SPINTA DEI TERRENI SU STRUTTURE DI SOSTEGNO E GALLERIE (*

F. ARREDI (**)

SOMMARIO: Relazione Generale, sul tema che è titolo della memoria, al *VII Convegno di Geotecnica* tenuto a Trieste nei giorni 1 e 2 giugno 1965.

Dopo una rapida indicazione della impostazione della Relazione (paragrafo I), vengono richiamati i principi delle più note leggi proposte circa il limite di plasticità o di rottura dei solidi (paragrafo II). Si passa poi ad esporre la evoluzione delle idee intorno alla legge di COULOMB ed ai relativi parametri (paragrafo III). Si richiamano poi impostazione e risultati della analisi degli stati di equilibrio limite con particolare riguardo a quello lineare (di RANKINE) (paragrafo IV).

Si riassume successivamente la evoluzione delle idee nel XVII, XVIII e XIX secolo intorno al problema della spinta delle terre contro i muri di sostegno e si analizzano criticamente le relative soluzioni (paragrafo V); si ricordano i contributi del TERZAGHI e si inquadra la questione nei termini più generali degli stati di equilibrio a riposo e limiti non lineari (paragrafo VI).

Nell'ultimo paragrafo si espongono argomenti e conclusioni delle Relazioni particolari sul tema presentate al Convegno. Ampia Bibliografia.

I

Mi sia consentito innanzi tutto di esprimere ai colleghi del Consiglio direttivo dell'*Associazione Geotecnica* il mio vivo ringraziamento per l'onore che mi hanno riservato conferendomi l'incarico di Relatore Generale sul primo tema di questo *Convegno*.

Il mio compito di illustrare le memorie presentate è stato reso facile dall'interesse degli argomenti in esse svolti e dal valore delle trattazioni.

Ma una ottima regola delle nostre riunioni dà al Relatore anche il compito di delineare gli aspetti generali del tema e informare sui relativi sviluppi e progressi.

Questo ulteriore compito mi è apparso assai arduo. Consentitemi di esporne brevemente le ragioni.

Prima che la Geotecnica assumesse individualità e nome, i problemi degli stati di equilibrio delle terre e delle spinte contro i manufatti costituivano una parte, una piccola parte invero, della Meccanica dei corpi continui. Piccola per i modesti sviluppi, arrestati dalla limitatezza delle conoscenze fisiche e dalle difficoltà di ordine analitico, tuttavia illustre per le alte menti che vi si sono esercitate: da COULOMB a RANKINE a BOUSSINESQ a LEVY a RESAL, fermandomi nella citazione poco oltre il margine del secolo passato.

Nel primo venticinquennio di questo secolo matura la sensazione, attraverso l'esperienza tecnica, che le conoscenze sui caratteri fisico-meccanici delle terre fossero eccessivamente sommarie; si determina quindi un diffuso orientamento allo studio di tale tema. È il momento della nascita della Geotecnica come disciplina con propria fisonomia.

Amplissimo è stato l'afflusso di menti intorno ai nuovi temi, con provenienza prevalente dalle file dei tecnici in quanto eran questi che giornalmente si imbattevano in quei problemi che dalla nuova disciplina avrebbero dovuto avere una soluzione.

La mole di lavoro svolto in un quarantennio è imponente; tuttavia l'argomento delle caratteristiche fisico-meccaniche del terreno non sembra affatto esaurito.

E intanto, forse ancora per le stesse difficoltà che ne avevano già arrestato lo sviluppo, forse nell'attesa dei risultati delle ricerche sul nuovo tema, la meccanica generale del terreno ha progredito modestamente.

Ma ogni scienza non è scienza se manca di un nucleo teorico, sia pur approssimato e provvisorio. La teoria è lo scheletro intorno a cui esperienze e osservazioni si agganciano e si connettono a formare un corpo (1).

Limitato e debole lo scheletro, i risultati della Geotecnica stentano a costituirsi in struttura ordinata. Permane nelle ricerche un carattere frammentario ed episodico, che peraltro ha origine anche da ulte-

(*) Relazione Generale sul Tema I al VII *Convegno di Geotecnica* (Trieste, 1-2 giugno 1965).

(**) Prof. Ing. Filippo ARREDI, Direttore dell'*Istituto di Costruzioni Idrauliche* dell'Università di Roma.

(1) A margine di una copia di un *Discorso sulla difesa delle piazzeforti* (1675) d'un certo DESHOUTIÈRES il Maresciallo DE VAUBAN ha annotato: « *Cet écrit est de quelque officier qui a de l'esprit et ne s'explique pas mal... mais qui n'a nul principe et qui, en un mot, n'est pas ingénieur* ».

riori cause: la rapidità degli sviluppi e la diffusione amplissima dell'interesse all'argomento; la pressione delle pratiche necessità e non ultimo lo spirito proprio dei tecnici, più sensibili a quest'ultime che agli inquadramenti generali.

La disarticolazione da una salda trama teorica ha determinato intorno alla nostra materia un qualche senso di disagio che dobbiamo sentire come invito ad evitare la strada del puro tecnicismo e dell'empirismo sperimentale.

Spetta soprattutto ai Convegni e Congressi tradurre questo invito in avvio e sprone verso le sintesi e gli inquadramenti generali, verso le revisioni e il riordinamento delle idee, la correzione degli indirizzi e la selezione dei frutti.

Queste sensazioni mi hanno suggerito il programma per il compito odierno.

Mi hanno in particolare suggerito di soffermarmi anzitutto sui principi generali che regolano l'equilibrio degli ammassi di terra, cioè sui principi che sono il fondamento per la soluzione dei problemi delle pressioni sulle opere.

Circa le questioni tecniche specifiche proposte da queste, l'orizzonte mi è apparso vastissimo per essere ormai molte, per specie e varietà, le strutture interessate e per ognuna numerosissime le ricerche accumulatesi nel tempo. Per ciò mi è sembrato necessario limitarmi ad una esemplificazione; e per questa ho scelto la più antica struttura: il muro di sostegno.

II

La meccanica dei mezzi continui è formata anzitutto da un capitolo che definisce, con considerazioni solo di statica, le sollecitazioni associate ai vari elementi superficiali passanti per un punto dello spazio, le quali nell'insieme costituiscono lo stato di sollecitazione del punto. Il capitolo si completa con le equazioni indefinite dell'equilibrio, derivate ancor esse da considerazioni puramente statiche, equazioni che costituiscono il collegamento degli stati di sollecitazione dei vari punti del mezzo.

Un secondo capitolo definisce con sole considerazioni geometriche gli allungamenti e le variazioni angolari locali del corpo associate alle direzioni uscenti da un punto, le quali nell'insieme costituiscono lo stato di deformazione nel punto.

Lo stato di sollecitazione e lo stato di deformazione in un punto risultano, come è noto, completamente definiti ciascuno da tre parametri di direzione e da tre valori, associati ai parametri precedenti, rispettivamente di sollecitazioni normali e di allungamenti.

Fino a questo punto la meccanica dei mezzi continui, non ha ancora considerato le proprietà fisiche dei corpi.

Queste entrano in gioco nel momento in cui si intende di collegare le cause con gli effetti, cioè gli stati di tensione con quelli di deformazione; espresse in forma semplice le proprietà fisico-meccaniche dei solidi, nasce ad esempio la meccanica dei mezzi elastici.

Ma questa, risolvendo problemi limitati al campo del comportamento elastico lineare della materia non soddisfa che in parte alla necessità dei tecnici, interessati particolarmente ai problemi degli stati che chiamansi di cedimento o di rottura.

L'espediente grossolano di estrapolare dagli stati di equilibrio elastico agli stati di rottura a mezzo di coefficienti del tutto empirici dissolve tanta parte della utilità delle nozioni sugli stati di tensione in campo elastico.

Per quella materia idealmente continua che noi chiamiamo terra, mancano tuttora leggi fisiche generali e semplici che consentono di collegare gli stati di sollecitazione con gli stati di deformazione nelle condizioni di normale equilibrio. La meccanica del terreno si è svolta quindi tutta intorno agli stati di equilibrio limite o di rottura in quanto non implicano i corrispondenti stati di deformazione. Se questa posizione viene guardata in relazione agli scopi applicativi e confrontata con quella dei corpi elastici, appare assai ridotta la distanza dell'avanzamento delle due discipline. Infatti la meccanica del terreno, in quanto imposta direttamente le ricerche sugli stati di rottura, abbrevia in qualche modo il cammino verso quelle informazioni che più direttamente possono interessare l'ingegnere.

Ho già ricordato che lo stato di tensione in un punto di un corpo è definito da tre direzioni (ortogonali) e da tre intensità di sollecitazione (le sollecitazioni principali). La sollecitazione sia tangenziale che normale relativa a qualunque altra superficie elementare diversa dalle tre principali, può essere dedotta dalle tre intensità delle sollecitazioni principali. Ne risulta che uno stato limite di plasticità o di rottura raggiunto in un punto del corpo è esprimibile, ammesso, come ammettono le più moderne teorie, che esso consegua ad uno stato di sollecitazione limite e non ad uno stato di deformazione, con una relazione fra le tre sollecitazioni principali e una (o più) costanti caratteristiche del corpo.

La legge di limite di plasticità o di rottura ha quindi la forma

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$$

ed è rappresentata da una superficie nello spazio σ_1, σ_2, σ_3. Dalla tesi di isotropia della materia discende che una legge di natura intrinseca come la precedente deve essere invariante relativamente allo scambio dell'uno con l'altro dei tre assi principali; ne deriva che la predetta superficie rappresentativa ha simmetria assiale intorno alla retta $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, retta che costituisce il primo asse ottaedrico, cioè il trisettore dei due ottanti delle tre direzioni insieme positive o negative (fig. 1*b* e 1*c*).

Relativamente alla legge del limite di plasticità o di rottura dei solidi le ipotesi principali che tuttora richiamano il maggior interesse si raccolgono in due gruppi. Appartengono al primo quella di Tresca che assume un limite per le sollecitazioni tangenziali

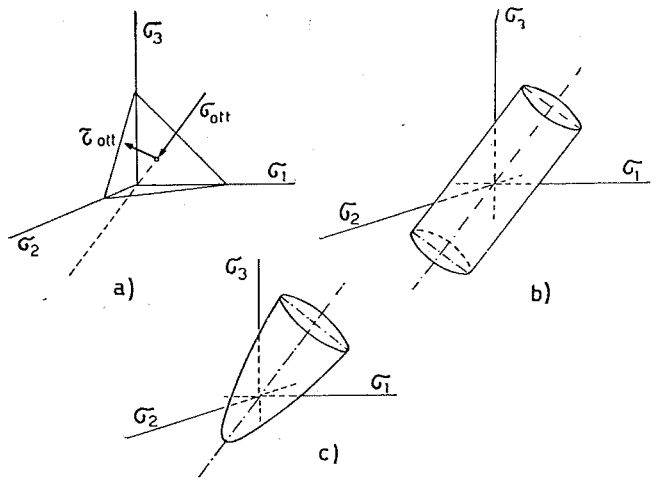

Fig. 1.

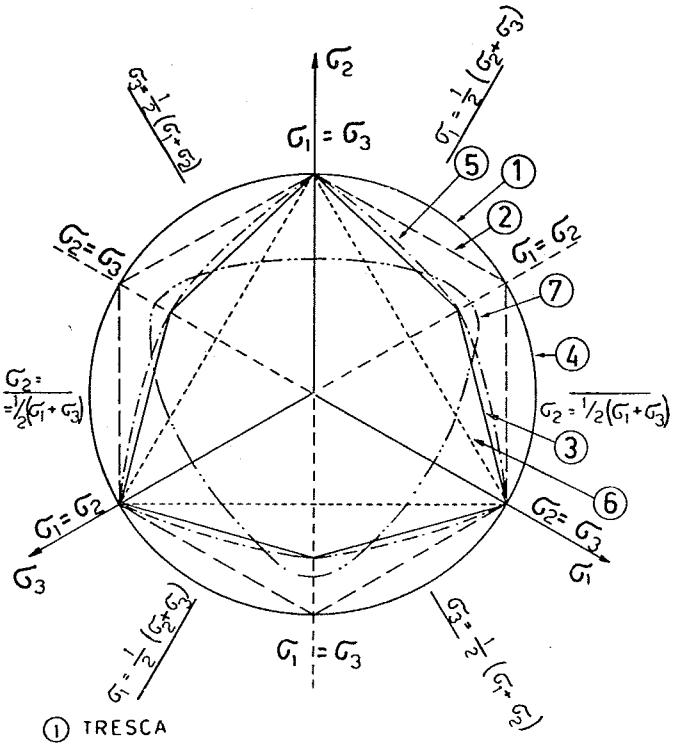

Fig. 2.

principali, ipotesi che si traduce in una superficie rappresentativa costituita da un prisma a sezione esagona irregolare (fig. 1*b* e 2; in questa la superficie è rappresentata nel piano di MEHLDAHL) e quella di HUBER-HENCKY che assume un limite per la sollecitazione tangenziale ottaedrica, per cui la superficie rappresentatrice è un cilindro la cui sezione è circoscritta all'esagono relativo alla ipotesi di TRESCA (fig. *1 b*, 2). Giova osservare che gli scarti di lunghezze dei raggi vettori lungo il perimetro dell'esagono dal raggio del cerchio sono relativamente modesti (variano da zero a 0,132 del raggio) ma la differenza teorica è sensibile: nella legge di TRESCA lo stato di rottura è determinato da una delle tre differenze $\sigma_1 - \sigma_2$, $\sigma_2 - \sigma_3$, $\sigma_3 - \sigma_1$ e quindi da una singola coppia di sollecitazioni principali; nella legge HUBER-KENCKY lo stato di rottura è determinato dall'insieme delle tre differenze $\sigma_1 - \sigma_2$, $\sigma_2 - \sigma_3$, $\sigma_3 - \sigma_1$ e quindi da tutte tre le sollecitazioni principali.

Entrambe le ipotesi precedenti portano ad escludere che la rottura possa aversi sia per compressione isotropa che per trazione isotropa: lo escludono in quanto le superfici rappresentatrici non incontrano la retta $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ asse della superficie. La prima esclusione è accettabile, ma non altrettanto la seconda.

L'ipotesi di MOHR (secondo gruppo) fissa invece per limite di rottura una combinazione di valori delle sollecitazioni tangenziali e delle sollecitazioni normali rappresentata dalla $\tau = f(\sigma)$, determinabile graficamente come inviluppo dei cerchi di rottura e denominata curva intrinseca.

Nello spazio σ_1, σ_2, σ_3 la legge di MOHR è rappresentata da una superficie aperta da un solo verso del suo asse; dall'altro essa interseca l'asse stesso in un punto che è il rappresentativo delle condizioni di rottura per trazione isotropa (fig. 1*c*).

La ipotesi di COULOMB, che a noi più da vicino interessa, costituisce un caso speciale di quella di MOHR; in essa la $\tau = f(\sigma)$ si esplicita nella $\pm \tau = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$ con c e φ costanti caratteristiche del materiale ed è rappresentata nel piano σ, τ da una coppia di rette. La superficie di rottura è una piramide a sezione esagonale con lati però non uguali (fig. 2).

Anche per la legge MOHR-COULOMB è stata sollevata la osservazione che la rottura è intesa dipendente di volta in volta da due sollecitazioni principali ed indipendente dalla terza. È stata quindi proposta da NADAI una legge del tipo $\tau_{ott} = f(\sigma_{ott})$ in quanto sia τ_{ott} che σ_{ott} dipendono entrambi dalle tre sollecitazioni principali contemporaneamente (fig. 1*a*, *1c* e 2).

Ho ricordato quanto sopra in quanto le teorie sul limite di plasticità e rottura dei solidi hanno avuto recentemente notevoli riflessi nel campo delle terre.

III

La Geotecnica sperimentale è occupata da tempo nel problema di definire le dipendenze dei due fattore c coesione e φ angolo di attrito della formula di COULOMB. Esse infatti si sono dimostrate assai più complesse di quelle inizialmente preconizzate, tanto complesse da indurre molti studiosi a porre in discussione la validità generale della formula di COULOMB.

Gli antichi autori giustificavano la legge di COULOMB dal punto di vista fisico riallacciandosi anzitutto nei riguardi del secondo termine, quello dell'attrito, alle nozioni sullo scorrimento mutuo dei corpi solidi. Dicevasi infatti che l'attrito è in generale « *una*

forza che si sviluppa fra due corpi a contatto premuti l'un con l'altro e che si manifesta nella resistenza che si deve vincere allor quando si cerca di far scorrere uno dei due corpi sull'altro » e che « *l'esperienza ha condotto alla legge che la resistenza d'attrito è proporzionale alla pressione normale alla superficie di scorrimento e indipendente dalla superficie di contatto* ». (CERADINI, 1896).

Circa i valori dell'angolo di attrito delle terre si faceva riferimento all'angolo di inclinazione massimo rispetto alla orizzontale assunto dalla superficie del materiale reso sciolto e disposto in mucchio regolare (« angolo di natural declivio »).

L'« aderenza » delle terre, successivamente chiamata coesione è considerata fra le forze resistenti agli effetti dell'equilibrio per la prima volta da COULOMB (1773), ma essa viene poi trascurata da esso stesso e da tutti i successori, per semplicità formale, nei problemi delle spinte sui muri di sostegno.

L'influenza della coesione nell'equilibrio delle terre è vigorosamente richiamata da COLLIN (1846). « *La force de cohesion de l'argile joue dans l'équilibre des terres un rôle incontesté, bien que jusques alors les géomètres qui ont établi des formules propres à déterminer les conditions de l'équilibre des terres argileuses aient fait abstraction de cet élement: autant vaudrait faire abstraction de la gravité ou du frottement* ». E COLLIN stesso, per primo, immagina un apparecchio per la determinazione dei valori della coesione e con esso svolge alcune ricerche.

Ma le chiare idee del COLLIN sono al momento trascurate o restano sconosciute, per cui i concetti sulla coesione permangono per molto tempo assai vaghi.

Si osservava che « *se le terre non sono sciolte, se le particelle di terra aderiscono le une alle altre, ciò che avviene generalmente con un certo grado di umidità e di pressione, allora si ha un masso di terra dotato di coesione, per effetto della quale essa partecipa in parte della qualità di corpo solido* » (CERADINI, 1896).

La resistenza opposta da un ammasso alla separazione per scorrimento in un piano, sottrattavi la resistenza d'attrito, costituiva la resistenza di coesione, ed essa si considerava proporzionale alla superficie di separazione e indipendente dalla pressione (CERADINI, 1896).

L'esistenza della coesione si manifestava particolarmente nell'equilibrio in cui si mantenevano i tagli di scarpate inclinati alla orizzontale più dell'angolo d'attrito. La coesione si misurava quindi in base al massimo angolo di inclinazione raggiunto oltre quello concesso dall'attrito (FRANÇAIS, 1820); se ne deduceva, basandosi sulla teoria dell'equilibrio dei rilevati, il valore del termine c della relazione di COULOMB. Per analoga via si giungeva a stabilire che se una terra, possedente angolo d'attrito φ, si manteneva in equilibrio tagliata a picco fino all'altezza h_o, la coesione unitaria risultava $c = \gamma \frac{h_o}{4} \operatorname{tg}\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$ (COULOMB, 1773; FRANÇAIS, 1820).

Veniva osservato dagli autori del secolo scorso che la coesione è variabile con la natura delle terre, col grado della loro costipazione naturale o artificiale e con l'umidità; si osservava a questo proposito che « *l'umidità naturale in piccole quantità aumenta la coesione, ma se l'acqua abbonda, produce l'effetto contrario, riduce la massa in una poltiglia più o meno fangosa e le terre possono perfino passare allo stato fluido* » (CRUGNOLA, 1880).

Iniziatosi, più tardi, lo studio diretto delle proprietà del terreno è apparso ben presto che i due parametri di COULOMB non sono affatto funzione solo della specie del materiale e della umidità. Se ne è invece rilevata la loro dipendenza da un gran numero di circostanze: pressione dell'acqua interna, struttura del terreno, concentrazioni ioniche, vicende meccaniche precedenti; le indagini in materia costituiscono un poderoso capitolo non ancor chiuso della Geotecnica sperimentale.

Una prima geniale, anche se concettualmente semplice, correzione alla legge di COULOMB fu apportata presto dal TERZAGHI, rilevando che, negli stati di saturazione e in condizione di difficoltà di espulsione dell'acqua la forza normale esternamente applicata si ripartisce in una parte agente attraverso i contatti della materia solida ed una parte agente sull'acqua contenuta; rilevando insieme che solo la prima parte risultava efficace agli effetti della resistenza meccanica.

La formula di COULOMB venne pertanto corretta nella

$$\tau_f = c' + \sigma'_f \operatorname{tg} \varphi'$$

con $\sigma'_f = \sigma_f - u$ essendo σ_f la sollecitazione normale applicata ed u la pressione interstiziale.

Si ebbe con ciò una soddisfacente sistemazione del problema per i terreni incoerenti ma non altrettanto per quelli dotati di coesione.

Apparve infatti per questi che c' non dipendeva solo dalla specie del materiale; se ne rilevò invece la dipendenza anche, particolarmente, dalle vicende meccaniche precedenti. La fig. 3*a* illustra l'andamento delle curve $\tau_f = f(\sigma')$ di materiali che hanno subito diverse specie di preconsolidazioni.

TIEDMANN (1937) ravvisò pertanto nella coesione una proprietà dipendente direttamente dalla preconsolidazione attraverso un nuovo parametro della natura di coefficiente di attrito φ'_c caratteristico del materiale; e proponeva così la sostituzione del termine c' della formula Coulomb-Terzaghi con il prodotto $\sigma'_p \operatorname{tg} \varphi'_c$ ove σ'_p è la pressione di preconsolidazione e sostituendo formalmente φ' della formula stessa con φ'_r.

Ma neppure così risultarono realmente isolati da altre influenze i fattori propri del materiale.

Secondo i più avanzati studi in materia (HVORSLEV, 1960) si ritiene oggi che le resistenze di rottura al taglio τ_f dei materiali argillosi ottenute sperimentalmente debbano essere anzitutto depurate di una componente di dilatazione detta anche di energia di superficie espressa da

$$\tau_d = \sigma'_3 \frac{dv}{d\varepsilon}$$

ove dv è la variazione di volume e $d\varepsilon$ la variazione di

deformazione assiale al momento della rottura; per cui è da porre

$$\tau_f - \tau_d = c_e + (\sigma_f - u)\ \mathrm{tg}\ \varphi'_e;$$

che inoltre il termine c_e sia da decomporre nella somma di un termine c_u detto componente finale di coesione e di un termine c_v detto componente reologica (fig. 3*b*).

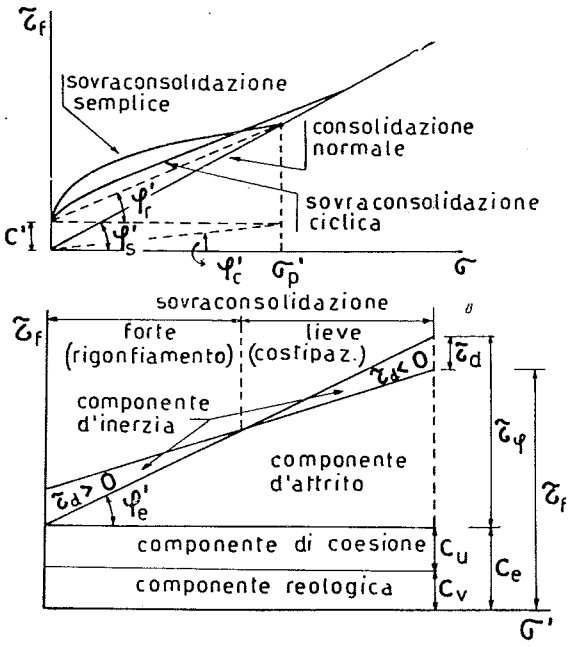

Fig. 3.

Di questi vari fattori solo φ'_e dipenderebbe unicamente dalla costituzione e struttura della argilla; la τ_a dipenderebbe dalla durata della prova e più precisamente dalla rapidità di deformazione; la c_u dipenderebbe dalla costituzione e struttura del materiale e dall'indice dei vuoti ovvero, nel caso di materiale saturo, dal contenuto di acqua; la c_v dipenderebbe oltre che dalle caratteristiche ultime dette, dalla rapidità di deformazione e dal tempo, in quanto esprimerebbe i caratteri viscosi del materiale.

Per campioni preparati con argille rimaneggiate e per prove lente in cui la componente reologica può essere trascurata e trascurando ancora la componente di dilatazione, Hvorslev (1960), considerata la relazione fra le σ' e gli indici dei vuoti nel fenomeno di consolidazione, giunge alla relazione

$$c_e = c_z \exp(-B\, e_f)$$

ove e_f è l'indice dei vuoti a rottura; i fattori c_z e B risultano indipendenti dalle vicende precedenti delle sollecitazioni; e in particolare c_z rappresenta il valore teorico della coesione effettiva ad indice di vuoti zero.

La complessa fisionomia dimostrata dalla coesione ha fatto maturare in alcuni studiosi la sensazione che in luogo di ulteriori indagini, con le complicate conseguenze, sulle dipendenze di c e φ, sia opportuno porre in discussione la legge di Coulomb. Trattasi di un indirizzo che trova anche fondamento in un riesame del significato fisico, relativamente alle terre, della resistenza d'attrito, concetto nato tipicamente per lo strisciamento di superfici di solidi.

Le più approfondite conoscenze attuali sulla struttura delle argille e l'osservazione delle variazioni di essa sotto l'azione delle forze hanno fatto ritenere assai poco realistica l'assimilazione del loro comportamento meccanico a quello dello strisciamento delle superfici solide.

E così attraverso una analisi critica circa gli effetti delle forze sulle strutture delle argille e riallacciandosi a molte idee e indagini precedenti Schmid (1962) è giunto alla conclusione che non esiste differenza *fisica* fra coesione ed attrito « La sola differenza — nota l'Autore — è che la coesione compare nella valutazione della prova di taglio quale il risultato di un intrinseco residuo stato di precedenti sollecitazioni mentre l'attrito compare come il risultato di forze esterne attive che provocano un cambiamento di composizione (cioè di densità secca) e con essa un cambiamento delle proprietà meccaniche ».

È la composizione, intesa come addensamento di materia e quindi come densità secca, che, secondo l'A. determina nelle argille le caratteristiche meccaniche; talchè nella prova triassiale rapida, che è quella che meno altera la « composizione », il coefficiente di attrito risulta nullo. Se esso non appare nullo nelle prove lente è perchè queste alterano la « composizione » e quindi le intrinseche proprietà meccaniche.

Attraverso una analisi molto acuta della distribuzione e della dissipazione della energia interna derivante dal lavoro esterno di applicazione delle sollecitazioni e dalla analisi dell'influenza del tempo di azione di queste, l'A. citato conclude che la resistenza al taglio delle argille sature può essere espressa in termini della sollecitazione tangenziale ottaedrica; viene assunto in tal modo il criterio di rottura di Huber-Henky, ma giacchè, come è stato già rilevato, le differenze numeriche dal criterio di rottura di Tresca è piccolo, quest'ultimo, più pratico, può equivalentemente essere adottato.

La resistenza limite tangenziale a rottura, pari alla semidifferenza delle due sollecitazioni principali può essere espressa secondo l'Autore dalla forma

$$\tau_f = {}^1/_2\,(\sigma_1 - \sigma_3) = A \exp B\,(e - e_1)$$

ove e ed e_1 sono indici dei vuoti; τ_f è la resistenza a indice di vuoti e ed A è la resistenza a indice di vuoti e_1; A e B sono parametri dipendenti dalla durata del carico o dalla velocità di deformazione (fig. 4). In caso di materiale saturo varrebbe la stessa legge peraltro con sostituzione del contenuto d'acqua all'indice dei vuoti.

Viene sottolineato, dal punto di vista pratico della sperimentazione, che con la nuova impostazione la resistenza a rottura può essere determinata con la prova di compressione libera e senza misura di pressione interstiziale.

È però da osservare che il criterio di sola resistenza coesiva, che è quello di Tresca e Huber-Hencky, porta ad escludere la rottura per trazione isotropa.

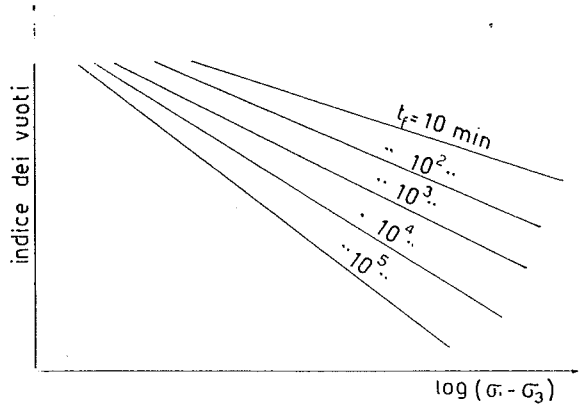

Fig. 4.

Nel campo delle sabbie si è in particolare affrontato il problema se la rottura è influenzata dalla sollecitazione principale intermedia. La risposta positiva porterebbe a negare validità ai criteri di rottura MOHR-COULOMB. Come è noto, le prove triassiali normali, in cui le sollecitazioni minore e intermedia sono uguali, non sono atte a rivelare, da sole una influenza del genere.

KIRKPATRIK (1957) ha sperimentato sia su campioni cilindrici pieni e drenati, in normale compressione triassiale ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) e in estensione (strizione) ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$), sia su cilindri cavi con pressioni laterali interna ed esterna e pressione assiale diverse e ha ottenuto risultati che dimostrerebbero un regolare ma leggero scarto dalla superficie indicatrice di rottura relativa alla legge di COULOMB (con c = 0) (fig. 2).

Risultati interpretabili in modo analogo erano stati ottenuti con prove triassiali di compressione ed estensione da BISHOP e ELDIN nel 1953.

In contrasto HABIB (1953), PELTIER (1957) e HAYTHORNTHWAITE (1960) hanno trovato valori di φ nelle prove triassiali di estensione (strizione) considerevolmente più piccoli di quelli nelle prove di compressione il che infirma la legge di COULOMB. L'ultimo citato preconizza, in conseguenza, quale superficie indicatrice di rottura una piramide a sezione triangolare (fig. 2).

NEWMARK (1960) ritiene invece probabile una superficie di rottura di tipo conoidico con sezione a triangolo arrotondato (fig. 2) che rappresenterebbe una ipotesi di rottura con resistenza alla compressione maggiore di quella a trazione.

Quindi anche nel campo dei materiali incoerenti si hanno dubbi sulla validità della legge di COULOMB.

Con questi richiami alle punte avanzate delle indagini sul comportamento delle terre alla rottura non ho voluto insinuare un senso di sfiducia intorno alla base dell'edificio della nostra meccanica costituita dalla legge di COULOMB. Ho inteso solo richiamare che essa non è perfetta e non è definitiva, per cui fino al momento in cui non potrà essere sostituita da altra più sicura, le note cautele circa i valori dei suoi parametri da impiegare nelle determinazioni applicative dovranno essere strettamente osservate; cautele che si riassumono nella corrispondenza il più possibile esatta delle condizioni sperimentali con quelle in cui il materiale si trova o si troverà nelle reali situazioni oggetto della indagine.

Un'altra questione interessante è la validità della legge di COULOMB nel campo delle sollecitazioni di trazione.

Per i materiali incoerenti (c = 0) l'angolo nel piano σ, τ fra le due rette di rottura cade tutto nel campo delle σ positive, per cui in tutti i possibili stati di equilibrio limite, ciascuno rappresentato da un cerchio tangente alle rette predette, si hanno solo sollecitazioni di compressione e di taglio (fig. 5).

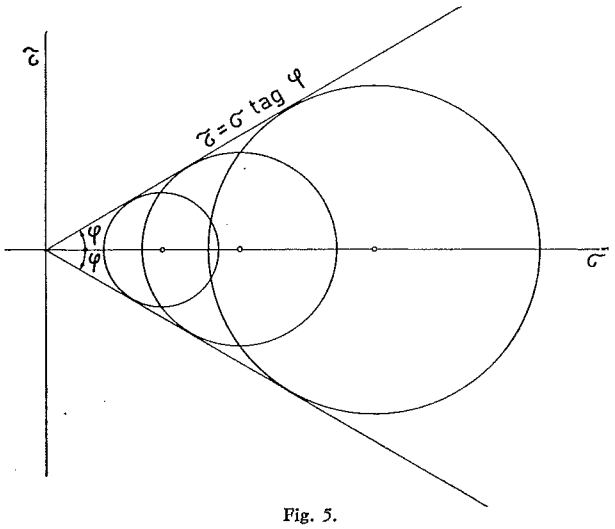

Fig. 5.

Nel caso invece di materiali coerenti (c > 0) esiste anzitutto un cerchio di equilibrio limite in cui tutte le sollecitazioni normali sono di compressione salvo una delle due sollecitazioni principali che è nulla (cerchio *e* di figura); tale cerchio è correlativo ad uno stato di sola sollecitazione assiale cioè alla prova di compressione libera (fig. 6).

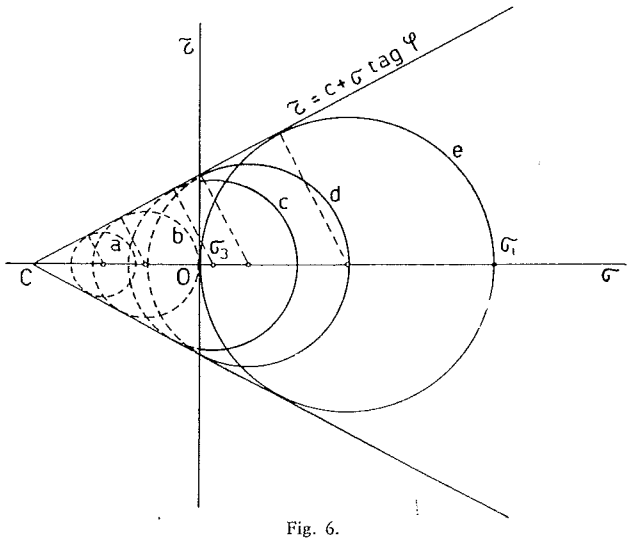

Fig. 6.

Ma successivamente a sinistra i cerchi di rottura interessano dapprima in parte, poi totalmente il campo delle σ negative (cerchi *d, c, b, a* di figura). Il cerchio *c* ad esempio rappresenta uno stato di rottura con le σ in parte positive e in parte negative, il cerchio *a* rappresenta una situazione di rottura con le σ tutte negative; il cerchio *b* analogamente, salvo una sollecitazione principale nulla. Infine l'intersezione *C* delle rette di rottura con l'asse delle σ rappresenta la situazione di rottura per trazione isotropa.

Ma la prosecuzione della legge di COULOMB nel campo delle trazioni rappresenta la realtà? Ovvero a sinistra del cerchio *e* la curva intrinseca si inflette in qualche modo (fig. 7)? Una risposta in argomento non spetta che alla sperimentazione e il tema è ancora praticamente inesplorato.

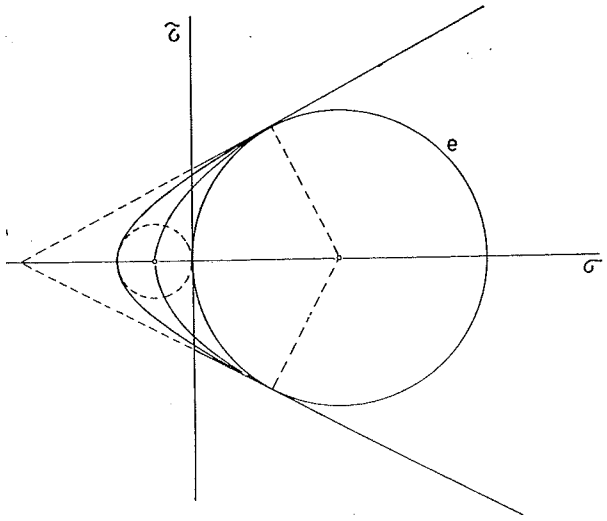

Fig. 7.

IV

Come ho accennato inizialmente, l'assenza per le terre di una correlazione fra sollecitazioni e deformazioni non consente di impostare la ricerca degli stati di sollecitazione d'equilibrio normale conseguenti sia a forze di massa che a pressioni al contorno.

Il problema che può essere invece impostato e affrontato è quello degli stati limiti di stabilità o stati critici.

Esso è definito della relazione del COULOMB fra sollecitazioni tangenziali massime e rottura e sollecitazione normale

$$\{\,|\,\tau\,| - (c + \sigma \operatorname{tg} \varphi)\,\}_{\max} = 0$$

intendendo il massimo relativamente all'insieme delle direzioni uscenti da un punto.

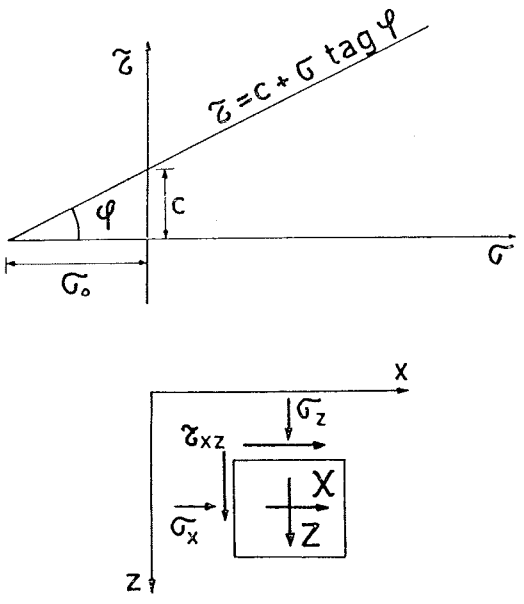

Fig. 8.

Posto $\sigma_0 = c \operatorname{cotg} \varphi$ cosicchè σ_0 è nel piano σ, τ la lunghezza del segmento compreso fra l'origine delle coordinate e l'intersezione con l'asse delle σ (fig. 8), utilizzando le proprietà dello stato di sollecitazione intorno ad un punto, assunta una coppia di assi cartesiani *x, z* comunque diretta e considerate le sollecitazioni quale in figura, la precedente si trasforma

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\,\tau^2_{xz} = (\sigma_x + \sigma_z + 2\,\sigma_0)^2 \operatorname{sen}^2 \varphi$$

ove le σ_x, σ_z, τ_{xz} sono da intendersi i valori a rottura.

La precedente costituisce la relazione *locale* di rottura riferita agli assi *x, z*.

Riferendosi agli stati di sollecitazione piani, gli unici suscettibili di trattazione e i più interessanti nel nostro campo, le sollecitazioni nei vari punti sono poi collegate dalle equazioni indefinite dell'equilibrio

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial_x} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial_z} = X; \\ \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial_x} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial_z} = Z. \end{cases}$$

L'insieme delle tre precedenti e le condizioni al contorno costituisce il sistema che definisce gli stati di sollecitazione critici in tutta la regione di un ammasso.

Con opportuni cambiamenti di variabili si possono trasformare le precedenti equazioni di equilibrio in un sistema di tipo iperbolico.

Le condizioni di singolarità delle derivate delle nuove variabili determinano la doppia famiglia delle linee di scivolamento e gli inviluppi di una delle due famiglie; consentono inoltre di dividere la sezione dell'ammasso in regioni in cui sono possibili diverse specie di equilibrio limite. Le equazioni di KÖTTER, dedotte dalle precedenti, consentono infine la deter-

minazione delle sollecitazioni lungo le linee di scivolamento.

Questo campo di indagini teoriche ebbe come iniziatori RANKINE (1856), LEVY (1867) e CONSIDÈRE (1870) che trattarono il caso di ammasso di materiale incoerente indefinito limitato superiormente da un piano. Successivamente BOUSSINESQ (1882-84), RÉSAL (1903-1910), CAQUOT (1934) hanno trattato il problema nella sua maggiore generalità e in particolare i casi di materiale coerente e di ammasso angolare (limitato da due piani) per il quale non essendo le equazioni integrabili, gli ultimi AA. hanno fornito soluzioni approssimate. Furono queste indagini, particolarmente volte alla determinazione delle spinte sui muri di sostegno.

La trattazione è stata successivamente estesa a varie disposizioni geometriche di contorno e varie distribuzioni di sollecitazioni lungo questo, cioè a problemi particolarmente interessanti le fondazioni e le spinte sui muri di sostegno determinate dai sovraccarichi sui rilevati. Di particolare rilievo in argomento le soluzioni offerte dal SOKOLOWSKY (1954).

Le caratteristiche *locali* dello stato di sollecitazione a rottura possono venire indagate a mezzo dei cerchi di MOHR, che esprimono lo stato locale generico di sollecitazione e le rette di COULOMB che definiscono lo stato di rottura.

In un punto N di un ammasso di terra, in stato di sollecitazione piano e relativamente ad una direzione *a a* per il punto, siano σ_a e τ_a le sollecitazioni rispettivamente normali e tangenziali relative alla direzione predetta. Tali valori σ_a e τ_a riportati su un piano σ, τ (piano di MOHR) individuano un punto *A* (fig. 9).

Per il punto *A* passano infiniti cerchi aventi centro sull'asse delle σ; orbene ciascuno di essi rappresenta e descrive un diverso stato di sollecitazione intorno al punto *N*. Ciò significa che infiniti diversi stati di equilibrio possono esistere tutti compatibili con la condizione che le componenti della sollecitazione sul piano *a a* abbiano due determinati valori il cui punto rappresentativo risulti compreso entro l'angolo formato dalle due rette di COULOMB. A ciascuno di questi stati corrisponde una particolare coppia di valori delle sollecitazioni principali, una particolare coppia di direzioni principali, una particolare coppia di valori delle sollecitazioni normali e tangenziali relativa ad una qualsiasi direzione.

Per il punto *A* passano fra l'altro due particolari cerchi (α e β di fig. 9) tangenti alla coppia di rette di COULOMB: essi corrispondono a due diversi stati critici che possono verificarsi nel punto considerato, i quali diconsi stato critico inferiore quello rappresentato dal cerchio di sinistra e stato critico superiore quello rappresentato dal cerchio di destra. Per ciascuno possono essere individuati nel grafico i valori delle sollecitazioni principali (sono le intersezioni dei cerchi con l'asse delle σ), i valori delle sollecitazioni normali e tangenziali sui piani di rottura (sono le ascisse e ordinate dei punti *S* di tangenza dei cerchi con le rette di COULOMB), intensità della risultante sui piani stessi (sono le lunghezze dei segmenti *O S*), direzioni principali (sono le direzioni delle congiungenti dei poli P_α e P_β della direzione *a a* con le intersezioni dei cerchi con l'asse delle σ), direzioni di scivolamento (sono le direzioni delle congiungenti dei poli con i punti S e S').

Risulta subito che le direzioni di slittamento for-

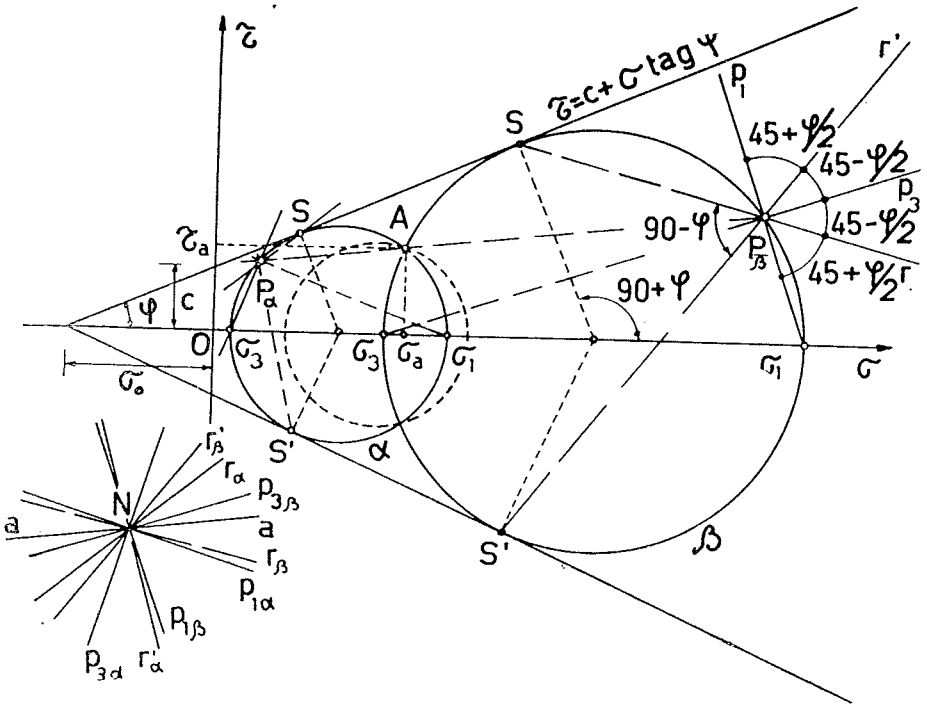

Fig. 9.

mano tra loro l'angolo 90° — φ e sono inclinate rispetto alle direzioni principali di ± (45° ± φ/2).

I rapporti fra le sollecitazioni principali risultano

$$\sigma_1 = 2c \frac{\cos\varphi}{1 - \operatorname{sen}\varphi} + \sigma_3 \frac{1 + \operatorname{sen}\varphi}{1 - \operatorname{sen}\varphi} =$$

$$= 2c \sqrt{N} + \sigma_3 N$$

con $N = \operatorname{tg}^2 (45° + \varphi/2)$.

L'indagine estesa ad un intiero ammasso degli stati di sollecitazione critici è elementare nel caso di ammasso indefinito con superficie superiore piana. Giacchè i risultati sono basilari per i problemi di spinte sulle strutture, conviene qualche richiamo.

Il carattere indefinito dell'ammasso importa che gli stati di sollecitazione siano uguali su tutte le verticali; pertanto essi dipendono solo dalla distanza z del punto dalla superficie limite (fig. 10).

Nel piano di MOHR si individui il punto b di ascissa e ordinata pari ai valori predetti; lo si ottiene tracciando a partire da O la retta Ok inclinata di β sull'asse delle ascisse, individuando sull'asse delle σ il punto a di ascissa γz e tracciando da a la perpendicolare a Ok.

Pertanto b rappresenta con la sua ascissa e la sua ordinata le sollecitazioni normali e tangenziali sull'elemento dell'ammasso a profondità z inclinato di β. Al variare di z il punto b scorre sulla retta Ok inclinata di β sull'asse delle ascisse, retta che pertanto definisce i valori di σ e τ per tutti gli elementi inclinati di β alle diverse profondità z. Risulta subito dal preaccennato procedimento di individuazione del punto b per una generica profondità z che σ e τ degli elementi inclinati di β sono proporzionali a z. Ne deriva che le sollecitazioni normali e tangenziali relative a qualsiasi altro elemento diversamente inclinato, sono anche proporzionali a z.

I due cerchi passanti per il punto b e tangenti alle rette di COULOMB definiscono i due stati di sollecitazione critica a profondità z.

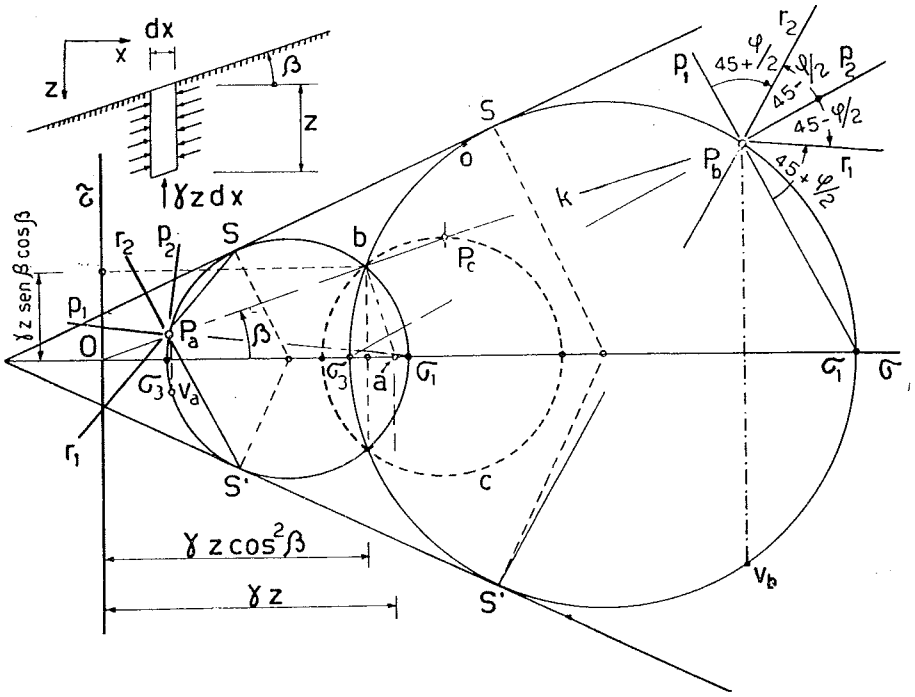

Fig. 10.

Di conseguenza le pressioni laterali su un prismetto definito dai due piani verticali x e $x + dx$ sono parallele alle superfici limiti e uguali e contrarie alla stessa profondità; la forza agente sull'elemento inclinato di β come la superficie libera a profondità z, che è base del prismetto preaccennato, equilibra il peso di questo e pertanto è verticale e di valore $\gamma z dx$; ne segue che le sollecitazioni normale e tangenziale sull'elemento inclinato di β all'orizzonte a profondità z hanno per valore rispettivamente $\gamma z \cos^2\beta$ e $\gamma z \operatorname{sen}\beta \cos\beta$.

Si può constatare che se il piano limite superiore è orizzontale le direzioni principali sono la verticale e la orizzontale e quindi le isostatiche sono costituite dalla famiglia delle rette verticali e delle rette orizzontali e le linee di slittamento sono costituite dalle rette inclinate alla verticale di ± (45° — φ/2) nel caso limite inferiore (spinta attiva) e ± (45° + φ/2) nel caso limite superiore (spinta passiva) (fig. 11).

Nel caso di piano limite superiore inclinato e materiale incoerente (fig. 12) le direzioni principali dif-

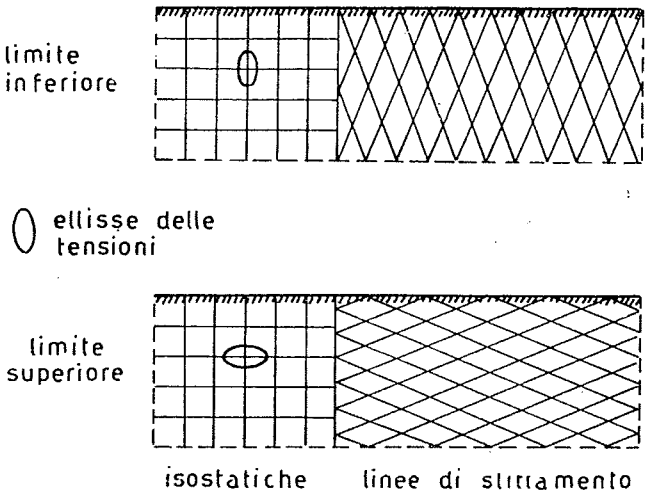

Fig. 11.

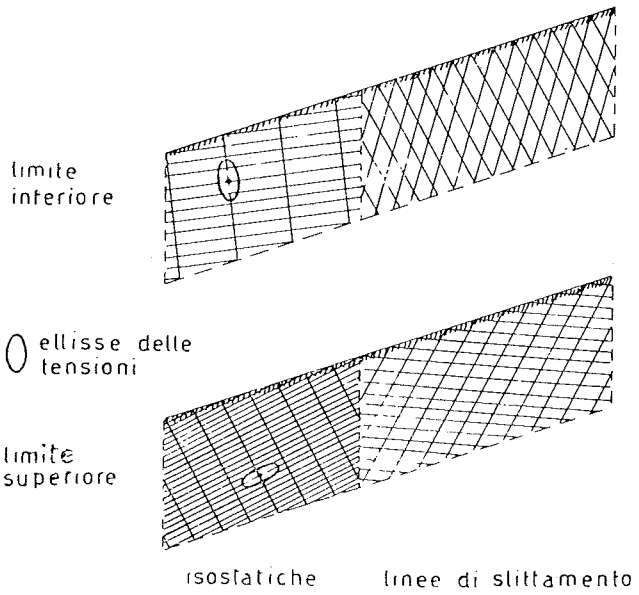

Fig. 12.

feriscono dalla verticale e dalla orizzontale e sono variabili col variare di β ma costanti rispetto a z: le isostatiche sono quindi rette inclinate rispetto alla orizzontale e alla verticale, diverse nei due casi di stato critico inferiore e stato critico superiore. Le linee di slittamento, pur sempre inclinate di $\pm (45° \pm \varphi/2)$ rispetto alla prima direzione principale, sono rette, pur esse diverse nei casi limiti superiore e inferiore. Inoltre i segmenti OS (fig. 13) che rappresentano con la lunghezza e l'inclinazione all'asse delle ascisse la intensità e la inclinazione della risultante di σ e τ sui piani di slittamento, cadono tutti sulla stessa retta inclinata rispetto alla orizzontale di $\pm \varphi$. Esse risultano inclinate dell'angolo $90° - \varphi$ rispetto ai piani predetti e pertanto questi sono coniugati. Tali situazioni diconsi di RANKINE e i relativi stati critici diconsi pure di RANKINE.

Nel caso di terreno dotato di coesione il punto O origine della retta inclinata di β (fig. 14) (che è quello dei punti b che corrisponde a profondità zero cioè alla superficie del rilevato) è diverso dal punto C di incontro delle due rette di COULOMB. Ammessa la prolungabilità della legge di COULOMB nel campo delle σ negative, potranno essere tracciati per O due cerchi a e b tangenti alle linee predette di cui quello a destra è correlativo allo stato limite superiore e quello a sinistra allo stato limite inferiore. In questo ultimo le sollecitazioni normali risultano tutte di trazione.

I poli relativi ad O risultano P_a e P_b: la direzione inclinata di β, cioè la direzione della superficie, e la direzione normale costituiscono le direzioni principali nei punti di superficie.

Considerando punti a profondità non nulla i due cerchi di figura si spostano verso destra e si ampliano; quando il cerchio a raggiunge la posizione di b, risulta definita col segmento γz_0 di figura, pari al diametro del cerchio passante per O, la profondità in cui anche lo stato critico superiore è interamente di compressione.

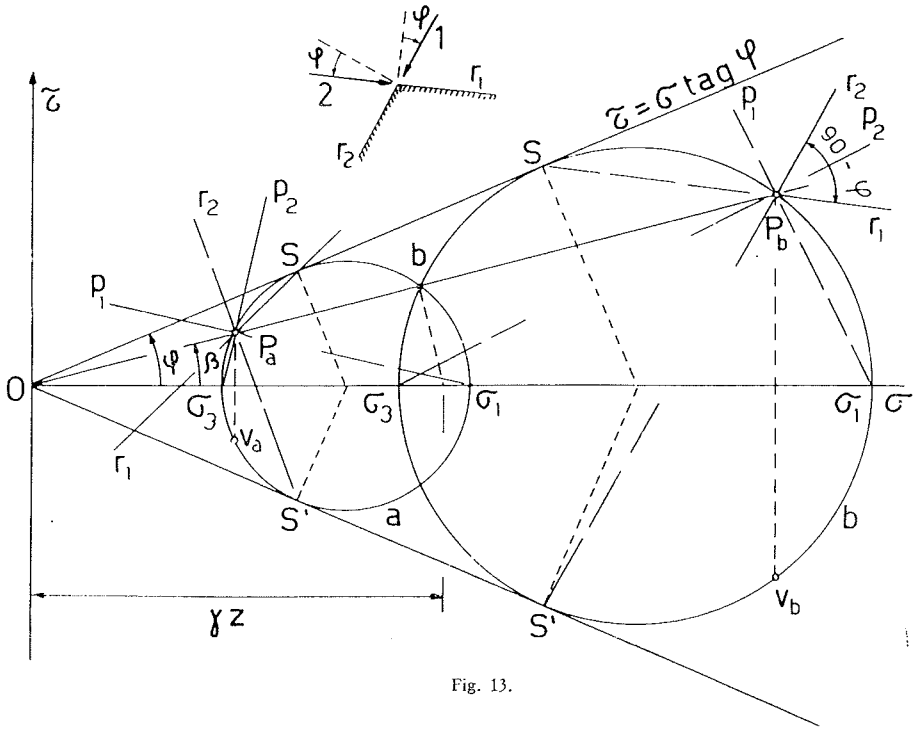

Fig. 13.

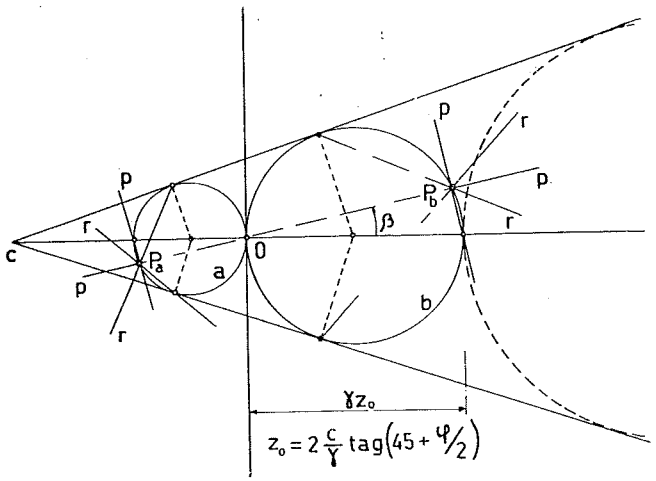

Fig. 14.

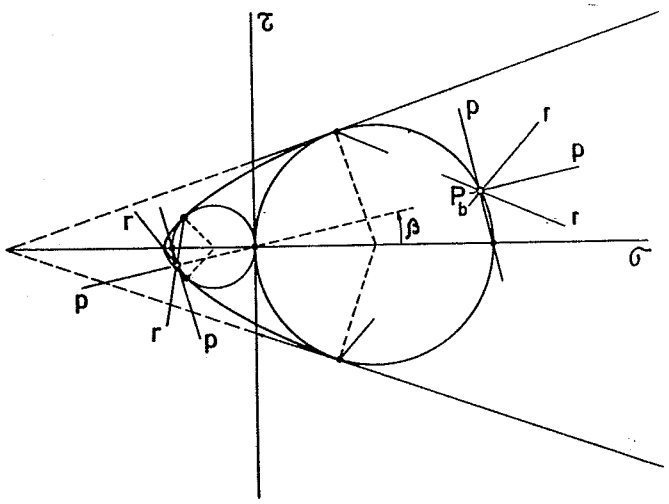

Fig. 15.

Si può osservare che risulta

$$z_o = 2\frac{c}{\gamma} tg\,(45° + \varphi/2).$$

Peraltro, come già osservato, il prolungamento delle rette di COULOMB nel campo delle σ negative è del tutto ipotetico. Ove la curva intrinseca fosse nel ramo estremo sinistro diversa, ad esempio quale quella di fig. 15, pur rimanendo evidentemente invariate le direzioni principali, risultano diverse, nello stato di spinta attiva le direzioni di slittamento e non più angolate rispetto alle direzioni principali di $45° \pm \pm \varphi/2$.

In mancanza di nozioni sul reale andamento della curva intrinseca, è da concludere che lo stato reale di sollecitazione nella zona di trazione nel caso di equilibrio limite inferiore è sconosciuto.

Nella zona di compressione, sia in stato di equilibrio limite inferiore che in stato di equilibrio limite superiore le direzioni principali non si mantengono parallele col variare della profondità z. Le isostatiche sono quindi curve e sono curve le linee di slittamento che restano naturalmente sempre inclinate di $45° \pm \varphi/2$ rispetto alle direzioni principali (figura 16).

Il caso di $c > 0$ ammette anche un equilibrio limite con $\beta > \varphi$. Esistono in tal caso tre regioni entro l'ammasso, quella di trazione, quella dei due normali stati di equilibrio limite che corrispondono al campo in cui la retta Ok resta ancora entro l'angolo delle rette di COULOMB, lo stato oltre la rottura, corrispondente al campo in cui la retta esce dall'angolo predetto (fig. 17 e 18). La profondità limite di quest'ultimo stato risulta

$$z_1 = \frac{c}{\gamma}\,\frac{1 + tg^2\beta}{tg\beta - tg\varphi}.$$

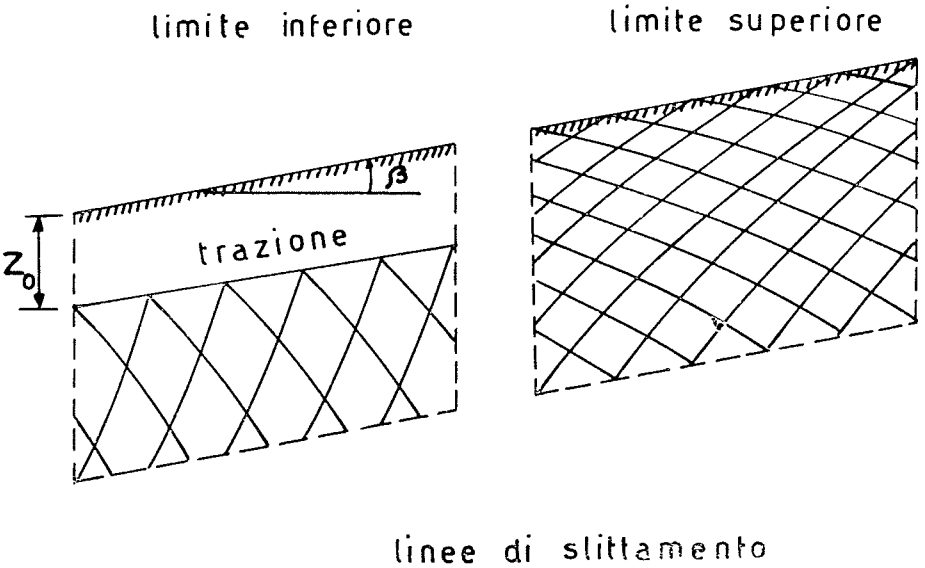

Fig. 16.

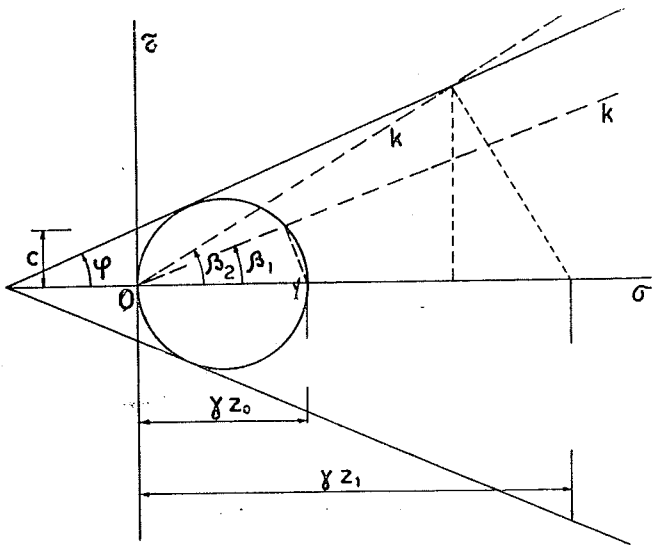

Fig. 17.

bile una stabilità locale, uniformemente in tutti i punti, infiniti stati di sollecitazione sono possibili e nessuna informazione ci è concessa su quello realmente esistente.

Di tale indeterminazione possiamo renderci conto osservando che l'equilibrio del prismetto da cui abbiamo preso le mosse (fig. 10) è del tutto indipendente dai valori delle sollecitazioni, uguali e contrarie, sulle facce verticali. E sono tali sollecitazioni che variano tra quelle dell'equilibrio limite superiore e quelle dell'equilibrio limite inferiore passando per tutti i valori intermedi. Relativamente agli accennati equilibri limiti esse sono indicate in grandezza dai segmenti $O\ P_a$ e $O\ P_b$ delle figure 10 e 13; per uno stato intermedio rappresentato dal cerchio C di figura 10 esse sono indicate dal segmento $O\ P_c$.

Sono pertanto solo condizioni di contorno costituite di sollecitazioni imposte lungo due generiche verticali (indefinite), con la limitazione che esse siano parallele alla superficie limite e proporzionali a z re-

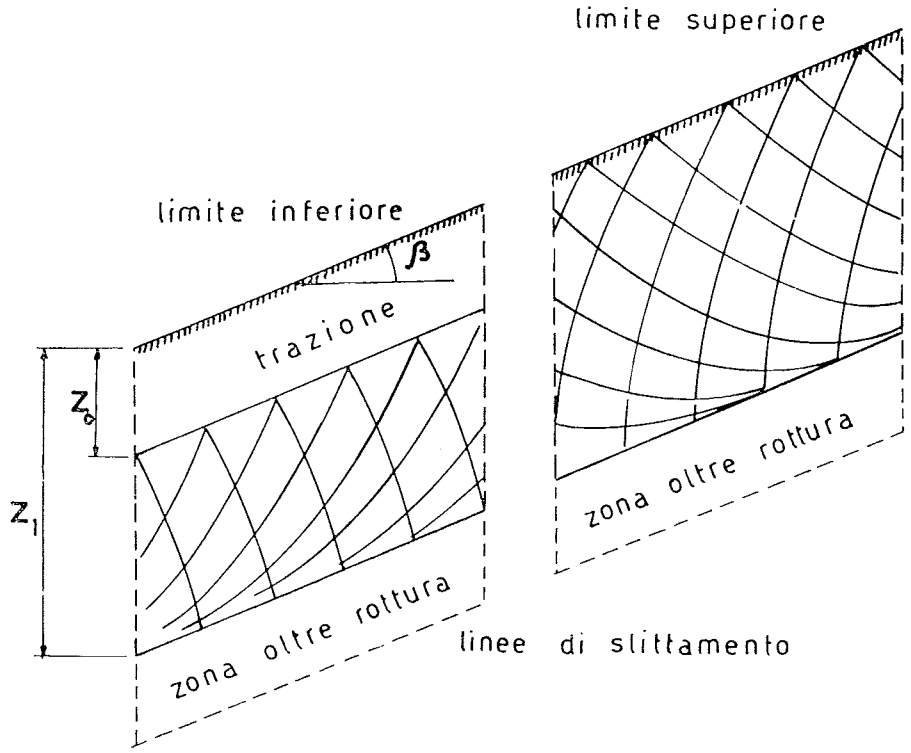

Fig. 18.

La conoscenza delle caratteristiche degli stati limiti inferiore e superiore di un ammasso indefinito quale or ora considerato non dà peraltro alcuna informazione sullo stato di sollecitazione in cui in realtà esso può trovarsi. Infatti, come già rilevato, finchè è imposto dalla gravità solo il valore e la direzione delle sollecitazioni in un solo elemento superficiale intorno al punto, ed essi sono tali che il relativo punto rappresentativo nel piano σ, τ cada entro l'angolo formato dalle rette di COULOMB, cioè fino a che l'inclinazione di superficie è tale che è possistando libero il coefficiente di proporzionalità, che determinano lo stato reale di sollecitazione dell'ammasso indefinito limitato da un piano.

Per ammassi indefiniti a profilo superiore piano o più complesso si giunge a definire le regioni in stato critico inferiore o superiore e le relative linee di slittamento indotte da sistemi di sollecitazioni applicati al contorno; l'argomento interessa sovrattutto la stabilità delle fondazioni. Non mi intrattengo su esso e rinvio alla bibliografia, particolarmente a SOKOLOWSKY e ABSI.

V

Se si volesse stabilire una data di nascita della meccanica delle terre, credo si sarebbe tutti d'accordo sul 1773, anno di pubblicazione della Memoria di Carlo Agostino COULOMB « *Application des règles de maximis et minimis a quelques problèmes de statique relatifs a l'architecture* ».

Difatti si può senza alcun dubbio riconoscere in essa la prima trattazione razionale di un problema di statica delle terre, punto di approdo di una ricerca che aveva vagato per un secolo fra incertezze di impostazioni.

Il problema assume forma definita nella storia della tecnica più di un secolo prima, nel 1687, con la distribuzione ufficiale alle fortezze di Francia di istruzioni sulle dimensioni dei muri di sostegno, proposte dal Maresciallo DE VAUBAN che dovevano essere frutto di attento studio e di lunga esperienza; infatti le dimensioni erano state sperimentate su più di 500 mila tese cubiche (3.700.000 m^3) di muratura eseguite su 150 piazzeforti con altezze in molti casi oltre 30 m. Molti si sono poi domandati se esse fossero derivate solo da una felice intuizione ovvero da qualche alquanto avanzata teoria meccanica (2).

Quattro anni dopo BULLET (1691), nel suo « *Traité d'architecture pratique* », è il primo che tenta una impostazione meccanica del problema: suppone che dietro al muro, a parete verticale, si distacchi dall'ammasso un prisma di terra limitato da un piano a 45° passante per la base del muro; ritiene quindi che la componente del peso del prisma parallela al piano di distacco costituisca la spinta sul muro.

Tale impostazione del problema è seguita da vari autori francesi fino agli inizi del 19° secolo, tra cui il celebre architetto RONDELET (1802) con la sostituzione però del piano di distacco a 45° con quello di naturale declivo; variano però con gli autori i criteri di dimensionamento del muro.

La resistenza d'attrito fu per la prima volta presa in considerazione da BELIDOR (1729) che risolse inoltre il problema della distribuzione delle pressioni lungo la parete verticale del muro. Esso immaginava il terrapieno diviso in strati sottilissimi inclinati a 45° e riteneva che ciascuno esercitasse sulla parete una pressione normale e uguale alla metà del proprio peso in quanto assumeva che l'altra metà fosse assorbita dall'attrito: risultava così che la spinta era pari a 1/4 del prodotto del peso specifico del terreno per il quadrato dell'altezza del muro e che il punto di applicazione di essa stava ad 1/3 di altezza dalla base. GAUTHEY nel 1784 tiene conto dell'attrito diminuendo di 1/3 la componente del peso parallela al piano di distacco; indi seguendo un criterio già indicato dal BLAVEAU nel 1767, decompone tale componente ridotta, secondo le direzioni parallela e normale al piano verticale e considera quest'ultima componente come spinta sul muro.

Nel 18° secolo e nei primi anni del successivo vengono eseguite anche ricerche sperimentali da GADROY (1746), GAUTHEY (1787), RONDELET (intorno al 1767) e MAYNIEL (1808) ma in genere con scarso successo per l'influenza dell'attrito sui fianchi della cassa sperimentale, di esigua larghezza, sul cui fronte era disposta la parete di misura incernierata al piede.

COULOMB premette che le superfici di rottura osservate nei rilevati sono curve. Considera quindi un rilevato limitato superiormente da un piano orizzontale e lateralmente da un piano verticale e osserva che lo stato di quiete del rilevato può essere mantenuto da una forza orizzontale F applicata in quest'ultimo; questa forza deve essere peraltro non minore del valore S necessario ad impedire alla terra di scorrere in avanti, lungo una curva di rottura, e non maggiore di un valore S' quale necessario perchè la terra scorra all'indietro lungo una diversa curva di rottura. Con questo COULOMB anticipa in qualche modo i concetti di spinta attiva e spinta passiva.

Egli ritiene la forza S maggiore di S' e si propone di determinare la prima; suppone poi che la curva di rottura relativa alla tendenza allo scivolamento in avanti, possa essere considerata agli effetti della ricerca di S, una retta, per « *la simplicité des résultats que donne cette supposition, la facilité de leur application à la pratique et le désir d'être utile et entendu des artistes* ».

COULOMB pone che la forza S orizzontale equilibri il peso del prisma limitato dal piano di rottura e le forze normale e tangenziale lungo questo, la seconda conseguente all'attrito in uno stato prossimo al moto. La coesione viene trascurata.

Mancando di elementi per decidere quale possa essere realmente il piano di distacco, che deve essere compreso fra quello di natural declivio e quello di parete del muro, a cui corrispondono spinte di sostegno nulle, assume che esso possa coincidere con quello di massimo valore della S. I risultati sono ben noti: il piano di distacco cui corrisponde la massima spinta è il bisettore dell'angolo fra la verticale e l'inclinazione di natural declivio e la corrispondente spinta è uguale a $\gamma h^2 tg^2 (45° - \varphi/2)$ con h altezza del muro e γ e φ rispettivamente peso specifico e angolo d'attrito del terreno (fig. 19).

La trattazione di COULOMB apre la via a sviluppi successivi.

PRONY nel 1802 e FRANÇAIS nel 1820 sostituiscono al coefficiente d'attrito considerato da COULOMB la tangente dell'angolo di natural declivio delle terre e al coefficiente di coesione l'altezza alla quale le terre tagliate a picco si mantengono ancora in equilibrio; essi trattano inoltre in modo fra loro diverso il caso della parete del muro inclinata.

(2) KERISEL (1958) riferisce che non esiste più traccia scritta delle istruzioni di VAUBAN e che si ritiene la distribuzione avvenuta nel 1667 mentre CRUGNOLA (1880) indica il 1687. Una tavola delle dimensioni dei muri di VAUBAN è data, sempre secondo KERISEL, nell'opera « *La manière de fortifier selon la methode du Marechal de* VAUBAN » alla quale questi aveva dato approvazione. Differenze di datazioni fra KERISEL e CRUGNOLA riscontro anche circa il « *Traite de l'attaque et de la defanse des places* » dello stesso VAUBAN. Secondo PONCELET il profilo dei muri di VAUBAN sarebbe insufficiente alla stabilità che però sarebbe raggiunta per il concorso dei contrafforti previsti a distanza di 5,75 m.

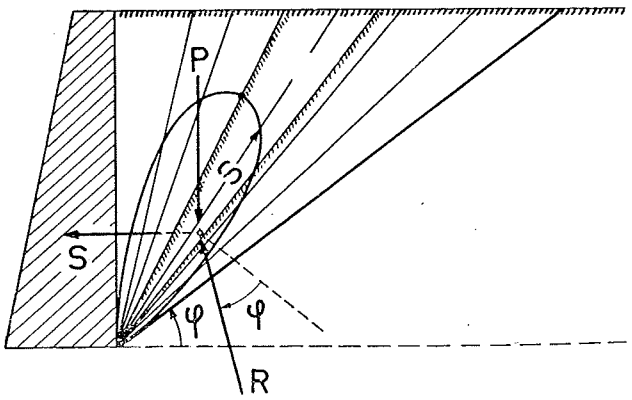

Fig. 19.

NAVIER (1826 e 1833) tratta per la prima volta il caso di sovraccarico uniformemente ripartito e AUDOY (1838) il caso di terrapieno limitato da due piani.

L'estensione la più completa della teoria di COULOMB è realizzata da PONCELET che nel 1840 sviluppa per via analitica, con trasformazione successiva in procedimenti geometrici, i casi di profilo superiore del terrapieno con due diverse inclinazioni nonchè di sovraccarichi uniformemente distribuiti rispetto alla orizzontale.

Egli svolge per primo la trattazione della spinta passiva delle terre (*butée*) che è definita come la « resistenza che esse oppongono all'azione delle forze che tendono a spostarle lateralmente ».

Il concetto di prisma di spinta come solido staccato dal sottostante ammasso e in stato prossimo al moto porta già PONCELET a seguire una schematizzazione cinematica del fenomeno e quindi, a considerare fra le forze in gioco anche una resistenza d'attrito lungo la parete del muro. Ma circa il valore del relativo angolo gli antichi autori sono concordi solo sul fatto che esso non può superare quello interno del terreno; sul valore reale, o almeno, su quello da assegnargli in via ipotetica, le opinioni sono le più diverse.

Le divergenze in proposito nel caso di spinta attiva appaiono invero solo di ordine teorico giacchè, il valore dell'angolo d'attrito lungo la parete ha modestissima influenza sul valore della spinta. Negli stati di spinta passiva invece tale valore ha influenza assai marcata.

L'argomento generale, nell'intento di migliorare i procedimenti pratici di determinazione della spinta, è ripreso successivamente da vari autori. Tra i migliori contributi sono da segnalare quello di CULMANN (1866) che sviluppò il problema in tutta la sua generalità con procedimenti interamente geometrici e quelli di REBHANN (1871) ed ENGESSER (1880) che danno altri metodi di calcolo grafico.

Conviene a questo punto soffermarsi un momento per un riesame della impostazione originaria del problema e delle successive estensioni.

Viene ritenuto possibile il distacco di prismi di terra dietro il muro, limitati da piani di varia inclinazione passanti per il piede della struttura; a seguito del distacco essi verrebbero a trovarsi in stato prossimo al moto di scivolamento. La ipotesi di distacco che appare cinematicamente legata ad un movimento del muro può non essere considerata letteralmente e può essere tradotta, senza variare gli sviluppi successivi di COULOMB e i relativi risultati, in quella della esistenza nel terrapieno di qualche piano passante per il piede del muro in cui lo stato di sollecitazione è tale che il rapporto forza tangenziale — forza normale ad esso ha il valore del coefficiente d'attrito. Mancando il modo di controllare se tale ipotesi si verifica su uno particolare di tali piani e su quale, si può ammettere che sia possibile il verificarsi su tutti e di conseguenza procedere alla ricerca della condizione che nel quadro di tale possibilità risulta la più gravosa per il muro.

I successori di COULOMB hanno assunto la ipotesi della rottura piana e dei prismi rigidi di spinta in moto verso il basso così da dover introdurre la resistenza di attrito lungo la parete. Ciò peraltro ha condotto, salvo nel caso più semplice trattato da COULOMB (limite di terrapieno orizzontale e parete di muro verticale) a non rispettare le leggi della meccanica razionale. È una circostanza che è sfuggita a tutti gli estenditori della teoria di COULOMB che hanno visto il problema con occhio più da geometri che da meccanici.

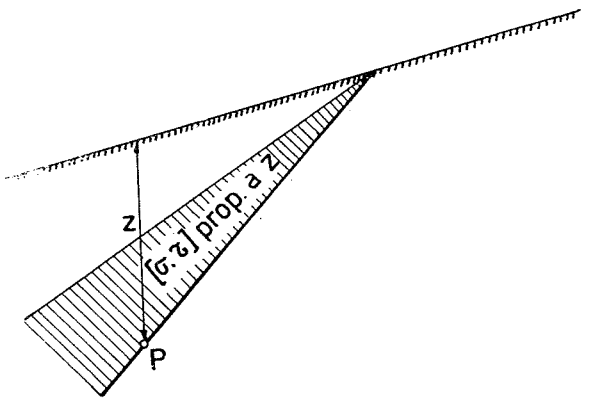

Fig. 20.

Consideriamo, per mostrare quanto sopra accennato, un ammasso indefinito comunque inclinato all'orizzonte. Appare intuitivamente, prescindendo cioè da considerazioni precedenti, che lo stato di pressione in un punto qualunque di esso, per la circostanza che l'ammasso è indefinito, non può dipendere che dalla profondità del punto rispetto alla superficie. Quindi tutte le sollecitazioni intorno ad un qualsiasi punto *P* (fig. 20) dipendono solo da tale profondità e giacchè esse derivano dal peso debbono essere proporzionali ad essa. Ne deriva che lungo una qualsiasi retta tracciata attraverso l'ammasso l'andamento delle sollecitazioni normali e tangenziali relative ad una qualsiasi costante direzione varia proporzionalmente alla profondità o, come dicesi, se ne ha distribuzione idrostatica.

Se ora si ammette che lo stato di sollecitazione delle terre dietro il muro sia identico a quello di un ammasso indefinito, risulta che la pressione contro la parete è pur essa idrostatica.

Questa conclusione è contenuta nella struttura della formula di COULOMB in quanto la spinta indicata da essa è proporzionale al quadrato dell'altezza, da cui il suo incremento, cioè la pressione, è proporzionale alla profondità. Ammesso infine con COULOMB che in un particolare piano uscente dal piede del muro le sollecitazioni totali sono in ogni punto inclinate alla normale dell'angolo costante φ limite di attrito, si possono porre le equazioni di equilibrio fra il peso del prisma *a b c* (fig. 21), la risultante *R* delle

Ciò è mostrato facilmente per diverse situazioni dalle figure 21-22-23. Nella prima (parete verticale, piano limite orizzontale), *S* passa per *O* punto terzo di *OC* solo se *S* è orizzontale; se *S* è inclinata la sua linea interseca invece quella di *P* in *O'* e la *R*, per la convergenza in *O'* interseca *a c* in *O''* diverso da *O*, in contrasto con la idrostaticità delle sollecitazioni lungo tale piano. Nella seconda figura (limite superiore di terrapieno inclinato), sia ammettendo *S* orizzontale sia ammettendola inclinata di un angolo pre-

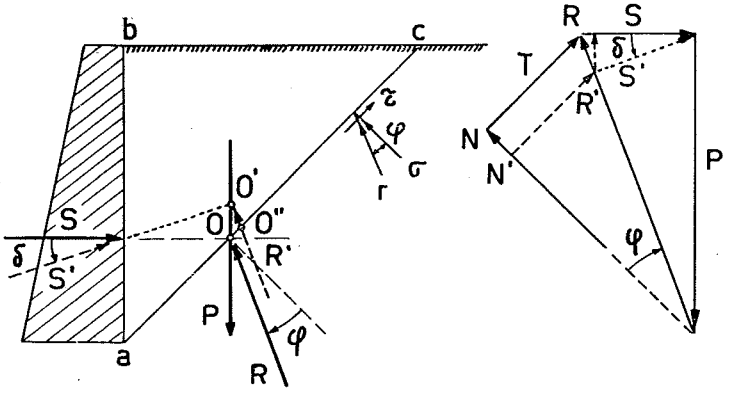

Fig. 21.

forze lungo *a c*, inclinata di φ rispetto alla normale e passante per il punto O, triripartitore di *a c*, in ossequio alla idrostaticità della distribuzione delle pressioni e infine la risultante *S* passante, per ragione analoga alla precedente, per il punto tripartitore di *a b*. Ma la direzione di *S* non può essere prestabilita; altrimenti si introdurrebbe una condizione in eccesso. Le condizioni di equilibrio possono infatti determinare sia la direzione che la intensità della spinta: la direzione risulta preliminarmente dalla condizione di convergenza delle tre forze considerate *P*, *R*, *S* in un unico punto, convergenza che traduce l'equilibrio dei momenti; la intensità risulta successivamente dal poligono delle forze. Tutto ciò indipendentemente dal piano di distacco considerato e quindi indipendentemente dalla successiva ricerca del massimo valore di S.

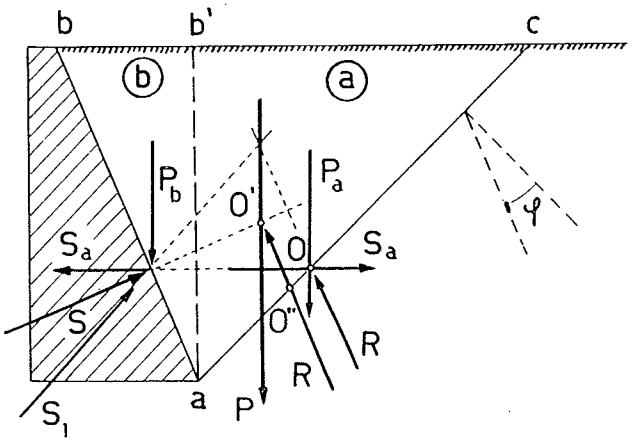

Fig. 23.

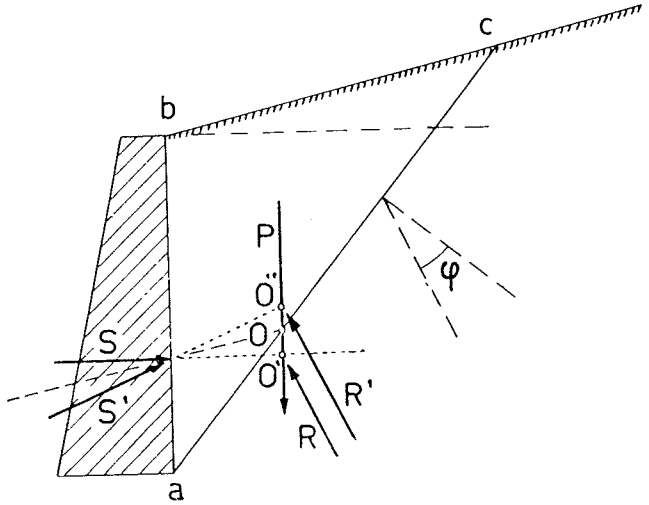

Fig. 22.

stabilito si riproduce la errata situazione precedente; analogamente nel caso della terza figura (parete del muro inclinata) se si assume *S* normale alla parete o inclinata arbitrariamente: la unica direzione possibile di *S* è la S_1, notevolmente inclinata.

Se riconsideriamo i due precedenti casi di parete verticale (figg. 21 e 22) potremo notare che assumendo la spinta parallela alla retta limite superiore, fermo il suo punto di applicazione sulla parete, la sua linea interseca la linea *a c* nel punto di triripartizione in entrambi i casi.

Nel caso di fig. 23 per ottenere lo stesso necessario risultato possiamo immaginare un piano verticale passante per lo spigolo inferiore del muro, dividere l'ammasso in due parti, trattare quello di destra (a) come nel caso della parete verticale e attribuire alla

parete inclinata la spinta S_a attraverso $a\ b'$ correlativa alla parte (a) e il peso della parte (b) di rilevato.

Una determinazione del genere è indicata in figura 24 per il caso più generale di limite di rilevato e parete di muro entrambi inclinati.

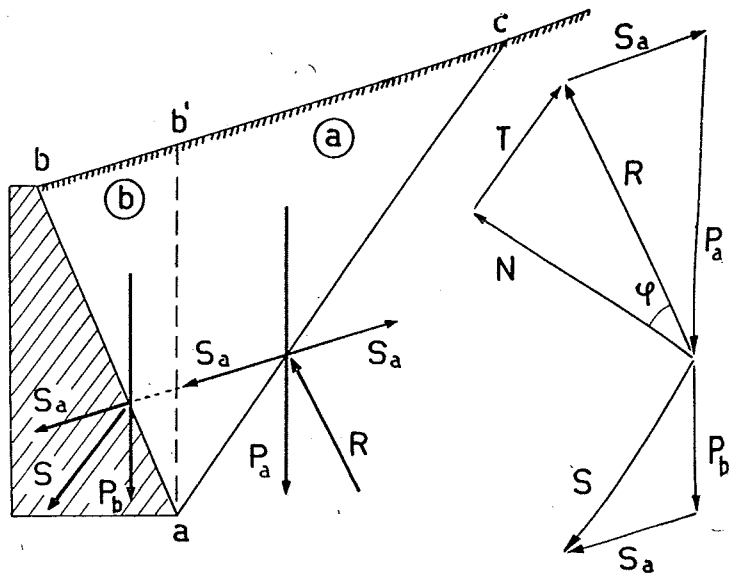

Fig. 24.

Dalle precedenti osservazioni discende in sostanza che le ipotesi di rottura piana e del prisma rigido la quale importa anche l'introduzione dell'attrito alla parete, pur assai comoda per gli estendimenti della teoria di COULOMB alle situazioni più diverse, sembrano contenere un dato sovrabbondante o una ipotesi errata in quanto i sicuri principi base, equilibrio dei momenti e idrostaticità della distribuzione delle pressioni, non risultano entrambi soddisfatti se non per una particolare direzione di S, mentre la linea di azione di S è una condizione al contorno che dovrebbe poter essere liberamente prefissata.

Di fatto è erronea l'assimilazione dello stato di sollecitazione del rilevato dietro al muro a quello di ammasso indefinito con le sue conseguenze circa la idrostaticità della distribuzione delle sollecitazioni, la rettilineità delle curve di rottura, la posizione dei centri di spinta sulla parete e sulla curva di rottura.

La questione sarà ripresa successivamente. È peraltro da sottolineare che ancor più fallace appare la teoria classica nelle sue estensioni a profili di terrapieno e di parete spezzati e curvi e di sovraccarichi variamente distribuiti.

La determinazione della spinta impostata sulla considerazione del prisma rigido staccato dall'ammasso non sembrò più soddisfacente nella seconda metà del XIX secolo, sicchè il problema fu ripreso partendo dallo studio delle condizioni di equilibrio limite di un ammasso indefinito. Della nuova strada furono iniziatori RANKINE (1856-57) e indipendentemente, dieci anni dopo LEVY (1867), seguito da CONSIDÈRE (1870) e da MOHR (1871) che introduce la dizione di equilibrio limite inferiore ed equilibrio limite superiore corrispondenti agli stati di spinta attiva e passiva. Tra i contributi meno conclusivi sull'argomento sono da ricordare quelli di SCHEFFLER (1851), anteriore alla memoria di RANKINE e quelli più tardi di REBHANN (1871) e WINKLER (1872).

Secondo RANKINE e successori il terrapieno dietro un muro di sostegno con superficie superiore piana, può essere assimilato ad un ammasso indefinito in condizioni limiti inferiori nel caso di spinta attiva e in condizioni limiti superiori nel caso di spinta passiva. Considerata la parete del muro verticale, si ammette per la ipotesi precedente che agiscano su di essa le pressioni che si trasmettono attraverso una sezione verticale qualsiasi dell'ammasso indefinito; tali pressioni sono tutte parallele al piano limite superiore e proporzionali alla profondità dei punti rispetto alla superficie limite superiore; pertanto distribuite idrostaticamente (fig. 25).

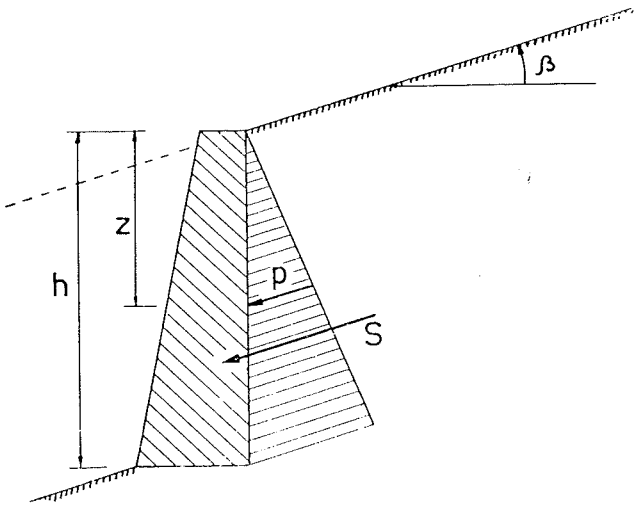

Fig. 25.

Giacchè il valore della pressione a profondità z risulta nelle condizioni limiti di equilibrio inferiore

$$p = \gamma z k$$

con

$$k = \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi}}$$

che nel caso di superficie superiore del terrapieno orizzontale diviene

$$k = \frac{1 - \operatorname{sen}\varphi}{1 + \operatorname{sen}\varphi} = \operatorname{tg}^2\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)$$

che è in accordo con la teoria di COULOMB.

La spinta sulla superficie piana verticale risulta

$$S = \frac{1}{2}\gamma h^2 k$$

ed ha linea di azione parallela al piano limite superiore del rilevato e punto di applicazione ad un terzo di altezza contata dalla base della parete.

La nuova impostazione se pur fallace nella assimilazione delle sollecitazioni alla parete a quelle della sezione verticale di un ammasso indefinito in stato limite di equilibrio, rispetta tutte le posizioni ed ipotesi di base.

Ma essa ha avuto limitata fortuna in quanto non estensibile alla varietà di condizioni morfologiche che la teoria del prisma rigido, disinvoltamente sviluppata come problema di algebra e geometria, aveva risolto.

VI

La ricerca sperimentale sulla spinta della sabbia contro pareti piane svolta dal TERZAGHI nel 1929 e resa nota nel 1934 determinò l'avvio verso nuovi concetti che l'A. stesso espone nella memoria del 1936 (*Journal of the Boston Society of Civil Eng.*), sintetizza nell'altra dello stesso anno (*Proc. Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*), riprende in quella del 1941 e sviluppa nel *Trattato*.

Nella memoria del 1936 TERZAGHI osserva che in masse di sabbia formatesi per sedimentazione e successivamente non turbate, si verifica uno *stato naturale* di sollecitazione, relativamente al quale aveva rilevato nelle esperienze del 1929 coefficienti di spinta diversi dai valori sia dello stato limite inferiore ($\operatorname{tag}^2(45° - \varphi/2)$) sia dello stato limite superiore ($\operatorname{tag}^2(45° + \varphi/2)$).

Osserva poi che per il passaggio dallo stato naturale allo stato limite inferiore di sollecitazione è necessario che la sabbia possa espandersi: occorre quindi che si abbia un movimento della parete di ritegno. Analogamente per il passaggio dallo stato di sollecitazione naturale a quello limite superiore è necessaria una deformazione finita di compressione e cioè uno spostamento del ritegno.

D'altra parte l'uno o l'altro dei due stati estremi di sollecitazione non si estende a tutto l'ammasso ma è limitato ad una regione definita prossima alla parete che ha avuto il movimento.

TERZAGHI analizza poi i risultati sperimentali considerando due possibili movimenti elementari del muro: rotazione al piede e traslazione orizzontale. Nel primo caso ritiene che al crescere della rotazione la spinta totale sul muro vada progressivamente decrescendo dal valore a riposo al valore relativo allo stato limite inferiore; peraltro la distribuzione delle pressioni si manterrebbe sempre idrostatica e quindi il centro di spinta resterebbe sempre ad 1/3 dell'altezza. Si avrebbe così accordo con le teorie precedenti.

Nel secondo caso si avrebbe un analogo decrescere della spinta dal valore a riposo al valore limite inferiore; in primo tempo le pressioni risulterebbero inferiori alle idrostatiche nella metà inferiore della altezza e superiori nella metà superiore e il centro di pressione cadrebbe quindi circa a metà altezza del muro; per una successiva maggiore traslazione si passerebbe poi alla distribuzione idrostatica.

L'Autore conclude che il valore della spinta indicata dalla formula di COULOMB costituisce un minimo che viene raggiunto solo dopo che il muro ha avuto spostamenti non inferiori ad un particolare valore; peraltro per raggiungere la distribuzione idrostatica è necessario uno spostamento notevolmente maggiore. L'entità di tali spostamenti minimi dipende dalla costipazione della sabbia e dalla altezza del muro. Con sabbia costipata, per raggiungere il valore della spinta di COULOMB appariva necessario uno spostamento del muro a metà altezza dell'ordine di grandezza di 5 decimillesimi della altezza; per sabbia sciolta invece uno spostamento notevolmente maggiore. Per arrivare alla distribuzione idrostatica delle pressioni risultava occorrente invece uno spostamento della sommità del muro di almeno 10 volte il valore sopra indicato.

Le osservazioni del TERZAGHI danno luogo, in sintesi, ad una nuova impostazione del problema che può essere così riassunta.

In un ammasso di terra che trovasi in equilibrio generale, gli stati di sollecitazione non si identificano nè con quello limite inferiore nè con quello superiore ma sono stati intermedi e pertanto indeterminati e che diconsi stati di quiete o di riposo. In questi le pressioni sulle strutture sono pur esse intermedie e quindi maggiori di quelle attive e minori di quelle passive (fig. 26).

Il passaggio da uno stato di riposo allo stato di spinta attiva ovvero passiva richiede un movimento della struttura di una certa entità. Le deformazioni conseguenti della terra non sono deformazioni elastiche ma piuttosto variazioni di disposizione dei granuli.

Dopo che un movimento della struttura ha determinato tali deformazioni e quindi passaggio da stato di spinta a riposo a stato di spinta attiva, agenti ester-

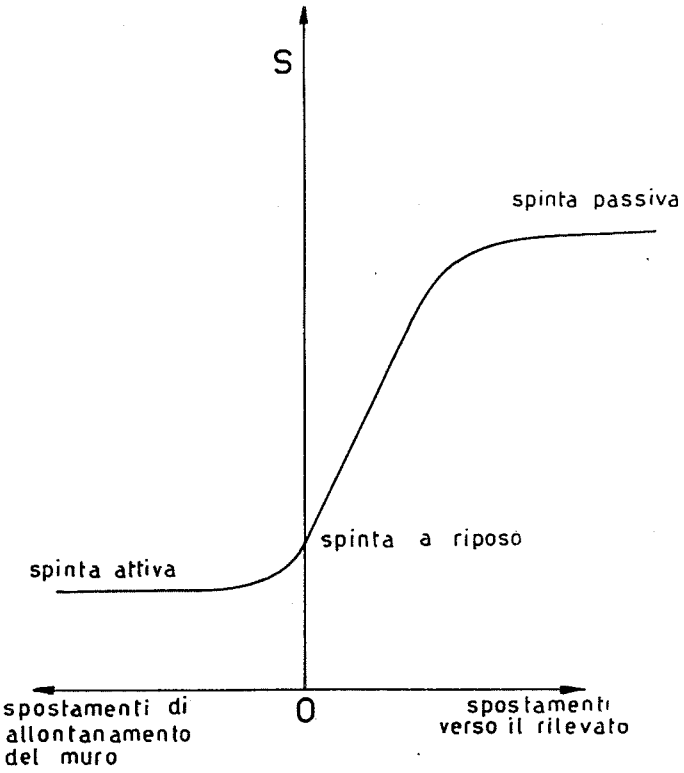

Fig. 26.

ni quali forze superficiali, circolazione di acqua, vibrazioni, possono determinare un nuovo riassettamento dei granuli (costipazione) con aumento della spinta da quella attiva ad una a riposo.

Nel caso di raggiunto stato di spinta passiva, analoghe cause possono determinare espansione del materiale e quindi diminuzione della spinta da passiva ad una a riposo. Fenomeni del genere possono succedersi più volte se la struttura ripete le sue deformazioni.

Il problema generale degli stati di equilibrio sopra delineato può essere precisato nel modo seguente.

Un ammasso di terra (fig. 27) in quiete trovasi in generale in uno stato di sollecitazione, che simbolicamente indicheremo con (E), intermedio fra quelli limiti di equilibrio che indicheremo con (A) (attivo) e (P) (passivo).

Consideriamo, nel caso di sollecitazione piana, una linea α di contorno che subisce deformazioni e trasmette sollecitazioni all'ammasso. Affinchè dallo stato (E) si raggiunga lo stato (A) o lo stato (P) è necessario che lungo α avvengano delle deformazioni non minori di quantità che simbolicamente indicheremo con (δ_a) e (δ_p).

Se la linea α considerata è una linea di contatto con una struttura, questa, in assenza di deformazioni, sostiene le pressioni conseguenti allo stato (E) intermedie fra quelle relative allo stato (A) e allo stato (P) e nelle condizioni attuali delle conoscenze non determinabili.

Se peraltro nella struttura avvengono delle deformazioni cui conseguono spostamenti (δ^α) della parete in uno od altro verso, ove queste non raggiungono nè (δ_a) nè (δ_p) lo stato di sollecitazione non raggiunge in alcun punto nè (A) nè (P). Ove invece gli spostamenti raggiungono o superano (δ_a) o (δ_p) l'ammasso passa lungo la parete e in una regione circostante nello stato (A) o (P).

Tale regione risulta circoscritta dalla linea α, dalle superfici libere dell'ammasso e da linee di slittamento β partenti dagli estremi di α. Queste risultano di conformazione tale che le pressioni reattive su α ed eventualmente le pressioni applicate sulle superfici libere, nonchè le sollecitazioni normali e quelle tangenziali massime (al limite di rottura) lungo β ed infine le forze di massa si fanno equilibrio.

Ecco ad esempio il caso di un terrapieno orizzontale sostenuto da una parete *a b* (fig. 28). Se la parete ha spostamenti in un senso o nell'altro tali da superare ovunque la grandezza necessaria a determinare nello strato contiguo del rilevato lo stato di sollecitazione limite inferiore o superiore, questo si costituisce in una regione dietro il rilevato; se le pressioni lungo *a b* risultano normali ad *a b* e proporzionali alla profondità, si costituisce in particolare lo stato limite lineare (di RANKINE) inferiore o superiore, a seconda del verso degli spostamenti di *a b* (con linee di slittamento rette); stato che è congruente per l'equilibrio con la perpendicolarità e linearità delle sollecitazioni lungo *a b*.

Per direzioni e distribuzioni diverse di pressioni lungo *a b* si costituiscono nel rilevato stati di sollecitazione (A) o (P) non più lineari (fig. 29).

La regione che assume lo stato limite di equilibrio dietro *a b* si divide a sua volta, in tal caso, in due regioni, confinanti lungo la linea di slittamento *a d* che parte da *a*, ciò in quanto *a* costituisce punto singolare: la sottoregione *a d c*, compresa fra le due linee di slittamento β e β' che partono da *a* e *b* e la superficie libera assume lo stato limite (inferiore o superiore) di RANKINE, quindi con linee di slittamento rette; la regione fra le due linee β e β' e la parete assume uno stato limite diverso da quello di RANKINE (non lineare). Lo sdoppiamento della regione e l'andamento della rete delle linee di slittamento della parte a contatto del muro sono risultati dello studio delle equazioni differenziali dell'equilibrio limite cui precedentemente si è accennato.

In quanto sopra detto sta la conclusione, che ho lasciato in sospeso, di un tema già trattato. Analizzando la teoria di COULOMB nelle sue estensioni erasi osservato un errore che si manifestava con la insoddisfazione di uno dei principi base: equilibrio dei mo-

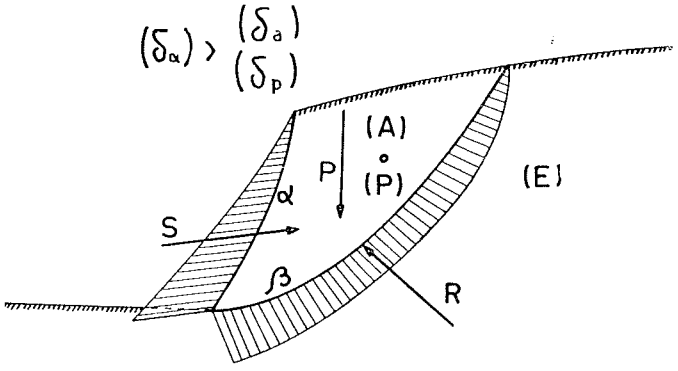

Fig. 27.

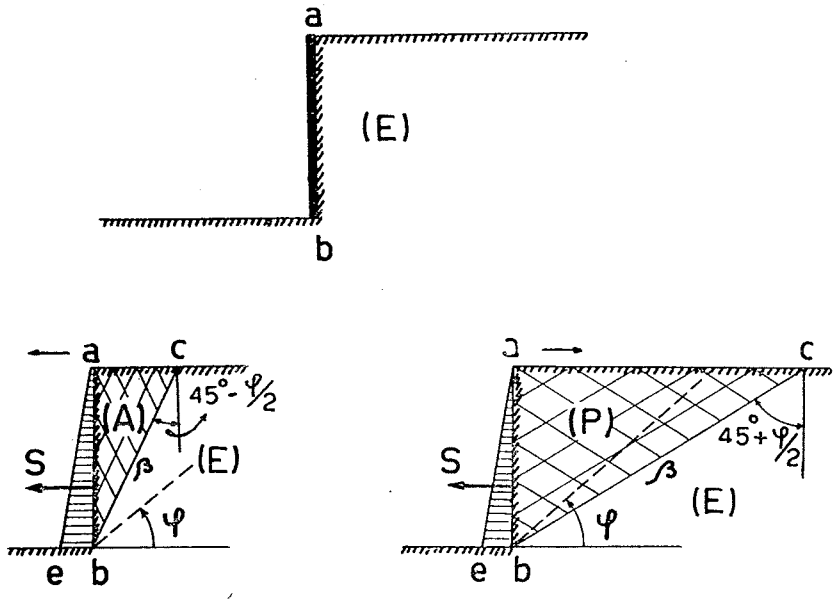

Fig. 28.

menti o idrostaticità della distribuzione delle pressioni. Ora l'errore è manifesto: salvo che nel caso più semplice di COULOMB (parete del muro verticale e superficie limite superiore orizzontale) le linee di slittamento non sono rette e la distribuzione delle spinte sulla parete non è necessariamente idrostatica. L'una e l'altra sono funzioni del tipo e grado di libertà di deformazione del muro.

Si è aperto così nuovamente il campo alle ricerche teoriche e sperimentali.

Esse hanno confermato anzitutto che la soluzione COULOMB è corretta, sia per la spinta attiva che per quella passiva, per terrapieno limitato superiormente da un piano orizzontale e parete verticale senza attrito soggetta a rotazione al piede. Se invece vi è attrito lungo la parete, la pressione lungo questa ha ancora distribuzione idrostatica ma la linea di slittamento estrema che delimita il prisma di spinta (linea di rottura) non è più retta; il caso è stato analizzato con differenti metodi da KÁRMÁN (1926), da JAKY (1931), da J. OHDE (1938) e da TERZAGHI (1941) che sono giunti uniformemente alla conclusione che nel caso di spinta attiva l'entità della spinta differisce in misura trascurabile da quella determinata con i metodi classici; in quello di spinta passiva invece i metodi classici importano errori che possono superare il 30 % con l'avvicinarsi dell'angolo di inclinazione della spinta rispetto alla normale alla parete al valore dell'angolo di attrito interno.

E mi arresto nei richiami a questi primi risultati pur essendo la letteratura geotecnica successiva ricca di nuovi contributi particolari.

Un ancor più vasto problema di particolare interesse, si è aperto similmente per le strutture snelle nelle quali le pressioni del terreno inducono deformazioni variamente distribuite secondo la flessibilità propria della struttura le quali a loro volta determinano la distribuzione delle pressioni stesse.

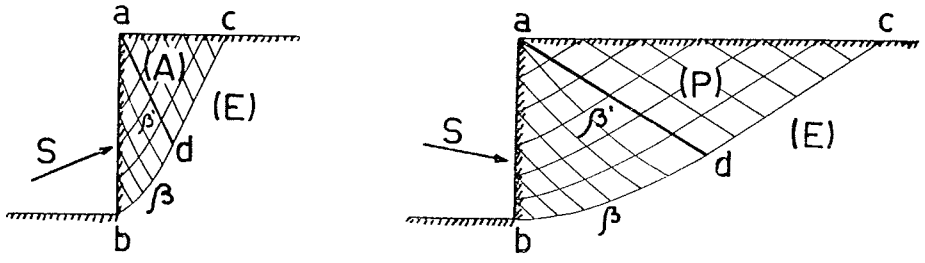

Fig. 29.

Le strutture di tale specie più interessanti dal punto di vista tecnico sono le palancole e le sbatacciature degli scavi. Ed anche intorno a queste è un vasto fiorire di studi teorici (fra essi i più quotati sono quelli di ROWE) e sperimentali, questi condotti particolarmente dal TCHEBOTARIOFF e dai suoi collaboratori.

Giunto così al confine del programma che mi ero

proposto di svolgere mi torna alla mente la prefazione del libro del CRUGNOLA sulla spinta delle terre già ricordato, edito nel 1880, che inizia con queste parole:

« Il problema della spinta delle terre aspetta ancora oggidì una soluzione completa e teoricamente esatta: le antiche teorie si basano su principi erronei che non si possono evitare se non partendo dalle ricerche intorno all'equilibrio degli elementi in un ammasso illimitato di materie polverulenti e granulose, epperò le teorie moderne basate sui principi che emanano dalle teorie suddette, non sono ancora pervenute ad ottenere un risultato generale e definitivo: inoltre la applicabilità loro alla determinazione della pressione delle terre sopra pareti di sostegno è limitata da certe condizioni che si richiedono ».

Invero mi sembrano parole adatte all'introduzione anche di un libro di oggi, nonostante gli ottantacinque anni trascorsi e l'immensa quantità di cognizioni nel frattempo conquistate.

La struttura della natura, purtroppo, è talvolta assai complicata e fatica grave e lunga è ricostruirne il tessuto.

VII

È ben ora però che io mi occupi delle memorie presentate a questo Convegno sul tema odierno. Esse sono sette ([3]), numero che mi sembra piuttosto esiguo se considero la varietà delle strutture interessate, l'attività costruttiva degli anni recenti, il numero dei soci della Associazione e quello dei tecnici che si interessano della materia.

Penso che la circostanza sia del tutto casuale non ritenendo che possa essere diminuito l'interesse nè per la meccanica del terreno in senso classico, nè per le questioni che le strutture pongono.

In caso diverso sarebbe da ricordare agli studiosi che le ricerche sui caratteri delle terre, le quali richiamano più diffusa attenzione, pur costituendone la materia prima non sono tutta la Geotecnica; sarebbe da sottolineare che essa per il suo carattere di scienza tecnica, deve fornire le regole per operare e per costruire, e che tali regole saranno semplici e sicure quando deriveranno da un edificio teorico più saldo e più ampio dell'attuale.

Tre delle memorie presentate trattano di problemi riguardanti le gallerie. Più precisamente una di esse descrive dei sistemi di misura per il controllo statico in esercizio dei rivestimenti delle gallerie autostradali; una seconda descrive un rivestimento di tipo speciale adottato in una galleria in pressione di un impianto idroelettrico e riferisce circa sistemi e risultati delle misure di controllo del comportamento statico; una terza descrive la esecuzione di un particolare tipo di prerivestimento, da applicare immediatamente dopo lo scavo, realizzato con spessore insolito.

Della prima memoria sono Autori il prof. OBERTI e l'ing. GOFFI. Essi richiamano anzitutto gli aspetti speciali che la questione sicurezza assume nelle gallerie autostradali, sì da richiedere una particolare cura di progettazione dei rivestimenti, indi ricorda le note difficoltà relative alle previsioni delle spinte esercitate dalla roccia.

In relazione a queste gli AA. sottolineano l'importanza delle preliminari e successive determinazioni dirette in sito delle caratteristiche meccaniche della roccia e dello stato di sollecitazione dell'ammasso, determinazioni eseguibili a mezzo di cunicoli sperimentali di piccolo diametro.

Le pressioni esercitate dalla roccia e il conseguente stato di sollecitazione del rivestimento possono essere invece indagati con misure estensimetriche sul rivestimento stesso. Meno conclusiva sarebbe, secondo gli AA., la misura diretta delle pressioni al contorno dell'anello di rivestimento a ragione della loro distribuzione irregolare.

I rilevamenti dello stato di sollecitazione del rivestimento si basano su misure estensimetriche eseguite lungo l'estradosso mediante estensimetri rimovibili lunghi 50 ÷ 70 cm. Basi con due sedi a diversa distanza dall'estradosso consentono il rilevamento sia degli accorciamenti che delle rotazioni fra le sezioni di infissione, dalle cui misure si può risalire ai valori degli sforzi normali e dei momenti flettenti. Naturalmente tale trasformazione delle deformazioni in sforzi presenta ampie difficoltà per le svariate influenze sulle prime indipendenti dai secondi: ritiro del calcestruzzo, deformazioni plastiche e viscose non traducibili in sforzi, variazioni di temperatura, distribuzioni non lineari nello spessore delle deformazioni e degli sforzi.

Comunque, gli accennati rilevamenti consentono di trarre elementi di previsione sulle condizioni della struttura in rapporto ai limiti di sicurezza se si adottano circa la rottura criteri di limiti di deformazione anzichè di sollecitazione.

La tecnica dei tagli, con cui si liberano le tensioni di una porzione di rivestimento sotto osservazione estensimetrica, consente di conoscere l'entità delle azioni normali e flettenti in ogni momento, indipendentemente da rilevamenti precedenti.

Sono riferiti brevemente i risultati di un controllo effettuato nella galleria del Gran S. Bernardo applicando quest'ultimo sistema. Gli AA., dai dati in possesso, rilevano un distinto comportamento delle rocce isotrope dalle scistose: in queste allorchè i piani di giacitura sono inclinati all'orizzonte, le spinte si manifestano prevalentemente con azioni flettenti sul rivestimento, riconducibili a sistemi di carichi concentrati.

Viene infine richiamata l'utilità delle prove preliminari su modello con cui può prevedersi il comportamento della roccia sia in fase di scavo che successivamente dopo il rivestimento.

È da rallegrarsi per i nuovi temi affrontati dalla tecnica delle misure in sito e da quella modellistica,

([3]) Vedi elenco che segue il testo.

ed è da augurarsi che superate rapidamente le difficoltà derivanti dalla varietà e complessità sia delle situazioni che dei comportamenti delle rocce, possano essere forniti ai tecnici risultati e indirizzi di carattere generale.

Gli ingg. GILIBERTI e SILVESTRI richiamano che la galleria dell'impianto idroelettrico dell'Agri 1° salto, di m 3,35 di diametro interno e lunga 13,5 km circa, attraversa per 7,5 km circa un complesso pliocenico di conglomerati e sabbie più o meno argillose in parte asciutte e in parte sede di circolazioni idriche più o meno abbondanti. Di questa formazione era dubbia la capacità di assorbimento dei carichi indotti dalla pressione interna massima di esercizio della galleria di circa 10 atmosfere.

Fu eseguito un tronco sperimentale con rivestimenti armati di vari tipi, che già a pressioni inferiori a quelle di esercizio ebbero lesioni.

Per questo si ritenne di adottare un rivestimento del tipo precompresso in opera secondo il procedimento KIESER; esso prevede, come è noto, due anelli di rivestimento concentrici separati da uno spazio anulare; iniettando successivamente questo, a conveniente pressione, si mobilita la resistenza della roccia retrostante, si consolida l'anello esterno e si precomprime l'anello interno fino ad annullare o limitare le successive trazioni indotte dalla pressione interna.

L'anello esterno venne realizzato di calcestruzzo semplice con spessore variabile a seconda della natura del terreno; armature in esso vennero inserite solo sporadicamente; dietro l'anello vennero eseguite fitte iniezioni di intasamento a bassa pressione. L'anello interno, a differenza del sistema originale Kieser che ne prevede la formazione con blocchetti prefabbricati muniti all'estradosso di sporgenze per costituire la camera di iniezione, venne realizzato con calcestruzzo gettato in opera di 25 cm di spessore, leggermente armato e la camera di iniezione fu ottenuta interponendo fra estradosso dell'anello esterno e getto dell'anello interno delle lamiere bugnate. L'anello interno era interrotto ogni 10 m da opportuni giunti per l'indipendenza nelle operazioni di precompressione.

Questa venne eseguita iniettando attraverso spezzoni di tubo annegati nel getto, dapprima della malta di cemento, a bassa pressione, allo scopo di riempire la camera anulare, indi boiacca di cemento a 15 atm. di pressione.

È stato ritenuto utile eseguire accurati controlli del funzionamento statico dell'opera.

In un tronco di 10 m di lunghezza vennero quindi istallati vari estensimetri elettroacustici disposti lungo la circonferenza media dell'anello interno nonchè in prossimità delle armature; inoltre vari flessimetri sono stati disposti diametralmente in più sezioni e longitudinalmente per l'intera lunghezza del tronco e nonchè fra anello di prova e anello di giunto (vedi figg. 3-4-5 della memoria).

Parallelamente si provvide a determinare le caratteristiche meccaniche dei calcestruzzi: sollecitazioni di rottura a compressione e a trazione, modulo elastico a compressione e coefficiente di Poisson.

Le osservazioni in sito furono iniziate intorno alla metà di gennaio 1934; la precompressione fu eseguita il 9 aprile, la galleria è entrata in carico intorno a metà luglio ed è stata mantenuta successivamente in esercizio salvo brevi interruzioni per ispezioni, a carichi ridotti per incompleto invaso del serbatoio. La memoria riporta i diagrammi dei risultati delle misure fino al dicembre 1964.

Gli Autori sintetizzano tali risultati come segue.

Nel periodo fra getto e precompressione (80 giorni) l'anello interno si è ritirato liberamente con accorciamenti tangenziali simmetrici rispetto al diametro verticale, ma non uniformi: lungo la circonferenza si notano infatti valori decisamente minori nell'arco rovescio (vedi fig. 16 della memoria), probabilmente per stagionatura avvenuta in presenza di acqua. L'accorciamento medio risulta del 0,2 per mille equivalente ad una variazione di temperatura intorno a 20°.

Gli accorciamenti tangenziali dell'anello interno indotti dalla precompressione sono risultati abbastanza uniformi tra sezione e sezione; nelle singole sezioni si notano invece disuniformità (vedi fig. 17 della memoria) caratterizzate da accentuazione di accorciamenti in corrispondenza della base dei piedritti. Gli AA. riterrebbero tale circostanza derivante dalla disuniforme distribuzione della spinta della roccia; sarebbe peraltro da esaminare se non avesse a ciò concorso l'esecuzione del getto in tempi distinti, dell'arco rovescio e dei piedritti e calotta.

L'accorciamento unitario medio di precompressione è risultato 0,22 per mille cui corrisponde, in base al modulo elastico rilevato, la sollecitazione di compressione media dell'anello di 55 kg/cm² equivalente a sua volta tenuto conto dell'armatura ad una pressione normale sull'estradosso, di 7,4 kg/cm² pari a metà di quella effettiva di precompressione.

Nei successivi 90 giorni, tra la precompressione e la messa in carico, non si è manifestata alcuna caduta dello stato di coazione dell'anello.

Durante la prima messa in carico, fino a 3,7 atm. di pressione l'allungamento unitario medio riscontrato nell'anello fu 0,04 per mille equivalente ad una trazione di 10 kg/cm², a sua volta pari ad un assorbimento di parte dell'anello di 1,88 kg/cm² della pressione interna e ad una reattività della roccia secondo un modulo di circa 57.000 kg/cm².

Il comportamento della struttura è risultato dapprincipio pienamente elastico. Successivamente si sono manifestati generali aumenti progressivi degli allungamenti che gli AA. ritengono di poter, almeno provvisoriamente, attribuire a deformazioni di carattere plastico ovvero a rigonfiamento per imbibizione del calcestruzzo dell'anello interno. Sembra peraltro che il fenomeno abbia carattere stagionale.

È da rallegrarsi per l'attenzione che l'Ente costruttore ha dedicato al controllo del non comune tipo di rivestimento e della cura con cui gli AA. della memoria hanno rilevato, ordinato ed analizzato i dati. Ci auguriamo che essi forniscano successivamente i risultati delle misure sotto carico totale e i chiarimenti sul fenomeno anormale da ultimo ricordato.

Gli Ingg. Dario MARTINELLI e Paolo MINGHETTI, ritengono opportuno in generale munire le gallerie, appena eseguito lo scavo, di un rivestimento di elevata rigidità al fine di evitare il progresso fra scavo e rivestimento dell'allentamento della roccia, il quale

tende ad aumentare i carichi sul rivestimento. Relativamente al caso descritto nella memoria sembra che la opportunità di tale provvedimento dovesse provenire, non solo dai fatti generali geomeccanici predetti, ma anche dalla natura particolare della roccia, costituita di banchi calcarei di spessore generalmente da pochi centimetri a qualche decimetro ridotti allo stato di breccia, alternati nel rapporto di circa 3 a 1 con straterelli di marna molto compressibili, con spiccata tendenza alla plastificazione specie a contatto con gli agenti atmosferici; nel complesso si avevano quindi caratteri di argilliti a tessitura variabile e con presenza di acqua che accentuava la plastificazione ed il degradamento.

Il procedimento del calcestruzzo spruzzato, quando impiegato come normalmente con piccoli spessori, non contrappone sufficiente rigidità alle pressioni di allentamento della roccia.

Nelle gallerie della Apparizione e di Colle Pianetti della autostrada Genova-Sestri ad un previsto normale rivestimento di calcestruzzo dello spessore in chiave di 90 cm si è sostituito un prerivestimento di 27 cm di calcestruzzo spruzzato armato ed un rivestimento normale successivo di 28 cm di spessore.

L'armatura del prerivestimento è costituita da centine metalliche reticolari a sezione triangolare, da nervature di ripartizione e rete di primo supporto.

Tale prerivestimento ha permesso l'avanzamento a piena sezione.

L'esecuzione di esso seguiva subito l'estrazione del marino di ogni volata ed era contemporaneo alla perforazione per la volata successiva.

La superficie da rivestire di volta in volta risultava di circa 35 m^2 su una lunghezza di m 1,70 ed il relativo volume di calcestruzzo, compresi sfridi, di 19 m^3; la esecuzione completa, compreso collocamento della rete e delle centine, era contenuta nel tempo di tre ore e mezza.

Il calcestruzzo era costituito da inerti fino a 20 mm di diametro, cemento tipo 680 nella dose di 5 quintali per m^3 ed accelerante nella misura del 5,6 % quantità che veniva aumentata in presenza di stillicidi. Il calcestruzzo nel tempo di getto in opera raggiungeva resistenze di 30 kg/cm^2 e dopo 12 ore di 100 kg/cm^2.

Il Prof. Fumagalli si occupa anche esso di statica degli ammassi rocciosi in rapporto ad una particolare situazione della fondazione della diga del Pertusillo.

La sottofondazione di questa è costituita da una formazione praticamente indefinita di grès marnoso-argilloso-arenaceo inglobante brecciame di differenti dimensioni; la formazione pende in direzione trasversale alla stretta con angolo di circa 15°. Ad essa sono sovrapposti conglomerati ed arenarie stratificate su cui è incisa la stretta, rispetto al fondo della quale l'accennata formazione trovasi a 20 m di profondità.

Sorti dubbi sulle capacità portanti di tale sottofondo, derivanti dalla sua limitatissima resistenza nella prova di compressione libera, dell'ordine di 2-3 kg/cm^2, è stata eseguita un'ampia serie di prove mirante a più dettagliati accertamenti delle proprietà meccaniche di esso. In laboratorio sono state eseguite prove triassiali, su provini cilindrici, diametro 350 mm altezza 525 mm, ricavati da grossi blocchi, con pressioni laterali fino a 8 kg/cm^2, dalle quali risulta coesione di circa 1 kg/cm^2 e angolo d'attrito 24°. In sito vennero eseguite prove di decompressione per valutare lo stato di coazione; furono isolati sulle pareti di un cunicolo, mediante tagli perimetrali, dei cilindri di 60 ÷ 70 cm di diametro e pari lunghezza e furono misurate in superficie le deformazioni radiali di decompressione, le quali risultarono elevatissime, dell'ordine di 5 ÷ 7 per mille. Non fu possibile successivamente ridurre tali deformazioni applicando sul perimetro dei cilindri isolati pressioni fino a 2 ÷ 3 kg/cm^2. Pressioni maggiori diedero rotture plastiche senza compressione.

Il peso specifico apparente del materiale in sito risultava più elevato di quello del materiale estratto indisturbato per circa il 10 %. Alcuni campioni prelevati furono compressi idrostaticamente fino a 500 kg/cm^2; dalle correlative osservazioni delle variazioni di volume si concluse che il peso specifico in sito non sarebbe stato riottenuto neppure con pressioni estremamente più elevate.

Le prove geosismiche fornirono un valore del modulo elastico di 500.000 kg/cm^2, quelle in cunicolo sperimentale in pressione idrostatica, invece, di 10 ÷ 12.000 kg/cm^2. Tutto ciò indicava un'enorme differenza fra lo stato di costipamento in sito e quello in libera espansione.

Esposti questi dati e concluso che il materiale aveva raggiunto in sito per effetto di pressioni e di tempo di ordine di grandezza geologica, non riproducibili in laboratorio, un elevatissimo grado di costipazione, l'Autore svolge un esame dei processi meccanici con i quali i materiali inizialmente sciolti passano, per processi naturali lenti, agli stati compatti.

Trattasi di una teoria di notevole interesse che lascio alla cura dell'Autore di esporre.

La memoria accenna poi che dalla teoria e dai dati sperimentali si è potuto dedurre che il banco di roccia di sottofondo della stretta del Pertusillo possiede una coesione fittizia dell'ordine di 40 kg/cm^2. Vengono quindi riassunte le caratteristiche del modello che, riprodotte in similitudine le qualità meccaniche e le condizioni statiche delle masse rocciose interessate, ha consentito la verifica globale delle condizioni di sicurezza dell'insieme.

Le nozioni intorno agli equilibri dei grandi ammassi rocciosi e le conseguenze sulle opere a questi connesse, estratte un certo momento dalla residenza che sembrava la più naturale, la Geologia tecnica, sono state riunite sotto una nuova disciplina cui è stato dato il titolo di Meccanica delle rocce.

Come in tutte le migrazioni del genere, specie se non interamente naturali, la materia, ancora greggia, formata di semplici osservazioni e pratica empirica, incontra delle difficoltà nel sistemarsi in razionale scienza.

Accade spesso di rilevare che quando l'acqua è uno degli agenti meccanici nell'equilibrio le difficoltà di impostazione del problema statico e le relative deduzioni sembrano accentuate e talvolta non risultano corrette.

I professori Lotti e Pandolfi assai meritoriamente si sono quindi proposti nella memoria presentata

a questo Convegno, di ordinare criteri e concetti riguardanti le azioni di ordine statico che l'acqua può esercitare sugli ammassi rocciosi e di illustrarli con esempi. Trattasi di una dettagliata analisi che ha tutte le caratteristiche per raggiungere lo scopo chiarificatore che la impronta.

Gli A.A. ritengono che alcune imprecisioni che capita di rilevare relativamente alle azioni dell'acqua che in quiete o in moto interessa gli ammassi rocciosi, potrebbero essere originate da diversità di linguaggio e da diversità degli schemi di riferimento; pertanto essi iniziano la memoria con precisazioni in ordine alle strutture degli ammassi rocciosi ed ai loro movimenti, per passare poi ad individuare e definire le forze concorrenti all'equilibrio. Fra queste sta quell'azione dell'acqua che gli AA. si soffermano a precisare.

Ricordato che l'acqua può essere contenuta sia nei pori della roccia che nei giunti che dividono l'ammasso in blocchi, vengono esaminate le azioni dell'una e dell'altra, riassumentesi in forze di massa equivalenti al peso dell'acqua contenuta nei pori ed in pressioni normali e tangenziali sulle superfici limiti dei blocchi; potendosi conglobare le prime nel peso del blocco, restano da considerare solo le seconde. Queste ultime possono essere determinate dopo precisati i caratteri del moto dell'acqua entro i giunti. Se l'acqua risulta in quiete si esercitano sulle pareti del blocco le normali pressioni idrostatiche, la cui risultante è la nota spinta di galleggiamento; la memoria ne trae le conseguenze, esplicate anche attraverso esempi, in ordine alla influenza sulla stabilità degli ammassi sia relativamente alla stabilità naturale affidata al solo attrito, sia a quella affidata anche a resistenze non proporzionali alle forze normali sulle superfici di scorrimento, quali i sussidi statici offerti da muri di sostegno, da bullonature e dalla coesione; lo studio si estende da superfici di scorrimento piano a quelle circolari.

Passati a considerare la situazione di acqua in movimento entro i giunti, gli AA. sottolineano la necessità di conoscere le caratteristiche del moto, riassumentesi nelle distribuzioni delle quote piezometriche; richiamano poi, sulla scorta di noti principi idraulici, la espressione delle azioni specifiche tangenziali alle pareti, azioni che per il blocco sono di trascinamento, per poi passare a determinarne la risultante: questa ricerca è assai semplice se la superficie isopiezica è piana ed è facile la riduzione delle azioni a forze unitarie di volume.

Le esemplificazioni permettono una migliore comprensione dei pur semplici concetti in gioco. Viene infine rapidamente accennato al caso più complesso di moto vario.

Il tempo non mi consente di soffermarmi di più su questa memoria che unisce il pregio della chiarezza con quello della grande utilità. Mi limiterò pertanto a riferire le conclusioni degli AA.

In regime idrostatico — per ammasso totalmente o parzialmente immerso — l'equilibrio su una potenziale superficie di scorrimento piana non viene modificato dall'azione dell'acqua, nel senso che è sempre esprimibile dalla condizione che l'angolo all'orizzonte della superficie di slittamento sia minore (al limite uguale) all'angolo d'attrito.

Quando l'equilibrio è assicurato, in concorso con l'attrito, da altri vincoli (coesione, vincoli artificiali) la parte di carico assorbita dai vincoli medesimi potrà variare in presenza dell'acqua.

Se la potenziale superficie di scorrimento è curva occorre distinguere i due casi di ammasso totalmente o parzialmente immerso; nel primo caso (ammasso totalmente immerso) le condizioni di equilibrio sono uguali a quelle in assenza di acqua, mentre nel secondo caso (ammasso parzialmente immerso) le condizioni di equilibrio peggiorano. Esisterà un livello di acqua, minore dell'altezza della scarpata, in corrispondenza del quale il fattore di sicurezza risulta minimo.

In condizioni non idrostatiche è anzitutto da osservare che la forza cosiddetta di trascinamento dovuta al moto dell'acqua entro un giunto è nella generalità dei casi trascurabile per l'equilibrio dell'ammasso.

Per quanto si riferisce alla risultante delle azioni dell'acqua i procedimenti divengono laboriosi ed è comunque indispensabile conoscere la superficie di saturazione. Si possono però esaminare alcuni casi semplificati relativi a condizioni di moto permanente.

Nella ipotesi che il moto dell'acqua sia piano ed abbia linee di flusso poco inclinate sulla orizzontale e quindi superfici isopieziche prossime a piani verticali, per quanto attiene alle forze verticali (pesi e reazioni) nessuna variazione si ha rispetto al caso del regime idrostatico; mentre è da prendersi in conto la forza orizzontale R_o nel senso del moto (giova osservare che la R_o è modesta in relazione alle limitate pendenze piezometriche).

Nella ipotesi di potenziale superficie di scorrimento piana, per moto dell'acqua piano con velocità pressochè parallela alle rette di massimo pendio della superficie di scorrimento e quindi con le superfici isopieziche normali alla superficie di scorrimento, si può ugualmente esprimere in maniera sintetica la risultante dell'azione dell'acqua. E si conclude che la presenza dell'acqua in moto attraverso l'ammasso provoca un peggioramento delle condizioni di equilibrio.

In caso di moto non permanente il problema idraulico è in genere affrontabile solo per via teorica ed è indubbiamente più complesso dovendosi tenere conto in modo esatto delle caratteristiche dell'ammasso (permeabilità; volume dei vuoti; ampiezza, orientamento e scabrezza dei giunti; eventuali riempimenti con materiale di frizione ecc.) nonchè della legge di variazione nel tempo delle condizioni idrauliche al contorno. Le schematizzazioni che talvolta si assumono e cioè il considerare la variazione istantanea o, all'opposto, quella infinitamente lenta, sono ambedue fuori della realtà e conducono a risultati generalmente non accettabili.

Di opere interessate da roccie sciolte si occupano le rimanenti due memorie.

L'ing. Roberto Alessi riferisce sulle apparecchiature disposte su alcuni elementi del muro di sponda del canale di Porto Corsini, eseguito con palancole prefabbricate di calcestruzzo armato e con getti con il sistema bentonitico.

Il problema delle spinte della terra su strutture flessibili, infisse e ancorate quali le palancole è uno di quelli che per teorie e per esperimenti su modelli ha avuto tanto posto nella attività di ricerca geotecnica degli anni recenti fino a creare un senso di disagio nel progettista che deve scegliere la buona strada tra le une e gli altri; chiarificazioni e controlli appaiono pertanto necessari.

Sui caratteri del problema credo non dovermi soffermare dopo i precedenti richiami generali intorno alla spinta delle terre.

La sperimentazione in sito intrapresa dall'ing. Alessi appare altamente meritoria specie se dopo il compimento esso vorrà raffrontarne i risultati con le migliori impostazioni teoriche.

Le esperienze vengono condotte su due tipi di sostegno. Uno è costituito da palancole con sezione a doppio T, di calcestruzzo armato, prefabbricate, lunghe complessivamente 18 metri, collegate in testa da una robusta trave e vincolate con tiranti a piastre disposte a circa 20 metri dal fronte del muro. L'altro tipo è costituito di getto in opera col sistema bentonitico, irriggidito da impalcato dotato di tiranti e piastre di ancoraggio e appoggiato sulla paratia stessa e su una serie di pali.

Le misure in sito riguardano gli spostamenti della palancole, le dilatazioni del tirante d'acciaio e del calcestruzzo ai lembi delle paratie. Tali specie di dati consentono di stabilire i valori delle tensioni e dei momenti lungo la struttura ed infine i valori delle pressioni.

La determinazione delle tensioni ha presentato delle difficoltà dovendosi impiegare apparecchiature delicate, della specie da laboratorio quali gli estensimetri a variazione di resistenza, in ambiente saturo di umidità e con la necessità della loro predisposizione all'atto del getto nonchè con quella della compensazione termica e della stabilità dello zero nel lungo periodo sperimentale.

Dopo vari tentativi, gli strain-gauges, di sensibilità di 1×10^{-5}, sono stati incollati a caldo e protetti opportunamente dalla umidità, in coppie ortogonali (di cui uno degli elementi con ufficio di compensazione termica), su spezzoni di tubi d'acciaio.

Sei elementi del genere, distanziati da tubi di acciaio, annegati nel getto, hanno costituito colonne di misura disposte in sostituzione di ferri verticali di armatura della struttura; con essi è possibile rilevare a sei quote diverse le dilatazioni del calcestruzzo.

Il dispositivo fu precedentemente sperimentato in laboratorio su travi col controllo di estensimetri esterni direttamente applicati sul calcestruzzo. Le celle estensimetriche furono inoltre verificate per oltre un mese nei riguardi della stabilità dello zero.

Per passare dalle dilatazioni alle tensioni sono stati prelevati dal getto dei campioni di calcestruzzo che maturati in condizioni analoghe a quelle delle palancole, sono stati sottoposti, mediante presse, a regimi di dilatazione analoghi a quelli che si riscontravano via via nelle palancole in opera. Le pressioni necessarie ad ottenere le varie dilatazioni fornivano l'elemento base per la trasformazione in tensioni delle dilatazioni osservate in sito.

Sui tiranti furono disposte, saldate, basi deformometriche contenute in pozzetti. Spezzoni di ferro liberi uguali a quelli del tirante, disposti negli stessi pozzetti e analogamente controllati, fornivano la correzione termica.

Gli spostamenti orizzontali e verticali della sommità della palancole sono stati determinati per collimazione. Sono stati rilevati gli effetti delle azioni dinamiche sui tiranti mediante estensimetri a variazione di induttanza sensibili a dilatazioni di 1×10^{-6} e collegati ad apparecchio di misura e registrazione.

Le misure eseguite riguardano un anno di servizio dell'opera dopo il termine del dragaggio del canale. La memoria riferisce le caratteristiche geotecniche del terreno e riproduce i diagrammi dei dati rilevati; fornisce infine i risultati delle elaborazioni in forma di diagrammi, riferentesi a due tempi, dei momenti flettenti e delle pressioni.

Le conclusioni preliminari tratte dall'A. sono varie e lascio a lui stesso la cura d'illustrarle; di particolare interesse appare il confronto fra i risultati ottenuti in sito e quelli delle classiche ricerche su modelli. Di massima, cioè pur con attenuazione, risulta confermato l'andamento delle pressioni del terreno rilevato in questi. Non qualificherei però, come accenna l'A., anomalie, gli scarti rilevati delle pressioni rispetto alla legge lineare, la quale, in situazioni del genere sarebbe essa invece la anomalia. L'A. annuncia la prossima pubblicazione di ulteriori risultati che saranno accolti con grande interesse.

Scorrendo i trattati di Geotecnica e i rapporti ai Congressi e non trovando cenno sul problema delle tubazioni interrate si ha la sensazione che esso sia o pienamente risolto o di scarsa importanza.

Ci toglie da questa illusione l'ing. Ugo Ravaglioli che nella memoria presentata passa in rassegna e raccoglie i dati delle varie ricerche teoriche e sperimentali che si sono succedute nel tempo, in merito alle pressioni attive e passive che il terreno apporta alle tubazioni. Svolge poi una serie di considerazioni critiche sui metodi seguiti nelle ricerche e sui fattori che influiscono sull'entità e le distribuzioni delle pressioni, per concludere con un indirizzo circa i criteri da adottare nelle previsioni progettuali delle pressioni predette.

Trattasi di una memoria altamente lodevole che pone in luce negli aspetti critici e in forma conclusiva le indagini varie, susseguitesi intorno al problema, tecnicamente tutt'altro che trascurabile se si considera l'influenza che hanno le pressioni del terreno sulla statica delle tubazioni di grande diametro e per basse pressioni interne.

Le prime esperienze che riguardano l'argomento, risalienti al 1913 e condotte dal Curral consistevano nel rilevare con bilancia a molle le pressioni sopportate da piastre interrate; trattasi di determinazioni approssimative perchè i risultati erano influenzati dagli spostamenti del piatto caricato, per la deformazione delle molle; comunque esse rivelarono che la frazione del peso sovraincombente che si trasformava in pressioni sul piatto decresceva col crescere dell'altezza del rinterro e tendeva verso un valore limite.

Le esperienze fondamentali sono però quelle del Marston iniziate nel 1910 e proseguite per molti anni.

Questi, come già il Curral, stabilisce anzitutto una

prova di laboratorio di riferimento per rilevare i rapporti fra rottura del tubo con carichi concentrati e con carichi distribuiti a mezzo di cuscini di sabbia.

Fu poi largamente indagata l'influenza delle caratteristiche dell'appoggio, ridotta in termini di rapporti dei carichi di rottura del tubo rispetto alla prova campione.

Col sistema della pesatura furono d'altra parte rilevati i carichi totali verticali trasmessi alla tubazione dal rinterro; fu osservato fra l'altro l'influenza del costipamento naturale progressivo del terreno, della umidità e della forma della sezione della trincea. Una impostazione teorica del fenomeno e i risultati sperimentali furono inquadrati in formule.

Altri risultati interessanti sono stati ottenuti dalle ricerche sperimentali svolte nella Università della Carolina del Nord e dal Comitato degli Ingegneri Ferroviari Americani. Di particolare interesse la constatazione della influenza della rigidezza del tubo, della altezza di allettamento, del tempo e di fattori stagionali. Sono stati rilevati inoltre le variazioni da punto a punto nonchè con la flessibilità del tubo del rapporto fra valore locale della pressione sul tubo e pressione teorica idrostatica.

L'A. della memoria richiama poi i contributi teorici del LAZARD che peraltro risultano di scarsa utilità pratica per la difficoltà di assegnare attendibili valori ai coefficienti implicati.

La teoria di ENYEDI BELA appare infirmata da eccessive semplificazioni delle posizioni di partenza, relativamente alle quali appare più vicino alla realtà quella precedente di STOLZEMBURG.

L'argomento è stato notevolmente approfondito in via teorica dal VOELMY: fondamentale è la distinzione dei diversi effetti statici basata sul rapporto tra deformabilità del tubo e deformabilità del terreno. Il citato Autore sviluppa fra l'altro particolarmente il tema della trasmissione del carico proprio del corpo di rinterro contenuto in trincea, per concludere con espressioni analitiche circa le pressioni che vengono a gravare sul tubo, sia nel caso di tubo in trincea di deformabilità uguale a quella della terra, sia nel caso di tubo relativamente rigido sotto rinterro indefinito.

DE SAEDELEER ha particolarmente contribuito alla questione della influenza della deformabilità del tubo riconoscendo che essa determina pressioni laterali passive che stabilizzano la tubazione.

L'A. della nostra memoria riassume criticamente i metodi sperimentali usati; passa poi a rilevare la diversa influenza dei vari fattori che intervengono nel fenomeno, riassunti in: fattori dipendenti dal tubo, fondamentalmente il grado di flessibilità che può dar luogo a distribuzioni diverse delle pressioni per maggiori o minori mobilitazioni del sostegno laterale del rinterro e per diverso grado di impegno delle spinte laterali passive; fattori dipendenti dal tipo di posa, i cui termini estremi sono costituiti dalla trincea rettangolare stretta e dal rinterro indefinito, essendo la prima condizione più favorevole agli effetti dei carichi agenti sul tubo; fattori dipendenti dal tipo di terreno di rinterro, circa i quali si possiedono pochi risultati; fattori dipendenti dalle caratteristiche dell'appoggio, che possono alterare notevolmente la distribuzione delle pressioni, peraltro anche con forte influenza della flessibilità del tubo; fattori dipendenti dal costipamento, dal tempo e dalle condizioni atmosferiche, di cui peraltro mancano dati e vaghe sono le notizie pur essendo citati da molti Autori.

L'Autore dà una conclusione alla sua analisi fornendo indirizzi di carattere pratico per utilizzare nelle condizioni di migliore applicabilità i risultati teorici e sperimentali raccolti. Trattasi di conclusioni assai utili che riferisco qui di seguito.

Un indirizzo di carattere pratico per la determinazione delle sollecitazioni indotte in una tubazione dalla pressione delle terre e dalle reazioni di appoggio potrà avere per base la opportuna scelta, a seconda delle diverse caratteristiche dei tubi e delle condizioni di posa, di quei criteri e metodi proposti che uniscono la maggior chiarezza teorica e il maggior controllo sperimentale ad una notevole semplicità ed immediatezza di impiego.

In una prima classe di tubi possono essere compresi tutti quelli (calcestruzzo armato o non armato, cemento-amianto, ghisa, ecc.) che per gli elevati rapporti tra spessore e diametro possono essere considerate indeformabili nei loro rapporti col terreno circostante.

Si possono distinguere due classi di rinterro: in trincea; trasversalmente indefinito (in pratica sotto rilevato).

Secondo il procedimento di norma adottato negli Stati Uniti, al calcolo della tubazione precede l'accertamento della influenza delle condizioni di posa delle quali viene tenuto conto a mezzo di un « fattore di carico » (*load factor*) determinato sperimentalmente e tabellato per le varie tubazioni della pratica; esso è dato dal rapporto tra il carico di fessurazione del tubo caricato lungo un arco superiore di 90° a mezzo di una scatola di sabbia e posato inferiormente con le modalità da esaminare ed il carico di fessurazione della prova « *three point bearing* ».

Utilizzando i risultati delle esperienze di MARSTON opportunamente tabellati si può determinare quindi il carico verticale agente sulla tubazione e quindi, attraverso il fattore di carico, risalire alla tubazione in commercio che risponde ai requisiti richiesti.

Poichè in Italia la prova « *three point bearing* » non è di uso corrente nè le tubazioni sono soggette a quella rigorosa classificazione che negli U.S.A. permette di conoscere esattamente le caratteristiche dei vari tipi in commercio; poichè, infine, spesso per tubazioni di grande importanza è necessaria una progettazione specifica, l'A. ha ritenuto utile di convertire gli effetti delle diverse modalità di posa in diverse distribuzioni delle pressioni.

Calcolato il massimo momento flettente generato nella prova « *three point bearing* » dal carico unitario, questo è stato diviso per i vari fattori di carico ed è stata ricercata per tentativi la distribuzione delle pressioni che provoca lo stesso momento flettente massimo.

Per i tubi rigidi in trincea, per i quali è stato possibile svolgere l'operazione descritta, si potrà ricavare il carico totale verticale P agente nella tubazione dai risultati delle esperienze di MARSTON tabellati in molti manuali americani e le sollecitazioni potranno essere calcolate considerando la tubazione

caricata superiormente lungo un arco di 90° dalla pressione verticale uniforme

$$p_v = \frac{P}{D \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}}$$

ed inferiormente dalla pressione q

$$q = \frac{P + G}{\eta R}$$

ove G rappresenta il peso del tubo e dell'acqua in esso contenuta. I valori di η e le direzioni di q sono qui appresso elencati per le varie situazioni di appoggio. Appoggio su sella in calcestruzzo continua, avvolgente la tubazione per angolo variabile da 120° a 180°: $\eta = 2$ e direzione di q radiale agente su tutto il semitubo inferiore; appoggio in sabbia avvolgente la tubazione per un angolo di circa 90°: $\eta = 2$ e direzione di q verticale, agente su un arco di 90°; appoggio diretto sul terreno in posto sagomato a culla avvolgente la tubazione per un angolo di 40 ÷ 50°: $\eta = 0{,}7$ e direzione di q verticale, agente su un arco di 40°.

Per i tubi rigidi sotto rinterro indefinito, l'introduzione di numerose altre variabili nella teoria di MARSTON non consente una schematizzazione analoga a quella che è stata fatta per i tubi rigidi in trincea.

In via approssimata, per una tubazione sotto un alto spessore di rinterro, per cui sia trascurabile il peso proprio e quello dell'acqua contenuta, posto

$$p'_2 = K \gamma_t H, \quad p_1 = \gamma_t \left(H + \frac{D}{2}\right) \frac{1 - \operatorname{sen} \varphi}{1 + \operatorname{sen} \varphi}$$

con K uguale mediamente a 1,5, la distribuzione delle pressioni normali sulla tubazione potrà essere assunta secondo la

$$p_r = \frac{1}{2}(p'_2 + p_1) + \frac{1}{2}(p'_2 - p_1) \cos 2\alpha$$

per $0° < \alpha < \frac{\pi}{2}$

e

$$p_r \simeq -p' \cos 2\alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha \qquad \text{per } \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3}{2}\pi$$

e la reazione di appoggio verticale

$$q = p'_2 \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha_o}$$

dove α_o è la semiapertura dell'angolo di appoggio.

Nel caso invece di piccola profondità di rinterro rispetto al diametro del tubo potranno essere adottate le espressioni seguenti (origine delle α nella sezione inferiore del tubo):

componente radiale:

$$p_r = \gamma_t \left(H_o + \frac{D}{2} \cos \alpha\right) \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi \cdot \cos 2\alpha}{1 + \operatorname{sen} \varphi},$$

componente tangenziale:

$$p_t = \gamma_t \left(H_o + \frac{D}{2} \cos \alpha\right) \frac{\operatorname{sen} \varphi \cdot \operatorname{sen} 2\alpha}{1 + \operatorname{sen} \varphi}$$

entrambe per $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

$$p'_r = p_r \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi}\right)^2, \quad p'_t = 0$$

entrambe per $\varphi < < \frac{\pi}{2}$,

e per la reazione di appoggio verticale

$$q = \frac{P + G}{D \operatorname{sen} \varphi_o}.$$

Possono essere classificati come flessibili i tubi (di acciaio, di materie plastiche) che, per i bassi rapporti tra spessore e diametro, subiscono, sottocarico, delle deformazioni non trascurabili rispetto a quelle del terreno circostante.

Per i tubi flessibili in trincea MARSTON fornisce ancora l'espressione del carico totale verticale

$$P = K \gamma_t D B,$$

ove D è il diametro esterno della tubazione e B è la larghezza della trincea.

Per il calcolo delle sollecitazioni si potrà riferirsi alla teoria di DE SAEDELEER considerando il tubo caricato su quattro archi di 90° ortogonali fra loro con le pressioni verticale

$$p_v = \frac{P}{D \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}}$$

e orizzontale

$$p_o = \frac{k}{2} \cdot \frac{a f_o}{\frac{k}{2} + a}$$

con il seguente significato dei simboli:

costante del tubo $a = \dfrac{EI}{0{,}157 R^4}$,

$$f_o = \frac{0{,}146 p_v R^4}{EI},$$

k, coefficiente di reazione del terreno $[F L^{-3}]$.

Per i tubi flessibili sotto rinterro trasversalmente indefinito e per piccole profondità di rinterro, non superiori al diametro della tubazione, potranno ancora essere applicate le espressioni del caso di tubi rigidi già riferite.

Per forti profondità di rinterro si può ritenere, ove non siano notevolmente diversi terreno di posa e terreno di riporto, che la distribuzione delle pressioni sia pressochè uniforme.

Ritengo il mio compito così terminato.

Non una parola di più se non un ringraziamento per la vostra prova di benevola pazienza.

Elenco delle memorie presentate sul tema

[1] Oberti G., Goffi L. - *Sperimentazioni su rivestimenti di gallerie autostradali.*
[2] Giliberti A., Silvestri T. - *Misure di deformazione in una galleria forzata con rivestimento precompresso in opera.*
[3] Martinelli D., Minghetti P. - *Il calcestruzzo spruzzato armato quale mezzo esecutivo e rivestimento definitivo delle gallerie.*
[4] Fumagalli E. - *Equilibrio geomeccanico del bacino di sottofondazione alla diga del « Pertusillo ».*
[5] Lotti C., Pandolfi C. - *L'azione meccanica dell'acqua nell'equilibrio degli ammassi rocciosi.*
[6] Alessi R. - *Palancole con tiranti: indagini sperimentali su alcune opere esistenti.*
[7] Ravaglioli U. - *Le pressioni agenti intorno alle tubazioni interrate.*

Earth pressures on retaining structures and tunnels

Summary: General report on question indicated by the title at the VII[th] Meeting on Soil Mechanics - Trieste 1-2 June 1965.

After a few words on leading criteria for this General Report (part. I), the principles of the most known laws on flow and fracture of solids are summarised (part. II). Subsequently the evolution of the interpretation of the Coulomb law and its parameters is illustrated (part III) together with principles and results of the analysis of limit states of equilibrium particularly in connection with the linear case, Rankine equilibrium, (part IV).

Development of theories about earth pressure on retaining walls from XVII, XVIII to XIX century is summarised and results are compared and discussed (part V); finally the contributions from Terzaghi are synthetised and the problem is discussed under the more general principles of equilibrium at rest and limit equilibrium in the not linear case also (part VI).

In the last paragraph content and conclusions of papers submitted to the Meeting on this particular question are examined.

A bibliography on the subject is given.

Poussee des terres sur les structures de soutenements et sur les galeries

Sommaire: Rapport Général à la réunion de Trieste 1-2 juin 1965 sur la question indiquée dans le titre.

Après une introduction concernant les critères fondamentaux du Rapport (par. I) on rappelle les lois les plus connues sur la limite de plasticité et la rupture des solides (par. II), l'évolution de l'interpretation de la loi de Coulomb et de ses paramètres (par. III) et les principes et les résultats de l'analyse des états d'équilibre limite en particulier dans le cas linéaire, cas de Rankine (par. IV).

On résume, après, l'évolution des idées sur la poussées des terres contre les murs au XVII, XVIII et XIX siècle et les différentes solutions sont analysées (par. V); on rappelle les contributions de Terzaghi et on examine la question dans le cadre le plus général des états d'équilibre en repos et au limite, aussi dans le cas non linéaire (par. VI).

Au dernier paragraphe on expose les mémoires présentées à la réunion sur le sujet traité par le rapport.

Ample Bibliographie.

Bibliografia

a) Generale.

Tra i trattati generali che svolgono ampiamente l'argomento dell'equilibrio delle terre e delle spinte sui manufatti si ricordano in particolare:

[1] A. Caquot e J. Kerisel - *Traité de mécanique des sols* (3ª edizione) Parigi, 1956.
[2] Z. Davidien - *Poussés des terres et stabilité des murs de soutènement,* Parigi, 1963.
[3] A. R. Jumikis - *Soil Mechanics,* New York, 1962.
[4] D. W. Taylor - *Foundamentals of Soil Mechanics,* New York, 1948.
[5] K. Terzaghi - *Theoretical Soil Mechanics,* New York, 1946.
[6] G. P. Tschebotarioff - *Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures,* New York, 1951.
[7] G. P. Tschebotarioff - *Retaining Structures,* Cap. V del volume C. A. Leonards - *Foundation Engineering,* 1962.
[8a] J. Verdeyen - *Mécanique du sol et fondations,* Liegi.
[8b] J. Verdeyen e V. Roisin - *Stabilité des terres,* Liegi, 1955.
[9] W. C. Huntington - *Earth Pressures and Retaining Walls,* New York, 1957.

b) del paragrafo II.

Relativamente alle teorie della rottura si ricorda in particolare:

[10] A. L. Nadai - *Theory of Flow and Fracture of Solids,* New York, 1950.

c) del paragrafo III.

[11] A. Collin - *Recherches expérimentales sur les glissements spontanés des terrains argileux,* 1846.
[12] C. A. Coulomb - *Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture* Mém. Acad. Roy. prés. divers Savants, 1773.
[13] Y. F. Français - *Recherches sur la poussée des terres, sur la forme et les dimensions des murs de revêtement et sur les talus d'excavation,* Mémorial de l'officier du Génie n. 4, 1820.
[14] G. Crugnola - *Sulla spinta delle terre e delle masse liquide,* Torino, 1880.
[15] C. Ceradini - *Teoria della spinta delle terre (in litografia),* 1896.
[16] B. Tiedmann - *Ueber die Schubfestigkeit bindiger Böden,* Die Bautechnik, vol. 15, 1937.
[17] A. W. Bishop e A.K.G. Eldin - *The Effect of Stress History on the Relation between Φ and Porosity in Sand,* Proc. of the 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. I, Zurigo, 1953.
[18] P. Habib - *Influence de la variation de la contrainte principale moyenne sur la résistence au cisaillement des sols,* Proc. of the 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. I, Zurigo, 1953.
[19] M. R. Peltier - *Recherches expérimentales sur la courbe intrinsèque de rupture des sols pulvérulents,* Proc. of the 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. I, Londra, 1957.
[20] W. M. Kirkpatrik - *The Condition of Failure for Sands,* Proc. of the 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. I, Londra, 1957.
[21] N. M. Newmark - *Failure Hypotheses for Soils,* in Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, ASCE, giugno 1960.
[22] M. J. Hvorselev - *Physical Components on the Shear Strength of Saturated Clays,* in Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, ASCE, giugno 1960.
[23] R. M. Haythornthwaite - *Mechanics of the Triaxial Test for Soils,* Proc. A.S.C.E. vol. 86, No SM5, ottobre 1960.
[24] W. E. Schmid - *New Concepts of Shearing Strength for Saturated Clay Soils,* Sols Soils, n. 1 e 2, 1962.

d) del paragrafo IV.

[25] W. J. M. Rankine - *On the Stability of Loose Earth,* Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1856-57.
[26] M. Levy - *Essai sur une théorie rationelle de l'équilibre des terres fraîchement rémués et ses applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement.* Nota presentata all'Accademia delle Scienze in data 3 giugno 1867 e riprodotta il 21 giugno 1869.
[27] M. Levy - *Essai sur la poussée des terres,* Ann. Ponts et Chaussées, 1872.
[28] A. Considere - *Note sur la poussée des terres,* Ann. Ponts et Chaussées, 1870.
[29] J. Boussinesq - *Note sur la méthode de M. Maquorn Rankine pour le calcul des pressions exercées aux divers points d'un massif pesant que limite du côté supérieur une surface cylindrique à génératrices horizontales et qui est indéfinie de tous les autres côtés.* Ann. Ponts et Chaussées, 1874.
[30] J. Boussinesq - *Sur l'équilibre d'élasticité des massifs pulvérulents et sur la poussée des terres sans cohésion,*

Memoria presentata nel 1874 all'Accademia delle Scienze del Belgio.
[31] J. Boussinesq - *Intégration de l'équation différentielle qui peut donner une deuxième approximation, dans le calcul rationnel de la poussée exercée contre un mur par des terres dépourvues de cohésion,* C. R. Ac. des Sciences, volume LXX.
[32] J. Boussinesq - *Sur les lois de distribution plane des pression à l'intérieur des corps en équilibre limite,* C. R. Ac. des Sciences, vol. LXXVIII.
[33] J. Boussinesq - *Sur la détermination de l'épaisseur minimum que doit avoir un mur vertical d'une hauteur et d'une densité données pour contenir un massif terreux sans cohésion dont la surface supérieure est horizontale* - Ann. Ponts et Chaussées, 1883 e 1884.
[34] J. Boussinesq - *Poussée des terres,* Annales de l'Ecole Normale Supérieure, 1885.
[35] F. Kötter - *Ueber das Problem der Erddruckbestimmung,* Verhandl. Physik. Ges. Berlino, 1888.
[36] J. Resal - *La poussée des terres:* I - *Stabilité des murs de soutènement;* II - *Théorie des terres cohérentes,* Parigi, 1903 e 1910.
[37] A. Caquot - *Equilibre des massifs à frottement interne - Stabilité des terres pulvérulentes et cohérentes,* Parigi, 1934.
[38] A. Caquot - *Action sur un massif, limité à un plan, d'une charge distribuée sur une droite de cen plan* - Ann. Ponts et Chaussées, 1948.
[39] V. V. Sokolowsky - *Statics of soil media,* Londra 1960 (traduzione della seconda edizione in russo del 1954).
[40] V. V. Sokolowsky - *Some Problems of Soil Pressure,* Proc. of the 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. II, Londra, 1957.
[41] M. Absi - *Équilibre limite des massifs,* Ann. de l'Inst. Techn. du Bat. et des Trav. Pub., settembre 1962 (Memoria che ripresenta il problema generale degli stati di equilibrio limite e riassume i relativi sviluppi).

e) del paragrafo V.

C. A. Coulomb, vedi n. 12.
J. F. Français, vedi n. 13.
Per le notizie storiche relative ai secoli 17° e 18° vedi numeri 14, 53, 54 ai quali si rimanda anche per la bibliografia delle opere minori.
[42] P. Bullet - *Traité d'architecture pratique,* 1691.
[43] B. de F. Belidor - *La science des Ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile,* 1729.
[44] J. Rondelet - *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir,* 1802.
[45] G. Prony - *Recherches sur la poussée des terres,* 1802.
[46] L. M. H. Navier - *Résumé des leçons données à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des construction et des machines,* 1826 e 1833.
[47] V. Poncelet - *Mémoire sur la stabilité des revêtements et leurs fondation,* Mémorial de l'Officier du Génie n. 13, 1840.
[48] G. Rebhann - *Theorie des Erddruckes und der Futtermauern mit besonderer Rücksicht auf das Bauwesen,* Höhere Ingenieur, Wisserschaften, 1871.
[49] O. Mohr - *Beiträge zur Theorie des Erddruckes nebst einer Geschichte der Theorie des Erddruckes und der hierüber augstellten Versuche,* Zeitschrift des Architekten und Ingenieurvereins in Hannover, 1871.
[50] F. Engesser - *Geometrische Erddruckteorie,* Z. Bauwesen, vol. 30, 1880.
[51] F. Engesser - *Ueber den Erddruck innere Stützwände,* Deut. Bauzeitg., vol. 16 (1882).
[52] K. Culmann - *Die Graphische Statik,* 1886.
[53] M. Mayniel - *Traité experimental analytique et pratique de la poussée des terres et murs des revêtements,* 1808.
[54] J. Kerisel - *Hystorique de la Mécanique des sols en France jusqu'au XX siècle.* Ann. Ponts et Chaussées, 1958.

f) del paragrafo VI.

[55] K. Terzaghi - *Large Retaining Walls Test. Pressure of Dry Sand,* Eng. New Records, 1934.
[56] K. Terzaghi - *A Foundamental Fallacy in Earth Pressure Computations,* Journal of the Boston Society of Civ. Eng., Aprile 1936; ristampato in Contributions to Soil Mechanics 1925-1940, Boston, 1940.
[57] K. Terzaghi - *Distribution of the Lateral Pressure of Sand on the Timbering of Cuts,* Proc. Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. I, Cambridge, Mars, 1936.
[58] T. Kármán - *Ueber elastische Grenzzustände,* Proc. 2nd Int. Cong. App. Mech., Zurigo, 1929.
[59] J. Jáky - *Die Klassische Erddrucktheorie,* Verügyi Közlemenyek, Budapest, 1931.
[60] J. Ohde - *Zur Theorie des Erddruckes,* Die Bautchnik, 1938.
[61] K. Terzaghi - *General Wedge Theory of Earth Pressure,* Trans, ASCE, vol. 106, 1941.

g) Complementi (limitati alle teorie generali dell'equilibrio e a teorie ed esperienze sui muri di sostegno rigidi).

[62] H. Müller - Breslau - *Erddruck auf Stützmauern,* 1900.
[63] M. G. Spangler - *The Distribution of Normal Pressure on a Retaining Wall due to a Concentrated Surface Load,* Proc. Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Cambridge, Mars, 1936, vol. I.
[64] M. Petermann - *Relation Between Relative Density and Earth Pressure,* Proc. Int. Conf. Soil Mech. Found Eng., Cambridge, Mars, 1936, vol. II.
[65] J. Jáky - *Validity of Coulomb Law of Stability* - Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam, 1948, vol. I.
[66] H. Jansson, A. Wichert, A. Rinkert, *Earth Pressure against Retaining Walls.* Proc. 2nd Itn. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam 1948, vol. II.
[67] J. Jáky - *Minimum Value of Earth Pressure,* Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam, 1948, volume III.
[68] J. Jáky - *Novel Theory of Earth Pressure,* Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam, 1948, vol. III.
[69] C. Torre - *State of Stresses in a Heavy Soil Mass.* Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam, 1948, vol. III.
[70] J. Gradar - *Experimental Study of the Pressure exerted by a Pulverulent Mass against a Retention Wall,* Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam, 1948, vol. V.
[71] P. A. Coenen - *Fundamental equations in the theory of limit equilibrium,* Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam, 1948, vol. VII.
[72] D. P. Krynine - *Vertical and Horizontal Shearing Stresses in Earth Masses.* Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam 1948, vol. VII.
[73] J. Brinch Hansen - *A General Earth Pressure Theory,* Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Zurigo, 1953, vol. II.
[74] K. Hoshino - *A General Theory of Mechanics of Soils,* Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Londra, 1957, vol. I.
[75] S. Hueckel - *Model Tests on Anchoring Capacity of Vertical and Inclined Plates,* Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Londra 1957, vol. II.
[76] H. Jambu - *Earth Pressures and Bearing Capacity Calculations by Generalised Procedure of Slices,* Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Londra 1957, vol. II.
[77] G. F. Sawers, A. D. Robb, C. H. Mullis, A. J. Glenn, *The Residual Lateral Pressures Produced by Compacting Soils,* Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Londra 1957, vol. II.
[78] M. Davin - *Déformation dans les milieux pulvérulents en état d'équilibre limite,* Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Parigi, 1961, vol. II.
[79] R. B. Peck - *Full-Scale Lateral Load Test of a Retaining Wall Foundation,* Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Parigi, 1961, vol. II.
[80] B. O. Prambury - *Plastic Equilibrium in Soil,* Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Parigi, 1961, vol. II.
[81] A. H. Schofield - *The Development of Lateral Force of Sand against the Vertical Face of a Rotating Model Foundation,* Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Parigi, 1961, vol. II.
[82] Memorie varie in *Conférence de Bruxelles 58 sur les Problèmes de Pressions de Terres* (3 voll.), Bruxelles, 1958.