

Cedimenti immediati dei terreni di fondazione *

C. VIGGIANI **

SOMMARIO: I cedimenti di un'opera di fondazione si verificano, per un'aliquota rilevante, immediatamente all'atto dell'applicazione dei carichi.

Schematizzato il terreno di fondazione come un mezzo elastico poroso, omogeneo ed isotropo, saturato da un liquido incompressibile, l'A. mostra come i cedimenti immediati possano essere calcolati sia in termini di pressioni effettive che in termini di pressioni totali. Nel primo caso occorre determinare la sovrappressione neutra indotta dai carichi, e far uso delle costanti elastiche E ed m dello scheletro solido; nel secondo caso si utilizzano le costanti elastiche apparenti del complesso scheletro solido-acqua. La seconda via risulta più conveniente nelle applicazioni.

I cedimenti immediati di fondazioni circolari e nastriformi vengono calcolati e paragonati con i corrispondenti cedimenti finali per i due casi limite di fondazione infinitamente rigida ed infinitamente flessibile, e per diversi valori dello spessore del terreno deformabile rispetto alle dimensioni della fondazione. I risultati ottenuti sono analizzati e discussi.

1. Premessa.

Gli spostamenti verticali — ovvero, con termine di uso corrente nel linguaggio tecnico, i cedimenti — di un'opera di fondazione si verificano in parte all'atto stesso dell'applicazione dei carichi ed in parte gradualmente al trascorrere del tempo, con un decorso più o meno rapido a seconda della natura dei terreni di fondazione.

Giovandoci dei concetti intuiti ed analizzati ormai quasi mezzo secolo fa da TERZAGHI [1923], possiamo oggi distinguere con chiarezza le cause del fenomeno.

All'atto dell'applicazione dei carichi viene indotto nel sottosuolo un sistema di sollecitazioni che si ripartiscono fra il fluido interstiziale (sovrappressione neutra) e lo scheletro solido del terreno (sollecitazioni effettive); queste ultime provocano per l'appunto il *cedimento immediato*, che indicheremo con w_e .

Con il trascorrere del tempo la sovrappressione neutra indotta si dissipa gradualmente, mentre si incrementano le sollecitazioni effettive e l'acqua interstiziale viene espulsa verso l'esterno; è questo il cosiddetto processo di consolidazione, cui si accompagnano variazioni di volume del terreno ed ulter-

riori deformazioni. Alle componenti verticali di tali deformazioni si dà il nome di *cedimenti di consolidazione* w_c .

Si verifica contemporaneamente il fenomeno che TERZAGHI indicò come « effetto secondario », e cioè un fenomeno di deformazioni differite che prosegue in seguito anche dopo il termine del processo di consolidazione, quando le sollecitazioni effettive agenti sul terreno hanno raggiunto il loro valore finale costante.

L'effetto secondario assume quasi sempre un'importanza assai modesta se paragonato ai cedimenti immediato e di consolidazione; per tale ragione, in via di approssimazione pienamente accettabile nelle applicazioni, si considera la somma di questi due come *cedimento finale* w_f .

La previsione del cedimento finale w_f di un'opera di fondazione è uno dei problemi classici della geotecnica; tuttavia è facile comprendere come sia di grande interesse distinguere anche quale aliquota di tale cedimento si verificherà all'atto dell'applicazione dei carichi e quale successivamente nel tempo.

Oggetto della presente nota è appunto il calcolo dei cedimenti immediati ed il loro confronto con i cedimenti finali.

Per caratterizzare il terreno di fondazione adotteremo il classico modello su cui è basata la teoria della consolidazione, e cioè quello di un corpo poroso omogeneo ed isotropo, dotato di elasticità lineare e saturato da un liquido incompressibile.

Oltre al liquido, anche la sostanza solida è supposta di per sé incompressibile, sì che ogni variazione di volume possa essere causata solo da una corrispondente variazione della porosità.

* Il presente studio rientra in un programma di ricerche che l'Istituto di *Tecnica delle Fondazioni e Costruzioni in Terra (Geotecnica)* dell'Università di Napoli svolge con il contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche nell'ambito del Gruppo « Terreni e Strutture » sotto la guida del Prof. Ing. Arrigo CROCE.

** Dott. Ing. Carlo VIGGIANI, assistente straordinario alla Cattedra di *Tecnica delle Fondazioni e Costruzioni in Terra (Geotecnica)* della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Napoli.

Questo semplice modello rappresenta senza dubbio una schematizzazione molto accentuata dell'effettivo comportamento dei terreni naturali, ed ignora un gran numero di fattori di rilevante importanza, quali la non linearità e la non reversibilità delle relazioni fra tensioni e deformazioni, la dilatazione, gli effetti secondari; tuttavia esso permette un'analisi quantitativa dei cedimenti immediati e finali e — se criticamente adoperato — rappresenta un utilissimo strumento di lavoro.

2. Formulazione generale.

2.1. In una recente nota [VIGGIANI, 1967] — alla quale si rimanda per una dettagliata discussione delle ipotesi — sono state esaminate le condizioni di sollecitazione che si verificano all'atto dell'applicazione di un sistema di carichi sul piano limite di un semispazio costituito dal corpo ideale sopra indicato. Si ha in particolare una distribuzione di sovrappressioni neutre u_o ,⁽¹⁾ nel liquido che satura i pori, ed uno stato di sollecitazioni effettive agenti sullo scheletro solido di cui indicheremo con σ_{i_o} ($i = x, y, z$) le componenti normali nel punto generico.⁽²⁾ Dette σ_{i_o} le sollecitazioni normali totali indotte dai sovraccarichi, si avrà all'istante iniziale:

$$\sigma_{i_o} = u_o + \sigma'_{i_o} \quad (i = x, y, z).$$

È da osservare che il corpo non potrà subire istantaneamente alcuna variazione di volume; infatti, stante la supposta incompressibilità della sostanza solida e del liquido, ogni variazione di volume al finito come nell'infinitesimo comporterebbe il movimento di una certa quantità di acqua; per valori finiti della permeabilità tale movimento non può però avvenire in un tempo nullo. Ne consegue da un lato che le sovrappressioni neutre u_o assumono nei vari punti del corpo valori tali da rendere nulla la divergenza del vettore velocità di filtrazione; d'altro canto le sollecitazioni effettive σ'_{i_o} devono esser tali da rendere nullo il coefficiente di dilatazione cubica dello scheletro solido. Queste condizioni permettono di esprimere le sovrappres-

(1) Con l'indice « o » caratterizzeremo i valori che le varie grandezze assumono all'atto dell'applicazione dei carichi; con l'indice « f », che verrà introdotto nel seguito, faremo invece riferimento alle condizioni finali del processo di deformazione.

(2) Come è usuale in Meccanica dei Terreni, le sollecitazioni sono assunte positive se di compressione. La terna di riferimento $0\ x\ y\ z$ è scelta con origine sul piano limite ed asse z verticale ed orientato verso il basso.

sioni neutre u_o in funzione delle sollecitazioni totali σ_{i_o} :

$$u_o = (\sigma_{x_o} + \sigma_{y_o} + \sigma_{z_o})/3 = T_o/3 \quad (1)$$

A loro volta le sollecitazioni totali possono essere calcolate facendo uso della teoria dell'elasticità relativa al mezzo monofase. All'istante iniziale, infatti, il complesso acqua-scheletro solido potrà essere considerato in termini di pressioni totali come un mezzo monofase le cui costanti elastiche apparenti saranno indicate con i simboli E_o ed m_o .

Il modulo m_o assume per qualsiasi terreno il valore $m_o = 2$, che traduce la già descritta proprietà del complesso di non subire variazioni di volume istantanee.

Quando al modulo E_o , la sua espressione in funzione delle costanti elastiche E ed m dello scheletro solido può essere ottenuta facilmente analizzando un qualsiasi problema di deformazione istantanea; ci riferiremo ad esempio al semplice schema della prova di compressione uniassiale, eseguita in condizioni non drenate.

Detto T_o il primo invariante dello stato tensoriale in termini di pressioni totali, si avrà:

$$\sigma_{x_o} = \sigma_{y_o} = 0; \quad \sigma_{z_o} = T_o.$$

Per la (1), la sovrappressione neutra varrà:

$$u_o = \sigma_{z_o}/3$$

Le pressioni effettive varranno dunque:

$$\sigma'_{z_o} = \sigma_{z_o} - u_o = 2\sigma_{z_o}/3$$

$$\sigma'_{x_o} = \sigma'_{y_o} = -u_o = -\sigma_{z_o}/3$$

L'accorciamento unitario, espresso in termini di pressioni effettive, varrà:

$$\varepsilon_{z_o} = \frac{1}{E} \left(\sigma'_{z_o} - \frac{\sigma'_{x_o} + \sigma'_{y_o}}{m} \right) = \frac{2\sigma_{z_o}}{3E} \left(\frac{m+1}{m} \right)$$

Se si fa invece riferimento alle pressioni totali si ha:

$$\varepsilon_{z_o} = \sigma_{z_o}/E_o$$

Confrontando fra loro le due espressioni di ε_{z_o} si ottiene:

$$E_o = \frac{3}{2} \frac{m}{m+1} E = \frac{3}{2} \frac{1}{1+\mu} E \quad (2)$$

in cui $\mu = 1/m$.

La relazione (2) è illustrata nella fig. 1; come si vede per $0 \leq \mu \leq 0,5$ si ha $E \leq E_0 \leq 1,5 E$.

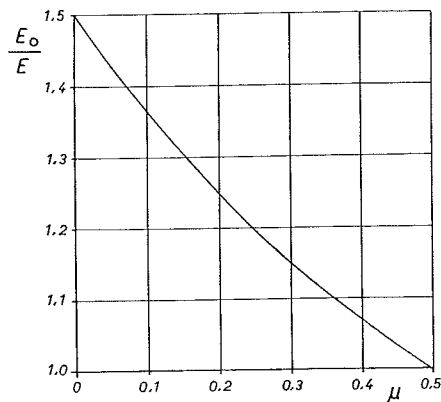


Fig. 1. - Modulo di elasticità apparente in condizioni non drenate E_0 in funzione delle costanti elastiche E e $\mu = 1/m$ dello scheletro solido.

2.2. Per lo studio delle deformazioni immediate, ed in particolare dei cedimenti immediati, potremo seguire due diverse vie che risultano evidenti da quanto finora esposto.

Ragionando in termini di pressioni effettive ed utilizzando le costanti elastiche dello scheletro solido E ed m , potremo porre:

$$w_0 = \int_0^\infty \varepsilon_{z_0} dz = \frac{1}{E} \int_0^\infty \left(\sigma'_{z_0} - \frac{\sigma'_{x_0} + \sigma'_{y_0}}{m} \right) dz \quad (3)$$

Se invece ci riferiamo alle pressioni totali ed alle costanti elastiche apparenti E_0 ed $m_0 = 2$, avremo:

$$w_0 = \int_0^\infty \varepsilon_{z_0} dz = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty \left(\sigma_{z_0} - \frac{\sigma_{x_0} + \sigma_{y_0}}{2} \right) dz \quad (4)$$

3. Fondazione circolare rigida sul semispazio.

3.1. Si consideri (fig. 2) una fondazione circolare rigida di diametro D poggiante sul piano limite di un semispazio e caricata da un sistema di forze aventi risultante verticale e centrata Q . Lungo la verticale passante per il centro della piastra si ha [FISCHER, 1957 a]:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 1/2 q \operatorname{sen}^2 \alpha (1 + 2 \cos^2 \alpha) \\ \sigma_x &= \sigma_y = 1/4 q \operatorname{sen}^2 \alpha (1 + 2/m - 2 \cos^2 \alpha) \end{aligned} \quad (5)$$

in cui $q = 4Q/\pi D^2$ rappresenta la pressione media agente sul piano di posa della fondazione. Ponendo $m = m_0 = 2$ le (5) forniscono le espressioni delle sollecitazioni totali indotte all'atto dell'applicazione dei carichi, che sono:

$$\begin{aligned} \sigma_{z_0} &= 1/2 q \operatorname{sen}^2 \alpha (1 + 2 \cos^2 \alpha) \\ \sigma_{x_0} &= \sigma_{y_0} = 1/2 q \operatorname{sen}^4 \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

Si ha allora $T_0 = 3/2 q \operatorname{sen}^2 \alpha$ e la sovrappresione neutra indotta dal carico esterno varrà:

$$u_0 = T_0/3 = 1/2 q \operatorname{sen}^2 \alpha \quad (7)$$

Le (6) e (7) permettono di calcolare le sollecitazioni effettive iniziali:

$$\begin{aligned} \sigma'_{z_0} &= \sigma_{z_0} - u_0 = q \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ \sigma'_{x_0} &= \sigma'_{y_0} = \sigma_{x_0} - u_0 = -1/2 q \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad (8)$$

Applicando la (3) e tenendo conto delle (8), si ottiene con facili passaggi il valore del cedimento immediato⁽³⁾:

$$w_0 = \frac{1}{2} \frac{m+1}{m} \frac{Q}{DE} \quad (9)$$

Per eseguire lo stesso calcolo in termini di pres-

⁽³⁾ Si ha infatti:

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{1}{E} \int_0^\infty \left(\sigma'_{z_0} - \frac{\sigma'_{x_0} + \sigma'_{y_0}}{m} \right) dz = \\ &= \frac{q}{E} \frac{m+1}{m} \int_0^\infty \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha d\alpha \end{aligned}$$

Tenendo presente che $2z/D = \operatorname{ctg} \alpha$ e quindi

$$dz = -D d\alpha / 2 \operatorname{sen}^2 \alpha$$

si ha:

$$\begin{aligned} \frac{q}{E} \frac{m+1}{m} \int_0^\infty \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha dz &= \frac{qD}{2E} \frac{m+1}{m} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha d\alpha = \\ &= \frac{qD}{4E} \frac{m+1}{m} \left[\alpha + \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \right]_0^{\pi/2} = \frac{m+1}{m} \frac{qD\pi}{8E} \end{aligned}$$

da cui si ottiene la (9)

sioni totali si utilizzano le espressioni (4) e (6); si ottiene: (4)

$$w_o = \frac{3}{4} \frac{Q}{DE_o} \quad (10)$$

Se si tiene presente l'espressione (2) del modulo E_o in funzione di E ed m le equazioni (9) e (10) coincidono, il che conferma la possibilità di calcolare i cedimenti immediati indifferentemente in ter-

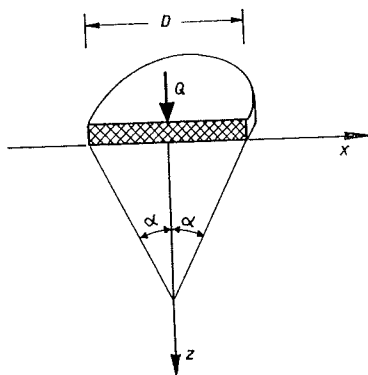


Fig. 2.

mini di pressioni effettive o totali. In pratica converrà fare riferimento alle pressioni totali, con le quali il calcolo risulta più semplice.

3.2. La piastra circolare rigida che stiamo considerando subirà, al termine del processo di consolidazione, un cedimento finale w_t che può calcolarsi tenendo conto delle (5) e vale:

$$w_t = \frac{1}{E_o} \int_0^\infty \left(\sigma_{zr} - \frac{\sigma_{xr} + \sigma_{yr}}{m} \right) dz = \frac{m^2 - 1}{m^2} \frac{Q}{DE} \quad (11)$$

(4) Si ha infatti:

$$\begin{aligned} w_o &= \frac{1}{E_o} \int_0^\infty \left(\sigma_{zo} - \frac{\sigma_{xo} + \sigma_{yo}}{2} \right) dz = \\ &= \frac{q}{2 E_o} \int_0^\infty [\text{sen}^2 \alpha (1 + 2 \cos^2 \alpha - \text{sen}^2 \alpha)] dz = \frac{q D}{4 E_o} \cdot \\ &\cdot \int_{\pi/2}^0 3 \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{3 q D}{8 E_o} \left[\alpha + \text{sen} \alpha \cos \alpha \right]_{\pi/2}^0 = \frac{3 \pi D q}{16 E_o} \end{aligned}$$

da cui la (10).

Il cedimento di consolidazione w_c può allora essere calcolato per differenza:

$$w_c = w_t - w_o = \frac{m(m-1) - 2}{2m^2} \frac{Q}{DE} \quad (12)$$

I tre cedimenti immediato w_o , di consolidazione w_c e finale w_t sono riportati nel diagramma di figura 3 in funzione del coefficiente di Poisson.

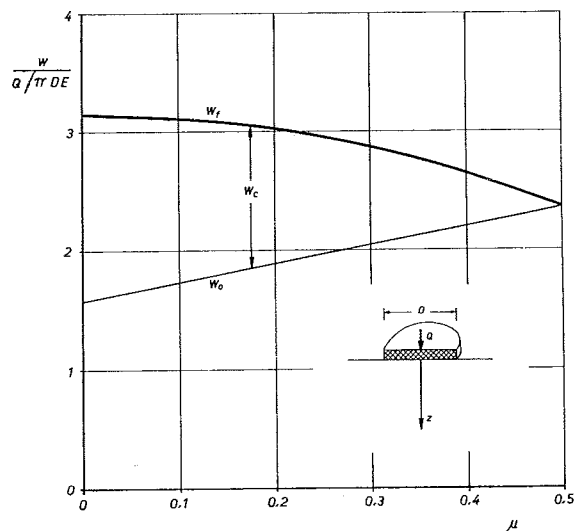


Fig. 3. - Cedimenti immediati, di consolidazione e finali di una fondazione circolare rigida caricata assialmente e poggiante sul piano limite di un semispazio indefinito.

4. Fondazione circolare e fondazione di lunghezza infinita su sottosuolo di spessore finito.

4.1. Allo scopo di dare maggiore generalità alle considerazioni che potrebbero farsi circa i risultati cui si è giunti nel paragrafo precedente e che sono esposti nella fig. 3, prenderemo qui in esame condizioni di carico e condizioni ai limiti diverse.

Per quanto riguarda le condizioni ai limiti, molto di frequente nelle applicazioni il sottosuolo è costituito da uno strato di un certo terreno limitato inferiormente da terreni molto meno deformabili. Questa situazione può venire schematizzata sostituendo al semispazio elastico fin qui considerato uno strato elastico di spessore finito H limitato inferiormente da un piano rigido. Le espressioni delle tensioni e delle deformazioni con queste condizioni ai limiti sono state ottenute per alcuni semplici schemi di carico [MELAN, 1919; MARGUERRE, 1931; BIOT, 1935; BURMISTER, 1956] ma presentano notevoli difficoltà e pertanto mal si prestano all'impiego nella pratica corrente.

Per cogliere l'influenza dello spessore dello strato

deformabile sui mutui rapporti fra cedimenti immediati e finali, si può in via di approssimazione ragionare come segue. Se gli integrali contenuti nelle espressioni (3), (4) e (11) dei cedimenti di un punto del piano limite del semispazio, anziché essere estesi fino a profondità infinita, vengono arrestati alla profondità H , le relative formule forniscono l'aliquota di cedimento dovuta alle deformazioni dello strato compreso fra il piano limite e la profondità H . Essa può essere considerata come un valore approssimato del cedimento che si avrebbe se lo strato deformabile fosse limitato inferiormente a profondità H da un piano rigido.

Ammettendo tale approssimazione, e restando ancora nel caso della fondazione circolare rigida, è facile calcolare il cedimento finale w_f in funzione dello spessore H del terreno deformabile; i risultati ottenuti sono riportati nella fig. 4a in funzione del coefficiente μ . Nella fig. 4b sono invece riportati i valori del cedimento immediato e del cedimento di consolidazione, come aliquote del corrispondente cedimento finale.

4.2. Se invece di considerare la fondazione circolare rigida ci riferiamo ad un'area circolare del piano limite su cui sia distribuito un carico uniforme di intensità q per unità di superficie, o in altre parole ad una fondazione flessibile uniformemente caricata, le sollecitazioni indotte nei punti della verticale passante per il centro valgono [TIMOSHENKO, 1934]:

$$\sigma_z = q (1 - \cos^3 \alpha)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = q/2 \left[1 + 2/m - 2 \left(\frac{m+1}{m} \right) \cos \alpha + \cos^3 \alpha \right] \quad (13)$$

avendo ancora adottato i simboli della fig. 2.

Ponendo $m = m_0 = 2$ le (13) forniscono le espressioni delle sollecitazioni totali indotte all'atto dell'applicazione dei carichi che sono:

$$\sigma_{z_0} = q (1 - \cos^3 \alpha)$$

$$\sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = q/2 (2 - 3 \cos \alpha + \cos^3 \alpha) \quad (14)$$

Applicando la (4) e tenendo conto delle (14) si ottiene per il cedimento immediato del centro dell'area di carico:

$$w_0 = \frac{2}{\pi} \frac{m+1}{m} \frac{Q}{DE} \quad (15)$$

in cui $Q = q \pi D^2/4$ rappresenta l'intensità della risultante del carico applicato.

Analogamente per il cedimento finale si ottiene:

$$w_f = \frac{4}{\pi} \frac{m^2 - 1}{m^2} \frac{Q}{DE} \quad (16)$$

e per il cedimento di consolidazione:

$$w_c = w_f - w_0 = \frac{2}{\pi} \frac{m(m-1) - 2}{2m^2} \frac{Q}{DE} \quad (17)$$

Confrontando le (15), (16) e (17) rispettivamente con le (9), (11) e (12) si ricava che i cedimenti del centro di una fondazione circolare flessibile possono essere ottenuti dai corrispondenti cedimenti della fondazione rigida moltiplicandoli per il coefficiente $4/\pi$. Questo risultato, già noto per il cedimento finale e per il caso del semispazio, è valido anche per il cedimento immediato e, in via di approssimazione, per il cedimento di uno strato di spessore H .

La fig. 4 può quindi valere anche per una fondazione flessibile a patto di moltiplicare per $4/\pi$ la scala del diagramma di fig. 4a.

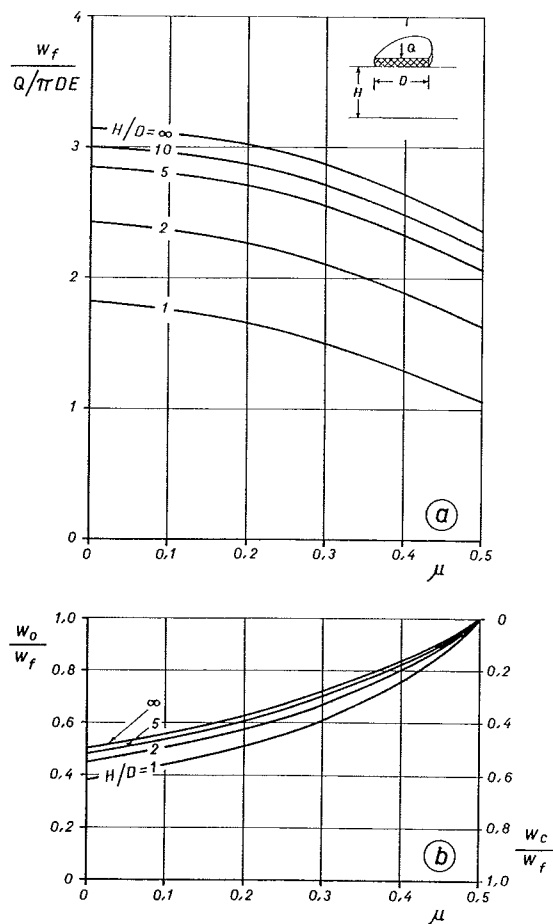


Fig. 4. - Fondazione circolare rigida caricata assialmente e poggiate su di uno strato di spessore finito. a) Cedimenti finali; b) Cedimenti immediati e di consolidazione.

4.3. Passiamo ora a considerare la fondazione rigida su striscia indefinita di larghezza B (v. fig. 5).

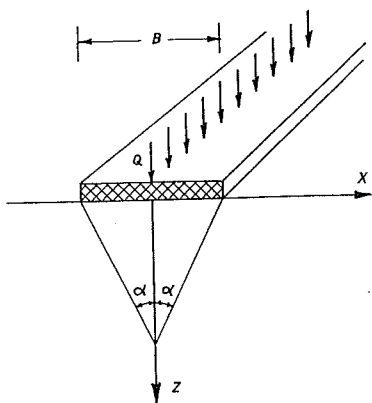


Fig. 5.

Con i simboli di tale figura si ha, per i punti della verticale in asse [FISCHER, 1957]:

$$\sigma_z = \frac{Q}{B \pi} \operatorname{sen} \alpha (1 + \cos^2 \alpha)$$

$$\sigma_x = \frac{Q}{B \pi} \operatorname{sen}^3 \alpha$$

$$\sigma_y = \frac{2}{m} \frac{Q}{B \pi} \operatorname{sen} \alpha$$

Introducendo le (18) nelle espressioni generali, ed arrestando le integrazioni alla profondità finita H, si ricava:

$$w_0 = \frac{m+1}{m} \frac{Q}{\pi E}$$

$$\cdot \left[\ln \frac{B/2H}{\sqrt{1+(B/2H)^2} - 1} - \frac{1}{\sqrt{1+(B/2H)^2}} \right] \quad (19)$$

$$w_f = \frac{m^2 - 1}{m^2} \frac{Q}{\pi E} \left[2 \ln \frac{B/2H}{\sqrt{1+(B/2H)^2} - 1} + \frac{m}{m-1} \frac{1}{\sqrt{1+(B/2H)^2}} \right] \quad (20)$$

Ambedue le espressioni forniscono valori infiniti del cedimento quando si ponga $H = \infty$, e cioè per il caso del semispazio; è questo un risultato già noto per i cedimenti finali. Per valori finiti di H si ottengono i risultati sintetizzati nella fig. 6, che è

in tutto analoga alla precedente fig. 4 relativa alla fondazione circolare rigida.

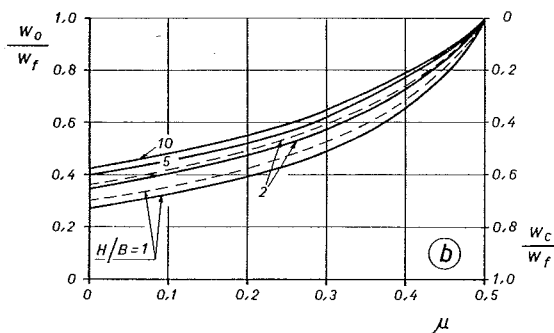
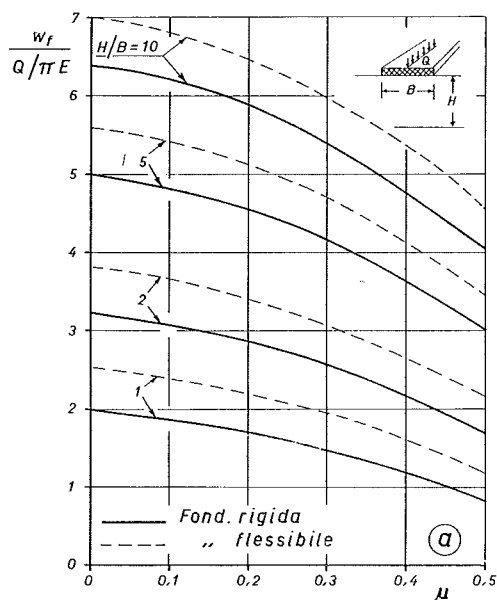


Fig. 6. - Fondazione di lunghezza infinita caricata assialmente e poggiante su di uno strato di spessore finito. a) Cedimenti finali; b) Cedimenti immediati e di consolidazione.

4.4. Per il caso della striscia indefinita di larghezza B soggetta ad un carico uniformemente distribuito di intensità q per unità di superficie, si ha [CAROTHERS, 1920] per i punti della verticale in asse:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{Q}{B \pi} [2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha] \\ \sigma_x &= \frac{Q}{B \pi} [2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha] \\ \sigma_y &= \frac{B \pi}{4 Q} \frac{1}{m} \alpha \end{aligned} \quad (21)$$

con gli stessi simboli della fig. 5 ed avendo posto $Q = q B$.

Dalle (21) si ricavano facilmente le espressioni dei cedimenti:

$$w_o = - \frac{m+1}{m} \frac{Q}{\pi E} \ln \frac{B/2H}{\sqrt{1+(B/2H)^2}} \quad (22)$$

$$w_r = \frac{Q}{\pi E} \left[\frac{m^2 - m - 2}{m^2} \frac{2H}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{2H} + \frac{2(m^2 - 1)}{m^2} \ln \frac{B/2H}{\sqrt{1+(B/2H)^2}} \right] \quad (23)$$

che anch'esse, nel caso del semispazio ($H = \infty$), danno luogo a cedimenti infiniti.

I valori calcolati con le (22) e (23) sono riportati, assieme a quelli relativi alla striscia rigida, nella figura 6. Gli andamenti dei diagrammi non mutano al variare della rigidità della fondazione.

5. Considerazioni conclusive.

I risultati ottenuti nei paragrafi precedenti offrono lo spunto per alcune osservazioni di carattere generale.

Con riferimento alle figg. 4 e 6 si può osservare che il cedimento immediato e quello di consolidazione concorrono al cedimento finale in misura diversa a seconda del valore di μ .

Per $\mu = 0,5$ si ha sempre $w_o = w_r$ e $w_c = 0$. Tale risultato si spiega facilmente se si considera che uno scheletro solido caratterizzato da un valore del coefficiente di Poisson $\mu = 0,5$ si deforma senza dar luogo a variazioni di volume in nessuno dei suoi punti e quale che sia il tensore delle sollecitazioni effettive agenti nel punto; non si verifica quindi alcun fenomeno di consolidazione.

Per i terreni naturali normalmente consolidati, e per le condizioni di sollecitazione che di solito si verificano nel terreno al disotto di un'opera di fondazione, si può ammettere che il coefficiente μ sia compreso fra 0,25 e 0,35. In tale campo il cedimento immediato w_o assume valori pari a circa il 65 % del cedimento finale per la fondazione circolare, e poco minori per la fondazione nastriforme; in ambedue i casi si tratta quindi di aliquote molto importanti.

Per i terreni preconsolidati, nei quali i valori di μ sono più elevati, queste aliquote possono ancora crescere e quindi i cedimenti di consolidazione per-

dono gradatamente di importanza; ciò è in accordo con il dato dell'esperienza secondo cui, in tali terreni, i cedimenti di consolidazione sono sempre molto modesti.

Lo spessore H dello strato deformabile non esercita una influenza molto marcata in nessuno dei due casi considerati. Si osserva comunque che, a parità di μ , il cedimento immediato è percentualmente minore quanto più piccolo è lo spessore H dello strato deformabile rapportato alle dimensioni della fondazione.

L'influenza della rigidità dell'opera di fondazione è stata studiata prendendo in esame le due condizioni limite di fondazione infinitamente rigida ed infinitamente flessibile. I risultati riportati nei paragrafi 4.2. e 4.4. mostrano che anche questo fattore non altera apprezzabilmente i rapporti che intercorrono fra cedimenti immediati e cedimenti finali.

Quanto alla forma dell'opera di fondazione, anche per essa sono state analizzate due condizioni limite e cioè il cerchio e la striscia di lunghezza infinita; avendo ottenuto per questi due casi risultati in tutto analoghi, ci sembra che le conclusioni esposte possano essere considerate valide — almeno qualitativamente — anche per fondazioni di forma qualsiasi.

BIBLIOGRAFIA

- BIOT M. A. (1935) - *Effect of certain discontinuities on the pressure distribution in a loaded soil*. Physics, 6.
- BURMISTER D. M. (1956) - *Stress and displacement characteristics of a two-layer rigid base soil system: influence diagrams and practical applications*. Proc. H.R.B. 35, 773.
- CAROTHERS S. D. (1920) - *Plane strain: the direct determination of stress*. Proc. Roy. Soc. Ser. 4, 97.
- FISCHER K. (1957a) - *Zur Berechnung der Setzung einer starren, mittig belasteten Kreisplatte auf geschichteter Unterlage*. Beton und Stahlbetonbau, H. 10.
- FISCHER K. (1957b) - *Zur Berechnung der Setzung einer starren, mittig belasteten Plattenstreifens auf geschichteter Unterlage*. Beton und Stahlbetonbau, H. 10.
- MARGUERRE K. (1931) - *Druckverteilung durch eine elastische Schicht auf starrer ruhender Unterlage*. Ing. Archiv. 2.
- MELAN E. (1919) - *Die Druckverteilung durch eine elastische Schicht*. Beton und Eisen, H. 18.
- TERZAGHI K. (1923) - *Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tonen aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungerscheinungen*. Ak. Wiss. Wien, Mat. Nat. Klasse, 11-23.
- TERZAGHI K. (1943) - *Theoretical soil mechanics*. Wiley, New York.
- TIMOSHENKO S. - *Theory of elasticity* - Mc Graw Hill, N. Y.
- VIGGIANI C. (1967) - *Sulle condizioni iniziali del processo di consolidazione di un mezzo elastico poroso saturo*. RIG 1, 3.

Immediate settlement of foundations.

The A. studies the immediate settlement of foundations assuming that the subsoil behaves as a linearly elastic porous medium, saturated by an incompressible fluid.

In principle, immediate settlement has to be calculated in terms of effective stress and of elastic parameters of solid skeleton E and m (eq. 3). Initial excess pore pressure u_0 must be previously evaluated (eq. 1) in order to obtain initial values of effective stress σ_{i_0} .

A simpler alternative approach, most widely used in practice, is the use of total stress and of apparent elastic parameters of the undrained body (eq. 4). As it is well known, undrained Poisson modulus m_0 equals 2, and undrained Young modulus E_0 may be expressed in terms of E and m (eq. 2, fig. 1).

Immediate settlement w_0 of a rigid circular plate resting at the surface of a half-space and axially loaded is calcu-

lated both in terms of effective and total stress; the results — resp. eq. (9) and (10) — are shown to coincide.

In fig. 4 immediate and final settlement of a circular foundation resting on a layer of finite thickness H are plotted against Poisson ratio μ . The graph refer to an infinitely rigid footing, but it applies also to the center of an uniformly loaded flexible footing provided the scale of the diagram in fig. 4a is multiplied by $4/\pi$.

Fig. 6 includes analogous results for a strip footing.

Irrispective of the rigidity of the foundation and of the thickness of compressible layer, immediate settlement is shown to be a large percentage of total final settlement. When $\mu = 0,5$ the whole of the settlement is immediate, since consolidation effects do not exist; at the other limiting value $\mu = 0$, immediate settlement varies between 27 and 50 % of final one.

The trend of all diagrams is very similar for the circle and the strip, so that results may be reasonably regarded as representative also of foundations of different shape.