diati si ottenevano valori sensibilmente errati per eccesso.

(*Giovanni Calabresi*)

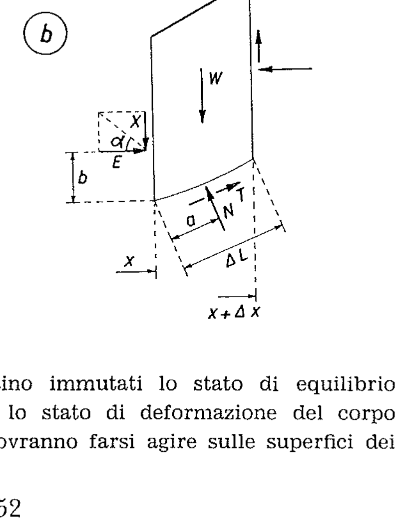
Le nuove prospettive offerte dal calcolo automatico nelle verifiche di stabilità dei pendii.

R. V. Withman e W. A. Bailey - *Use of computers for slope stability analysis.* Journ. Soil Mech. Found. Div., Proc. ASCE, SM 4, 1967.

Il progresso raggiunto nella tecnica del calcolo automatico apre oggi nuove prospettive per la soluzione di tutti quei problemi, che nel passato non è stato possibile approfondire per la difficoltà di svolgere in tempi ragionevoli i calcoli numerici. Tipico fra questi è il problema della verifica di stabilità dei pendii.

Questo problema viene ancora oggi generalmente affrontato seguendo l'indirizzo indicato da Fellenius e successivamente perfezionato da vari autori.

Nell'ipotesi che il problema sia piano, il principio del calcolo è ben noto. Si immagina di dividere come in fig. 1a il corpo di terreno in esame in parti mediante una sezione qualsiasi S — lungo la quale si giudichi possibile un evento di rottura — ed altri n-1 tagli verticali, di allontanare le parti fra loro e, con esse, le forze esterne che eventualmente le sollecitino. Perchè restino immutati lo stato di equilibrio e lo stato di deformazione del corpo dovranno farsi agire sulle superfici dei tagli quelle stesse forze che le parti allontanate mutuamente si trasmettevano.



Affinchè sia rispettato l'equilibrio, le risultanti incognite degli sforzi applicati sulle 3 n superfici dei tagli e quelle note delle forze di massa o delle forze esterne dovranno soddisfare le 3 n equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale, nonchè alla rotazione delle n parti considerate.

Per rispettare lo stato di deformazione del corpo dovrebbero poi imporsi alle forze in gioco altre condizioni, che tengano conto delle caratteristiche di deformabilità del terreno [cfr. ad es. Bendel, 1962]. Come è noto, però, tali condizioni non vengono contemplate nel metodo in esame, che, quindi, proprio in questo aspetto presenta le sue limitazioni.

È facile, perciò, rendersi conto che le sole equazioni dell'equilibrio non sono sufficienti per risolvere il problema e che questo presenta un alto grado di indeterminazione.

Con riferimento alla fig 1b infatti, le forze agenti su ciascuna delle n-1 facce verticali possono caratterizzarsi con i 2 (n — 1) valori delle componenti normali E e tangenziali X, nonchè con gli n — 1 valori dei bracci b.

Analogamente, sulle facce della superficie S comprese fra due tagli verticali successivi agiranno le 2 n componenti normali N e tangenziali T; le N sono caratterizzate dagli n bracci a.

In totale si dispone di 3 n equazioni di equilibrio in 6 n — 3 incognite.

Per risolvere il problema è necessario, quindi, introdurre qualche altra ipotesi.

Si suppone così, innanzitutto, che lungo la superficie S le forze N e T siano in ogni punto legate dalla relazione:

$$T = \frac{1}{F} [c' \Delta L + (N - u \Delta L) \operatorname{tg} \varphi'] \quad (1)$$

dove c', φ' sono i parametri di resistenza al taglio in termini di pressioni effettive e la u è la pressione neutra, che si verificherebbe qualora le forze T raggiungessero il valore limite corrispondente a F = 1. Con la (1) si ammette cioè che la T sia proporzionale alla resistenza tangenziale limite secondo un coefficiente 1/F costante lungo tutta la superficie S e che si assume tra le incognite del problema.

Quanto alla pressione neutra u essa si suppone nota o esprimibile a sua volta in funzione della N.

In luogo delle n incognite T resta così la sola F: il numero totale delle incognite del problema si riduce a 5 n — 2.

Il grado di indeterminazione può ancora ridursi facendo crescere il numero n dei tagli in modo tale da rendere trascurabile il braccio a delle forze N: le incognite sono allora 4 n — 2.

Nonostante queste semplificazioni, il problema resta indeterminato; per risolverlo può procedersi esplorando, per ogni assegnata superficie di rottura S, tutta una gamma di possibili soluzioni giudicare poi di volta in volta della loro attendibilità in dipendenza delle condizioni del problema e delle effettive caratteristiche dei terreni.

Gli AA. della memoria che si recensisce sottolineano la funzione determinante che assume in questo tipo di problema il calcolo automatico. Esso consente la rapida ricerca di quelle soluzioni, che dal punto di vista statico sono tutte egualmente possibili, ma che a posteriori il tecnico potrebbe giudicare in parte non accettabili in base a quelle considerazioni, delle quali non è stato possibile tener conto direttamente nell'impostazione teorica.

In particolare, seguendo un criterio già noto [Morgenstern e Price, 1966] gli AA. propongono di considerare il rapporto

$$\operatorname{tg} \alpha (x) = \frac{X(x)}{E(x)} = \lambda f(x) \quad (2)$$

dove λ è una costante e f(x) una generica funzione dell'ascissa x. Assunta una f(x) di tentativo, si fissano con la posizione (2) le intensità di n — 1 forze introducendo la nuova incognita λ. Complessivamente le incognite si riducono perciò a 3n, il che rende il problema determinato. È possibile così risolvere il sistema delle 3n equazioni nelle 3n residue incognite.

Gli AA. ammettono implicitamente che il sistema non sia « mal condizionato » [1]. Ottenuto, quindi, il vettore soluzione, essi forniscono alcuni criteri per giudicare se questo sia o meno attendibile. Può accadere, ad esempio, che le intensità delle forze X, così calcolate, superino il valore della resistenza al taglio del materiale lungo le superfici verticali di taglio o che i bracci b delle forze E risultino mediamente

[1] Si dicono sistemi « mal condizionati » quei sistemi per i quali una grande variazione del vettore soluzione produce piccole variazioni nel vettore residui.

molto discosti da 1/3 h dove h è l'altezza delle strisce o anche che il diagramma degli sforzi normali sulla superficie S presenti troppo brusche variazioni.

In tali casi converrà formulare una differente ipotesi per la f (x) e ripetere il calcolo; gli AA. supperiscono a tal proposito di assegnare ad f (x) andamenti lineari, sinsuoidali o parabolici, comunque rappresentabili sempre da funzioni molto semplici.

Da un'apposita ricerca gli AA. deducono che i vari procedimenti semplificati attualmente in uso [Bishop, 1955] per le verifiche di stabilità possono fornire risultati alquanto differenti da quelli cui si può giungere con il metodo indicato, il quale tuttavia, per la complessità dei sistemi di equazioni, che occorre risolvere per tentativi per ogni assegnata superficie di rottura, è in pratica applicabile solo con un programma di calcolo automatico.

(*Ruggiero Jappelli*)

BIBLIOGRAFIA

Bendel H. (1962) - *Die Berechnung von Spannungen und Verschiebungen in Erddämmen.* Mit. Versuchsanstalt für Wasserbau u. Erdbau, H 55, E.T.H., Zurigo (cfr. anche recensione di C. Viggiani in Geotecnica, 4, 1964).

Bishop A. W. (1955) - *The use of the slip circle in the stability analysis of slopes.* Geotechnique, vol. 5.

Morgenstern N. R. e Price V. E. (1966) - *The analysis of the stability of general slip surfaces.* Geotechnique, vol. 15.