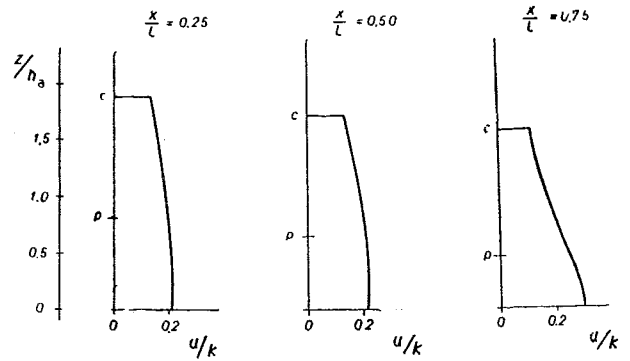


Fig. 10-b - Distribuzioni di  $u/k=f(z/h_0)$  relative al filtro di Fig. 10-a.

della linea di saturazione sono dovuti alla schematizzazione del fenomeno aventesi nei modelli alla HELLSHAW, nei quali il fluido muove lungo la linea di saturazione con velocità finita. Nel fenomeno reale non si può evidentemente parlare di una netta distinzione fra materiale asciutto e materiale interessato dal processo di moto, passandosi gradualmente da discontinuità di modesta importanza nella massa d'acqua, a piccoli volumi di liquido isolati nella sabbia e circondati dall'aria; sembra pertanto lecito seguire lo schema di Fig. 2 e localizzare la delimitazione dello spazio filtrante nell'intervallo, caratterizzato da notevoli variazioni del grado di saturazione, compreso fra i valori massimi e minimi di altezza capillare <sup>(5)</sup>.

Per i filtri studiati (Fig. 2) le condizioni lungo il contorno superiore del campo e sul fronte di sbocco possono quindi così riassumersi:

$$\varnothing = -k(z+p/\gamma) = -k h_w = \text{cost lungo } CD$$

$$\varnothing = -kz \text{ lungo } DE$$

$$\frac{\partial \varnothing}{\partial x} = 0 \text{ lungo } EF \text{ e } GA$$

$$\varnothing = -k(z-h_c); \frac{\partial \varnothing}{\partial n} = 0 \text{ lungo } FG$$

essendo  $\varnothing = -k h$  la funzione potenziale della velocità di filtrazione ed  $h = z+p/\gamma$  la quota piezometrica del punto considerato.

Lungo il fronte di sbocco la pressione risulta minima in  $F'$  e pari a  $-\gamma h_c$ , aumenta quindi con legge non lineare (Fig. 11) determinata dalla perdita di carico non uniformemente distribuita lungo il tratto  $F'E$ , raggiunge la pressione atmosferica in  $E$  e si mantiene costante lungo l'intera aliquota di fronte interessata dalla sorgente sospesa.

Sembra piuttosto debba attribuirsi alla incertezza dei risultati, caratteristica dei modelli in sabbia anche scrupolosamente curati, la deduzione di HALL <sup>(6)</sup> che lungo il fronte di sbocco si abbia una distribu-

(5) LAMBE: nota citata.

(6) HALL: nota citata.

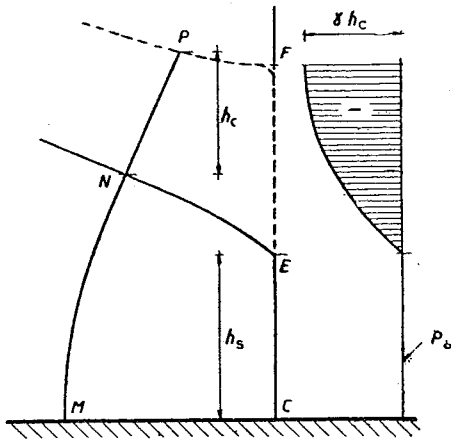


Fig. 11 - Distribuzione delle pressioni sul fronte di sbocco di filtro non rigurgitato.

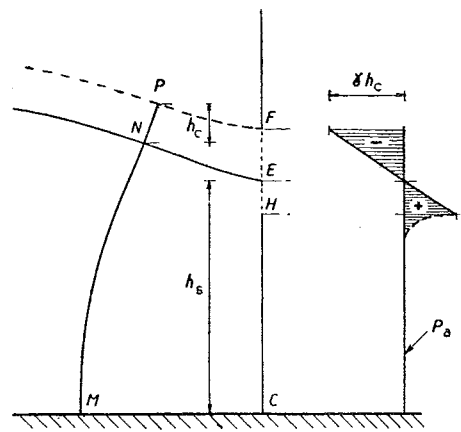


Fig. 12 - Distribuzione delle pressioni sul fronte di sbocco di filtro non rigurgitato (da HALL).

zione di pressione del tipo indicato in Fig. 12, necessaria per vincere le tensioni interne del fluido che, nella parte superiore della sorgente sospesa, si opporrebbero al deflusso dell'acqua.

Le caratteristiche del processo di moto precisate nella nota presa in esame, rivestono una particolare utilità pratica perché, per la loro generalità, forniscono le condizioni al contorno necessarie per af-

frontare per via analitica lo studio di processi di filtrazione in presenza della capillarità e permettono, in campo sperimentale, di far ricorso a modelli piani alla HELE-SHAW — quale quello di Fig. 13 — o modelli elettrici spaziali, allorché particolari esigenze della ricerca o la impossibilità di ottenere una corretta similitudine geometrica sconsigliano l'impiego di modelli in sabbia.

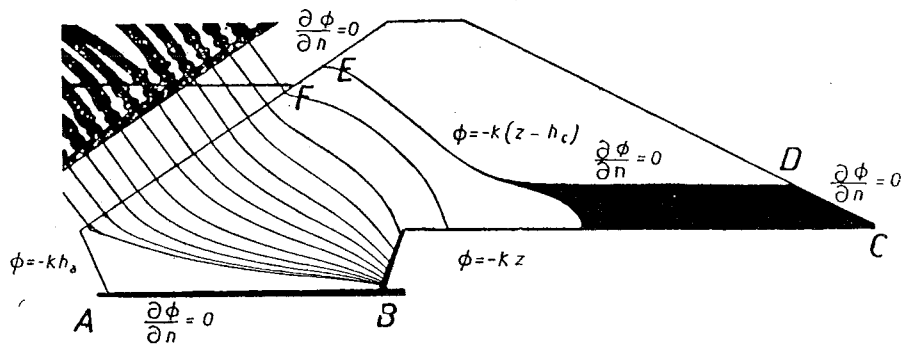


Fig. 13 - Modello di diga in terra.

R. Carravetta