

Recensioni

Il calcolo delle tensioni e delle deformazioni nelle dighe in terra

(H. BENDEL - *Die Berechnung von Spannungen und Verschiebungen in Erdämmen*, Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Erdbau an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zurich, n. 55).

Premessa

La verifica di stabilità di una diga in terra, ed in generale di una qualsiasi struttura, può essere effettuata secondo due diversi procedimenti. Il primo di essi consiste nel calcolare la distribuzione delle sollecitazioni nella struttura sotto l'azione dei carichi cui essa sarà assoggettata e quindi paragonarle con le resistenze del materiale ottenendo i valori del coefficiente di sicurezza punto per punto; il secondo — che è un metodo di calcolo a rottura — considera le condizioni di equilibrio limite della struttura e, per paragone con le effettive condizioni di esercizio, permette di ricavare un valore globale del coefficiente di sicurezza. Nel caso delle dighe di terra si fa generalmente ricorso a metodi di verifica del secondo tipo.

D'altro canto è ormai pratica generale l'installazione nelle dighe di un cospicuo numero di strumenti per la misura delle deformazioni e delle pressioni neutre; recentemente si è avuto qualche tentativo di misurare anche le pressioni totali. I dati che si ottengono da tali misure sia durante la costruzione sia in seguito durante l'esercizio, oltre a permettere il controllo del comportamento dell'opera, possono costituire per il progettista una valida fonte di informazioni purchè essi vengano interpretati in base a criteri di carattere generale e possano quindi essere estrapolati a condizioni diverse.

Se si esclude la malaugurata ipotesi che la diga venga interessata da un fenomeno di rottura, i risultati delle misure non possono fornire alcuna indicazione sulla attendibilità dei procedimenti di calcolo a rottura; le une vengono eseguite infatti su un'opera stabile, mentre gli altri si riferiscono alla condizione di equilibrio limite. Sono invece di grande inte-

resse, sotto questo aspetto, le applicazioni della teoria dell'elasticità al calcolo dello stato tensionale e delle conseguenti deformazioni in una diga in terra e nel terreno di fondazione su cui essa è costruita.

L'applicazione della teoria dell'elasticità ad un materiale come il terreno presenta una serie di incertezze che sono ben note; ricorderemo in particolare che le ipotesi di omogeneità ed isotropia del materiale e di linearità e reversibilità degli spostamenti rappresentano solo una grossolana approssimazione dell'effettivo comportamento del terreno. Occorre poi tenere presente che quest'ultimo è costituito da una fase solida (i granuli) e da una fase fluida (acqua, aria oppure aria ed acqua) fra le quali le sollecitazioni si ripartiscono; per la caratterizzazione completa dello stato di tensione e di deformazione in un punto è quindi necessario definire, oltre al tensore meccanico delle sollecitazioni agenti sullo scheletro solido ed al tensore geometrico delle deformazioni, un altro tensore meccanico relativo all'equilibrio del fluido che occupa i pori del terreno. I due tensori meccanici si sovrappongono, e la loro influenza mutua varia nel tempo; occorre quindi in generale tenere conto anche del fattore tempo nello studio dei problemi di meccanica dei terreni.

Nel caso particolare delle dighe di terra alle incertezze or ora ricordate si aggiungono notevoli difficoltà analitiche; queste ultime possono essere superate ricorrendo a metodi di soluzione numerica. Una applicazione di questo tipo è stata effettuata recentemente dal BENDEL e riteniamo non privo di interesse descrivere i procedimenti di calcolo adottati in questo studio, i casi trattati e le conclusioni raggiunte.

Procedimento di calcolo

Le ipotesi poste alla base di questo metodo di calcolo sono le seguenti:

- materiale isotropo, omogeneo e dotato di elasticità lineare;
- stato di deformazione piana.

Con queste ipotesi la soluzione del problema può essere ottenuta integrando il sistema di equazioni

differenziali che esprimono le condizioni di equilibrio e quelle di congruenza oppure facendo ricorso al principio della minima energia potenziale totale. Nel caso di un problema piano e con riferimento agli assi indicati in figura 1 le equazioni indefinite dell'equilibrio si scrivono:

$$\frac{\delta \sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta y} = 0$$

$$\frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_y}{\delta y} + \gamma_1 = 0 \quad (1 a)$$

ove con γ_1 si indica il peso dell'unità di volume del terreno costituente la diga.

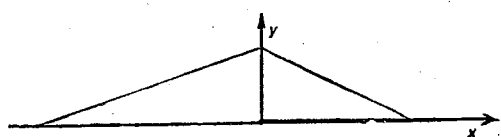


Fig. 1.

Le condizioni di congruenza sono espresse dalla equazione:

$$\frac{\delta^2 \epsilon_x}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \epsilon_y}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 \gamma_{xy}}{\delta x \delta y} \quad (1 b)$$

Tenuto conto delle relazioni intercorrenti fra le componenti di tensione σ_x , σ_y e τ_{xy} e gli spostamenti u (secondo x) e v (secondo y) si possono eliminare dalle (1) le componenti di tensione, ottenendo:

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} + \frac{1}{1-2\mu} \left(\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v}{\delta x \delta y} \right) = 0$$

$$\frac{\delta^2 v}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v}{\delta y^2} + \frac{1}{1-2\mu} \left(\frac{\delta^2 v}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta x \delta y} \right) + \frac{2(1+\mu)}{E} \gamma_1 = 0 \quad (2)$$

ove con E si indica il modulo di YOUNG e con μ il coefficiente di POISSON.

Il sistema (2), integrato rispettando le condizioni ai limiti, fornisce la distribuzione incognita degli spostamenti u e v nella diga dai quali è poi possibile calcolare i valori delle componenti di tensione.

Se le condizioni ai limiti sono espresse in termini di tensioni si rileva vantaggioso fare ricorso alla funzione di AIRY ψ ; perchè siano soddisfatte le (1a) deve aversi:

$$\sigma_x = \frac{\delta^2 \psi}{\delta y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\delta^2 \psi}{\delta x^2} - \gamma y; \quad \tau_{xy} = -\frac{\delta^2 \psi}{\delta x \delta y} \quad (3)$$

Perchè sia soddisfatta anche la condizione di congruenza occorre che sia:

$$\nabla^4 \psi = \frac{\delta^4 \psi}{\delta y^4} + \frac{\delta^4 \psi}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 \psi}{\delta x^2 \delta y^2} = 0 \quad (4)$$

che rappresenta l'equazione risolutiva del sistema.

Il secondo modo di risolvere il problema è quello di fare ricorso al principio della minima energia potenziale totale. L'espressione di tale energia nel caso in esame è la seguente:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 = \frac{E(1-\mu)}{2(1+\mu)(1-2\mu)} \int \int \left[\left(\frac{\delta u}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta v}{\delta y} \right)^2 + \frac{2\mu}{1-\mu} \frac{\delta u}{\delta x} \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \left(\frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right)^2 \right] dx dy + \int \int \gamma_1 v dx dy - \int (Xu + Yv) ds \quad (5)$$

in cui il primo termine rappresenta l'energia di deformazione, il secondo il lavoro delle forze di massa ed il terzo il lavoro delle forze superficiali. I valori di u e v che rendono minima l'espressione (5) di J rappresentano la soluzione del problema. Le equazioni risolutive sono dunque:

$$\frac{\delta J}{\delta u} = 0; \quad \frac{\delta J}{\delta v} = 0 \quad (6)$$

L'A. mostra che fra le espressioni (2), (4) e (6) quest'ultima è quella che si presta meglio ad essere trattata con un procedimento per differenze finite.

Con tale procedimento si considerano i valori assunti dalle funzioni u e v in un numero finito di punti della sezione, costituenti i vertici di un reticolo con i lati paralleli agli assi x ed y . Sostituendo alle derivate i rapporti incrementali le (6) possono essere scritte per ognuno dei punti considerati ottenendo un sistema di $2n$ equazioni algebriche in $2n$ incognite, ove con n si indica il numero dei vertici del reticolo e le $2n$ incognite sono costituite, come si è detto, dai valori di u e v negli stessi punti.

Poichè per una soluzione sufficientemente approssimata è necessario considerare un reticolo comprendente alcune centinaia di punti si comprende facilmente come sia necessario l'impiego di una calcolatrice elettronica per risolvere il sistema di equazioni anzidette. La risoluzione vera e propria del sistema di equazioni è stata ottenuta da BENDEL con un procedimento di successive approssimazioni (metodo di «relaxation»).

Per quanto riguarda le condizioni ai limiti ai para-

menti, esse non presentano alcuna difficoltà; vi è solo da rilevare che l'A. schematizza il contorno con un andamento a scalini per non introdurre nel reticolo adottato maglie di forma irregolare.

Quanto alla superficie di contatto fra diga e terreno di fondazione, le condizioni ai limiti dovranno esprimere l'uguaglianza degli spostamenti ($u_{diga} = u_{fond.}$; $v_{diga} = v_{fond.}$). La relativa trattazione è diversa a seconda che il terreno di fondazione rientri nell'uno o nell'altro dei seguenti due gruppi: terreno di fondazione che possa essere schematizzato come uno strato di materiale elastico, omogeneo ed isotropo, limitato superiormente da un piano orizzontale ed inferiormente da un substrato rigido con superficie anche essa piana ed orizzontale, oppure terreno di fondazione non omogeneo ed eventualmente limitato inferiormente da una superficie di forma qualunque.

Il BENDEL ha risolto, con i procedimenti ora ricordati, alcuni casi schematici facendo variare alcuni dei parametri in gioco; ne riportiamo qui di seguito le principali conclusioni.

Diga su sottosuolo rigido

Il primo caso studiato è quello in cui lo spessore dello strato elastico di fondazione è nullo ed il rilevato è fondato direttamente su materiale rigido. Il rilevato è di forma triangolare dell'altezza di 100 m

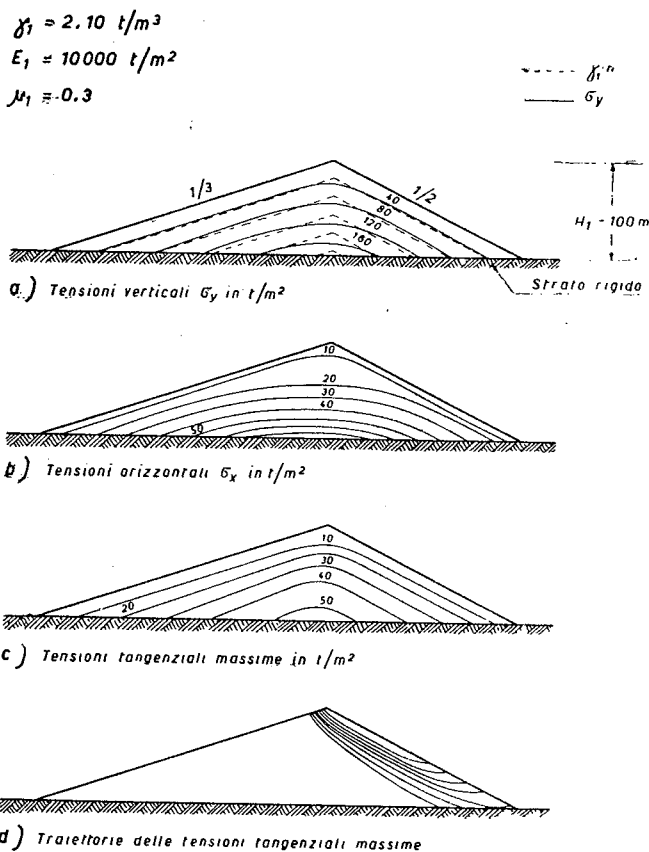


Fig. 2 - Diga su sottosuolo rigido; stato tensionale.

e con pendenze di 1/3 ed 1/2 rispettivamente per il paramento di monte e per quello di valle.

Le caratteristiche della diga sono riportate nella fig. 2 insieme ai risultati ottenuti. Per il calcolo numerico è stato adottato un reticolo con 313 punti.

La tensione verticale σ_y (fig. 2a) in un generico punto del rilevato risulta poco diversa dal peso $\gamma_1 h$ della sovrastante colonna di terreno. Al centro le tensioni σ_y sono minori di $\gamma_1 h$; verso i fianchi si verifica il contrario; le differenze massime sono dell'ordine del $\pm 10\%$. Dal confronto fra i diagrammi delle figg. 2a e 2b si può osservare che il rapporto σ_x/σ_y assume valori differenti da punto a punto nell'interno della diga; questo significa che i vari punti della diga stessa presentano diversi valori del coefficiente di sicurezza rispetto alle condizioni di equilibrio limite ⁽¹⁾.

In fig. 2c sono riportati i valori delle sollecitazioni tangenziali massime, ed in fig. 2d le traiettorie delle sollecitazioni tangenziali massime. È interessante notare come queste ultime abbiano un andamento simile a quello delle superfici di scorrimento che vengono adoperate nelle usuali verifiche di stabilità.

Per quanto riguarda le deformazioni, l'A. fornisce i valori degli spostamenti orizzontali u e verticali v in ogni punto della diga; nell'esempio trattato dall'A. lo spostamento verticale del coronamento $v_{cor.}$ risulta pari a 72 cm.

Lo spostamento $v_{cor.}$ può essere apprezzato abbastanza bene con la formula approssimata:

$$v_{cor.} = \frac{\gamma_1 H_1^2}{2 E} \frac{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}{(1 - \mu)} \quad (7)$$

ricavata nell'ipotesi che lungo la verticale passante per il coronamento sia $\sigma_y = \gamma_1 h$ ed $\epsilon_x = 0$. Nell'esempio numerico la (7) fornisce un valore di 78 cm in luogo di 72 cm.

I risultati fin qui esposti sono validi per il caso particolare trattato e quindi per determinate dimensioni e forma della diga e per determinate caratteristiche elastiche dei materiali.

L'Autore ha poi esteso l'indagine alle variazioni che intervengono nello stato tensionale e nelle deformazioni della diga quando si facciano variare alcuni dei parametri.

A parità di ogni altra condizione, l'altezza della diga ed il peso dell'unità di volume del materiale di cui essa è costituita rappresentano dei fattori di proporzionalità per le tensioni e per le deformazioni. In una diga di altezza H [m] e costituita da materiale avente peso dell'unità di volume γ [t/m^3] le tensioni e gli spostamenti potranno essere ottenuti con le relazioni:

⁽¹⁾ Come è noto, le condizioni di equilibrio limite si raggiungono in un punto quando il rapporto σ_3/σ_1 fra le tensioni principali minima e massima in quel punto supera un certo valore che è funzione della σ_1 per materiali dotati di coesione ed attrito mentre è indipendente dallo stato tensionale per materiali incoerenti. Nella parte centrale della diga, si ha $\sigma_3 \approx \sigma_x$; $\sigma_1 \approx \sigma_y$.

$$\sigma = \sigma^* \frac{H}{100} \frac{\gamma}{2,1} \tag{8}$$

$$v = v^* \frac{H^2}{10.000} \frac{\gamma}{2,1}$$

ove con σ^* , v^* , sono indicati i valori relativi alla diga trattata dall'A., H è espresso in metri e γ in t/m^3 . Per quanto riguarda l'estensione dei risultati a dighe aventi $E \neq 10.000 t/m^2$, a parità di ogni altra condizione le tensioni sono indipendenti da E e le deformazioni sono inversamente proporzionali ad E .

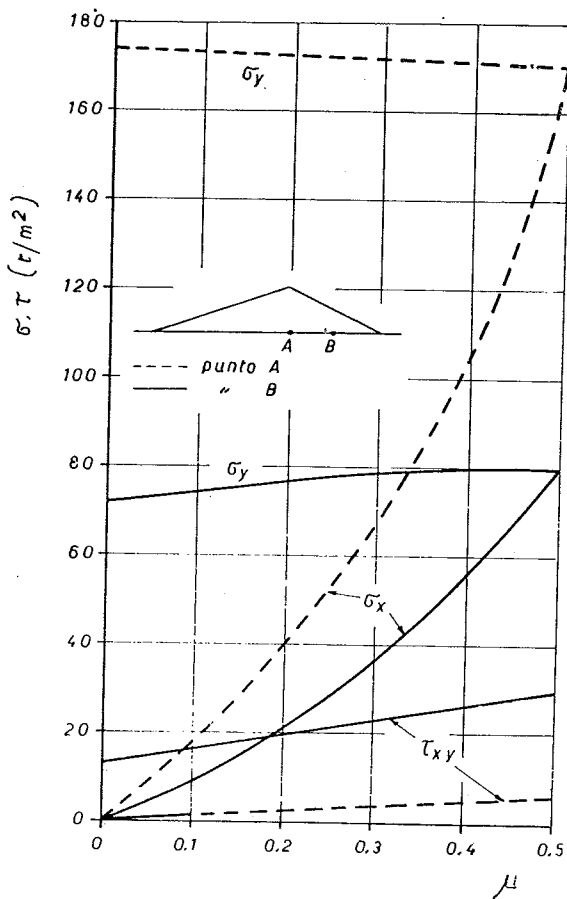


Fig. 3 - Diga su sottosuolo rigido; influenza del coefficiente di Poisson sulle tensioni.

Più interessante è l'influenza del coefficiente di Poisson μ sullo stato tensionale e sulle deformazioni. Tale influenza è stata studiata dall'Autore ripetendo i calcoli per $\mu = 0; 0,15; 0,30; 0,45$. Le conclusioni che se ne traggono sono in breve le seguenti:

- Le tensioni verticali σ_y sono scarsamente influenzate dal valore di μ mentre più sensibile è la variazione delle τ_{xy} e soprattutto delle σ_x (fig. 3). Al variare del coefficiente μ varia dunque il rapporto fra le due sollecitazioni e di conseguenza il coefficiente di sicurezza nel punto.

- Le deformazioni verticali v risultano con buona approssimazione proporzionali al termine

$$\frac{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}{(1 - \mu)}$$

; può porsi cioè:

$$v_{\mu_1} = v_{\mu} \frac{(1 - 2\mu_1)(1 + \mu_1)}{(1 - \mu_1)} \frac{(1 - \mu)}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)} \tag{9}$$

- Gli spostamenti orizzontali u variano invece in maniera diversa da punto a punto e possono addirittura cambiare di segno (v. fig. 4).

L'Autore confronta infine i risultati da lui ottenuti con quelli che la teoria dell'elasticità (LEVY, 1898) [1] fornisce per il caso di un cono elastico indefinito traendone la conclusione che quest'ultimo schema non è utilizzabile per una valutazione, sia pure grossolana, delle tensioni e delle deformazioni in una diga di terra.

Diga su sottosuolo elastico

Lo studio della diga fondata su di uno strato elastico limitato inferiormente da uno strato rigido è stato condotto dall'Autore secondo il procedimento che descriviamo brevemente qui di seguito.

Si supponga di aver preventivamente calcolato la distribuzione delle tensioni per la stessa diga su sottosuolo rigido; ne risulterà una distribuzione di tensioni normali σ_y e tangenziali τ_{xy} sulla superficie di contatto fra diga e terreno di fondazione che può essere approssimata (v. fig. 5) con un diagramma discontinuo. Con riferimento alla fig. 5 indichiamo

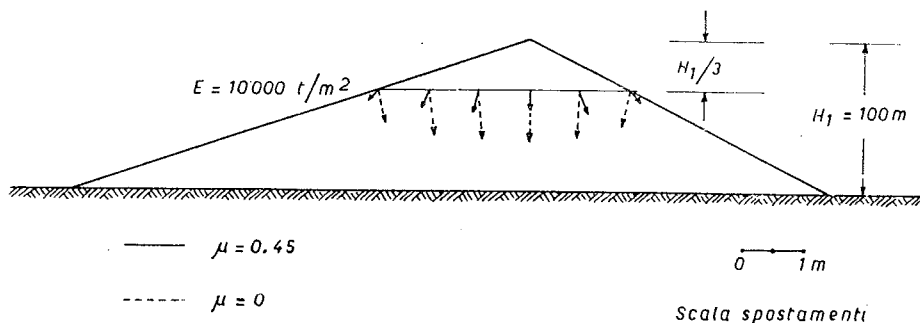


Fig. 4 - Diga su sottosuolo rigido; influenza del coefficiente di Poisson sugli spostamenti.

$u_{\sigma_{ki}}, v_{\sigma_{ki}}$ gli spostamenti provocati nel punto K da un carico normale uniforme sulla striscia i -esima, e con $u_{\tau_{kj}}, v_{\tau_{kj}}$ le deformazioni provocate in K da un carico tangenziale uniforme sulla striscia i -esima. Per il principio di sovrapposizione degli effetti potrà scriversi:

$$u_K = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_{\sigma_{ki}} + \sum_{j=1}^n \tau_j u_{\tau_{kj}} \quad (10)$$

$$v_K = \sum_{i=1}^n \sigma_i v_{\sigma_{ki}} + \sum_{j=1}^n \tau_j v_{\tau_{kj}}$$

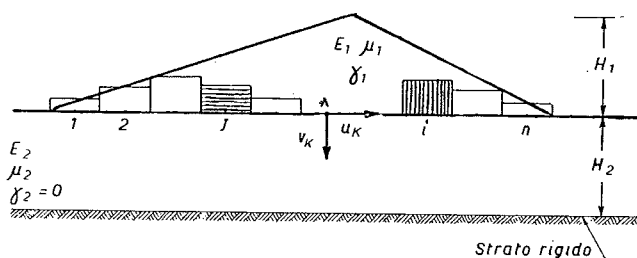


Fig. 5.

Le deformazioni della superficie di appoggio così calcolate non sono congruenti con quelle derivanti dallo stato tensionale inizialmente ipotizzato nel rilevato, che presupponeva fondazione rigida e perciò deformazioni della superficie di appoggio nulle.

Si può allora impostare un procedimento di calcolo che per successive approssimazioni conduca alla soluzione del problema in esame.

A tal fine è stato preventivamente necessario ricavare le espressioni degli spostamenti della superficie di uno strato elastico assoggettato ad un carico nastroiforme normale e tangenziale. BENDEL ha ricavato tali espressioni, nell'ipotesi di completa aderenza fra strato elastico e formazione rigida di base, basandosi su di un precedente lavoro di MARGUERRE [2] e ricorrendo anche in questo caso ad una integrazione numerica effettuata con una calcolatrice elettronica.

L'A. svolge una prima serie di calcoli nelle seguenti condizioni:

- per quanto riguarda il rilevato: caratteristiche geometriche ed elastiche uguali a quelle del caso della diga su sottosuolo rigido;
- per il terreno di fondazione: $H_2 = H_1 = 100$ m; $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$; $E_2 = E_1 = 10.000$ t/m²; peso proprio nullo. Alle tensioni indotte nel terreno di fondazione nelle ipotesi precedenti devono quindi essere aggiunte quelle derivanti dal peso proprio.

Lo schema adottato è riportato nella fig. 6, assieme ad una sintesi dei principali risultati ottenuti. Dal confronto fra la fig. 6a e la fig. 2a si rileva che le tensioni verticali σ_y nel rilevato non variano di molto rispetto al caso della diga su sottosuolo rigido; nel terreno di fondazione la diffusione delle tensioni in profondità non è rilevante a causa della presenza

dello strato rigido di base ⁽²⁾. Le tensioni orizzontali σ_x nel rilevato (fig. 6b) diminuiscono notevolmente rispetto al caso di sottosuolo rigido; ad esempio al contatto con il terreno di fondazione, in asse diga, si ha un valore di 43 t/m² contro le 79 t/m² del caso precedente. Ne segue che più ampie zone della diga, ed anche del terreno di fondazione, si avvicinano alle condizioni di equilibrio limite.

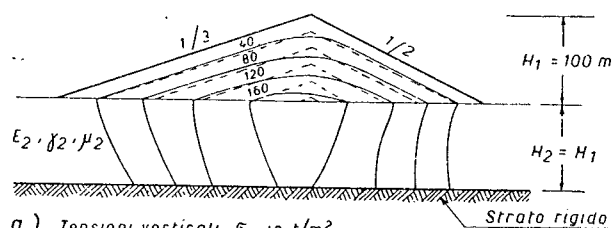
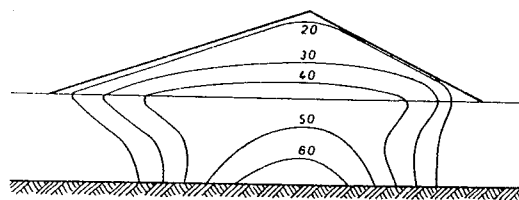
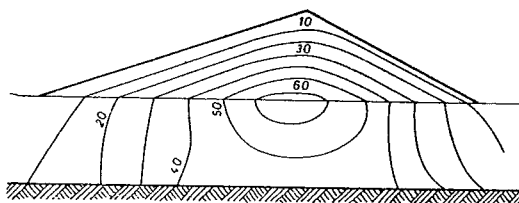
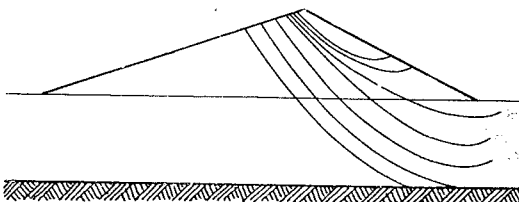
$$\gamma_1 = 2.10 \text{ t/m}^3$$

$$E_1 = E_2 = 10000 \text{ t/m}^2$$

$$\mu_1 = \mu_2 = 0.3$$

$$\text{--- } \gamma_1 \cdot h$$

$$\text{— } \sigma_y$$

a) Tensioni verticali σ_y in t/m²b) Tensioni orizzontali σ_x in t/m²c) Tensioni tangenziali massime in t/m²

d) Traiettorie delle tensioni tangenziali massime

Fig. 6 - Diga su sottosuolo elastico; stato tensionale.

Gli sforzi di taglio massimi (v. fig. 6c) aumentano di intensità nella parte inferiore della diga ed il massimo in valore assoluto si verifica nel terreno di

⁽²⁾ Alla profondità H_1 si ha una riduzione media delle tensioni pari a circa il 10%, mentre nel caso del semispazio elastico indefinito alla stessa profondità si sarebbe avuta una riduzione del 25%.

fondazione immediatamente al disotto della diga.
 Anche le traiettorie delle tensioni tangenziali massime (v. fig. 6d) interessano lo strato di fondazione.
 Per quanto riguarda le deformazioni, in fig. 7 riportiamo gli spostamenti dei punti della superficie di contatto diga-terreno di fondazione.

caratteristiche elastiche del sottosuolo sulla distribuzione delle tensioni nella diga. A questo scopo i calcoli sono stati ripetuti per $E_1/E_2 = 0,2; 1; 2$ con $H_2/H_1 = 1$ e per $H_2/H_1 = 2,5; 1; 0,4$ con $E_1/E_2 = 1$, mantenendo invariate le caratteristiche geometriche del rilevato e supponendo sempre $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$.

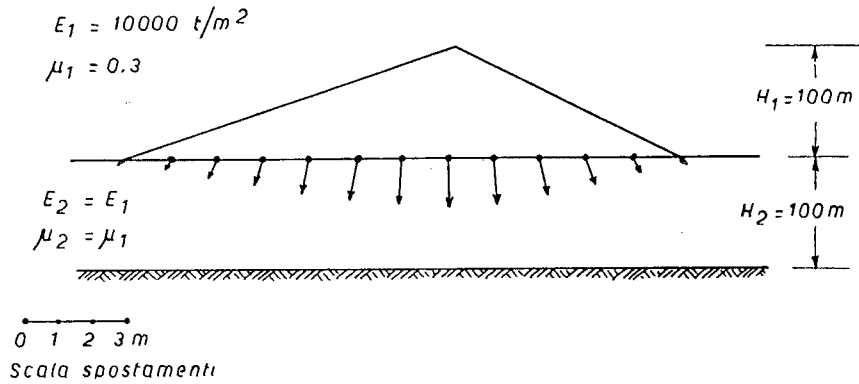


Fig. 7 - Diga su sottosuolo elastico; spostamenti della superficie di appoggio.

Dopo aver esposto i risultati ottenuti per il caso che i terreni di fondazione abbiano le stesse caratteristiche elastiche dei materiali del rilevato ($E_1 = E_2$; $\mu_1 = \mu_2$) e che lo spessore dello strato elastico sia uguale all'altezza del rilevato ($H_1 = H_2$), l'Autore passa ad analizzare l'influenza dello spessore e delle

Per quanto riguarda lo stato tensionale, l'A. rileva che le tensioni verticali σ_y nel rilevato sono scarsamente influenzate dalle caratteristiche elastiche e geometriche del sottosuolo, a differenza di quanto accade per le tensioni tangenziali e soprattutto per le tensioni orizzontali.

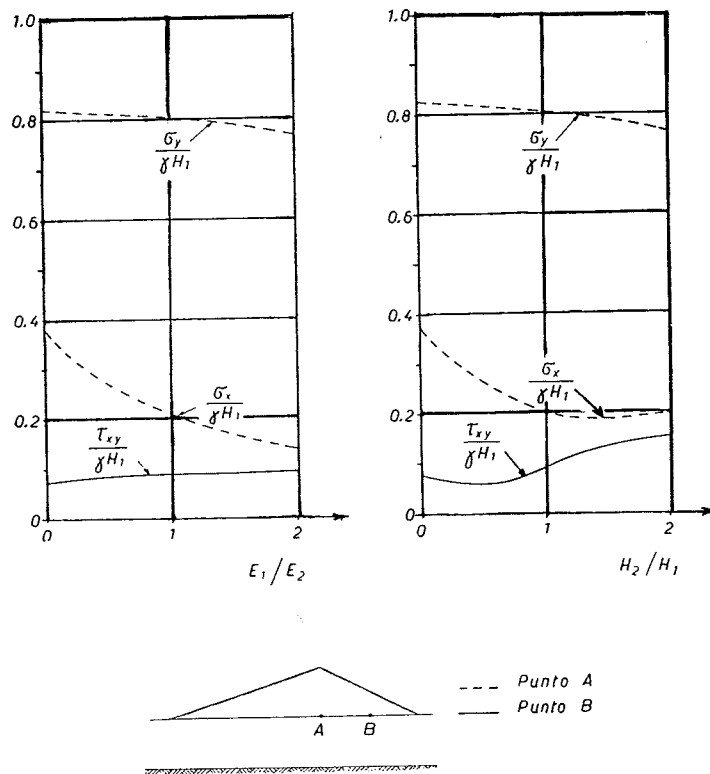


Fig. 8 - Diga su sottosuolo elastico; influenza delle caratteristiche del sottosuolo sullo stato tensionale.

A titolo esemplificativo nei diagrammi della fig. 8 sono riportate le variazioni di σ_x , σ_y e τ_{xy} al variare dei rapporti H_2/H_1 ed E_1/E_2 per i due punti A e B della diga, che sono quelli ove le σ e le τ assumono il valore massimo.

Per quanto riguarda gli spostamenti, l'Autore si sofferma in particolare sul cedimento massimo del piano limite superiore dello strato elastico di fondazione, che si verifica in asse diga (punto A). Tale cedimento può essere valutato con la seguente formula approssimata:

$$v_A = \frac{1 + \mu}{E_2} \frac{\gamma_1 H_1 H_2}{\pi} \left[(1 - 2\mu) \left(\arctg \frac{m}{H_2} + \arctg \frac{l}{H^2} \right) + \frac{\mu H_2}{2ml} \left(1 \lg \frac{m^2 + H_2^2}{H_2^2} + m \lg \frac{l^2 + H_2^2}{H_2^2} \right) + \frac{1 - \mu}{2H_2} \left(m \lg \frac{m^2 + H_2^2}{m^2} + 1 \lg \frac{l^2 + H_2^2}{l^2} \right) \right] \quad (11)$$

ove il significato dei simboli è chiarito dalla fig. 9.

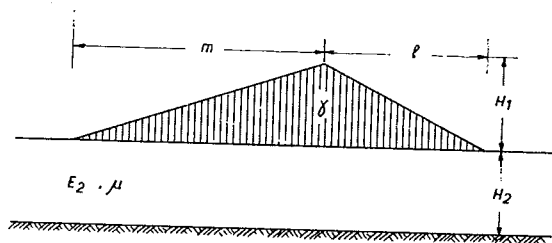


Fig. 9.

La formula (11) è ricavata facendo ricorso alla distribuzione delle sollecitazioni indotte in un semispazio elastico indefinito da un carico triangolare flessibile; essa cioè non tiene conto della resistenza del rilevato e della presenza dello strato rigido di base. Nel campo dei valori di E_2 ed H_2 esplorati dall'Autore la (11) dà luogo ad uno scarto massimo del 4 % rispetto ai valori calcolati con il procedimento numerico.

Effetto della spinta idrostatica

Per il caso di diga su sottosuolo rigido ed impermeabile il BENDEL ha portato in conto la presenza dell'acqua nel serbatoio ricorrendo ad una schematizzazione molto spinta della diga con nucleo centrale; egli ha cioè supposto che in asse diga esista una sottile membrana verticale impermeabile che

non alteri le caratteristiche elastiche della diga. Su tale membrana agisce dunque la spinta idrostatica; inoltre il peso dell'unità di volume del materiale che costituisce il fianco di monte della diga risulta diminuito della spinta idrostatica. Questi cambiamenti delle sollecitazioni provocano delle sostanziali modifiche nello stato di deformazione e di tensione; per quanto riguarda le prime, si generano in tutta la diga spostamenti orizzontali verso valle e gli spostamenti verticali del paramento di monte diminuiscono.

Per quanto riguarda lo stato tensionale, come era da attendersi in base alle ipotesi, si riscontra una netta discontinuità in corrispondenza dell'asse diga; in particolare poi in un'ampia zona del fianco di monte si verificano tensioni orizzontali σ_x di trazione. In tali condizioni di sollecitazione il comportamento delle rocce sciolte si discosta nettamente dalle ipotesi base della teoria dell'elasticità; per tale ragione i risultati ottenuti — pur essendo di indubbio interesse — risultano alquanto discutibili dal punto di vista applicativo.

L'A. passa poi a trattare il caso della diga su sottosuolo elastico, per risolvere il quale egli è costretto ad introdurre ulteriori notevoli semplificazioni. Per i relativi risultati valgono quindi in misura ancora maggiore le osservazioni or ora fatte a proposito della diga su sottosuolo rigido.

Zone in regime plastico nell'interno della diga

Come è stato osservato in precedenza, il rapporto $\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$ fra le tensioni principali minima e massima

assume valori diversi nei vari punti della diga; può accadere che in una determinata zona tale rapporto raggiunga il valore che caratterizza le condizioni di equilibrio limite ed in tal caso in quella zona il materiale stesso sarà sollecitato in regime plastico. Zone in regime plastico possono esistere nell'interno di una diga globalmente stabile; per aversi la rottura della diga occorre infatti che la zona in regime plastico si estenda fino ai paramenti.

Quando l'analisi dello stato tensionale effettuata sulla base della teoria dell'elasticità rivela l'esistenza nella diga di zone in cui il materiale è sollecitato in regime plastico, occorrerà tener conto di questa circostanza e modificare di conseguenza lo stato tensionale. A questo scopo è necessario definire sia la condizione per cui si verifica il passaggio dallo stato elastico a quello plastico, sia le leggi che reggono il comportamento del materiale in regime plastico. L'Autore ha studiato il problema nelle seguenti ipotesi:

- il passaggio dallo stato elastico allo stato plastico avviene bruscamente, in corrispondenza di un determinato stato di sollecitazione;
- lo stato di sollecitazione che provoca la plasticiz-

zazione è quello per il quale è soddisfatta la condizione:

$$f = -\sigma_1 + \sigma_3 \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) = 0 \quad (12)$$

in cui σ_1 e σ_3 sono rispettivamente la massima e la minima tensione principale e φ è l'angolo di attrito del terreno. La (12) traduce la ben nota condizione di equilibrio attivo di RANKINE per terreni incoerenti; la f è detta funzione di flusso;

— per quanto riguarda la legge che regola il comportamento del materiale in regime plastico, l'Autore fa l'ipotesi che la velocità di deformazione plastica sia proporzionalmente al gradiente della funzione di flusso.

Con queste ipotesi l'Autore perviene ad una espressione dell'energia potenziale nel campo plastico che risulta formalmente identica al primo termine J_1 della (5). È quindi possibile applicare anche nelle zone in regime plastico il procedimento di calcolo numerico esposto in precedenza, procedendo secondo il seguente schema.

Si esegue dapprima il calcolo in regime elastico ed in base alla formula (2) si individua un contorno di prima approssimazione del campo plastico. Si ripete quindi il calcolo adoperando — per i punti interni a tale contorno — le espressioni relative al regime plastico, individuando così un nuovo e più approssimato contorno del campo plastico; il procedimento viene iterato fino a raggiungere l'approssimazione voluta.

Il procedimento esposto è stato applicato alla diga su sottosuolo rigido considerata in precedenza ed al cui materiale è stato attribuito un angolo di attrito di 34° .

È stata così riscontrata nell'interno della diga l'esistenza di una zona in regime plastico; rispetto alla soluzione puramente elastica si hanno rilevanti modifiche nello stato di deformazione e nei valori delle tensioni orizzontali σ_x , mentre le tensioni verticali σ_y rimangono praticamente invariate.

Il metodo di calcolo elastico-plastico sviluppato dal BENDEL è senza dubbio molto interessante da un punto di vista concettuale; per poter valutare l'attendibilità dei risultati ottenuti occorrerebbe una verifica sperimentale delle varie espressioni introdotte dall'A. per caratterizzare il comportamento del materiale in regime plastico.

Confronto con i risultati di misure nella diga di Goeschenenalp

I procedimenti di calcolo finora esposti sono stati applicati dall'A. all'interpretazione delle misure effettuate sulla ben nota diga in materiali sciolti di Goeschenenalp, dell'altezza di 155 m. [3, 4].

La sezione tipo della diga [5] è riportata in figura 10a; in fig. 10b sono rappresentate le fasce granulometriche dei materiali costituenti il nucleo ed i fianchi della diga.

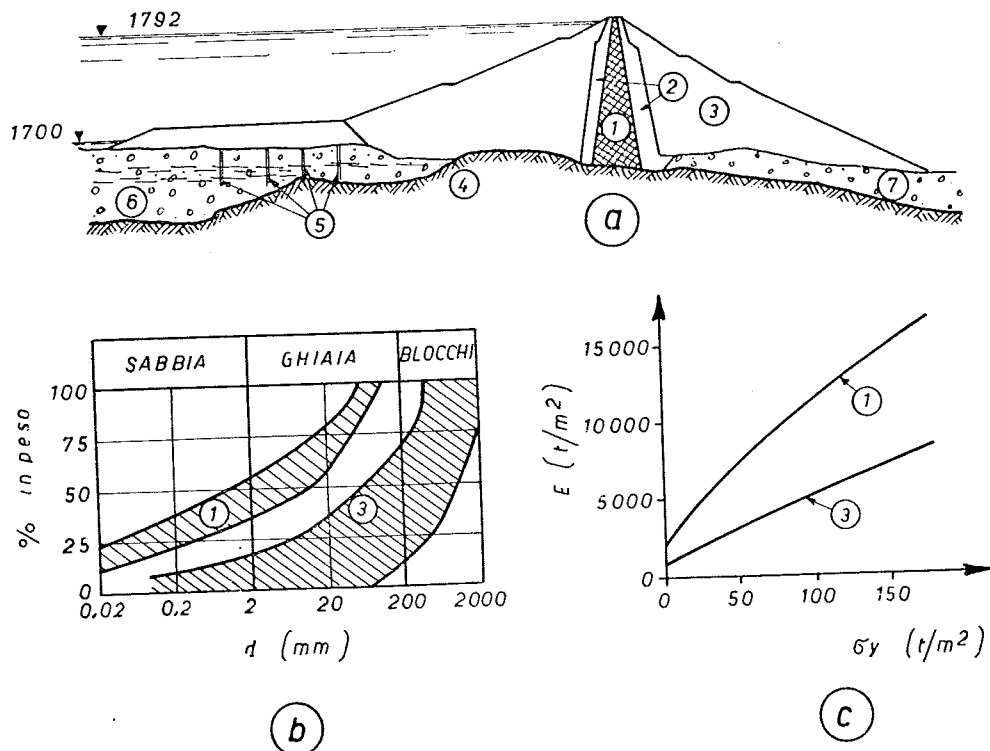


Fig. 10 - Diga di Goeschenenalp; a) sezione tipo; b) granulometria dei materiali del rilevato; c) moduli di compressibilità del rilevato ricavati da misure assestimetriche. 1) nucleo (miscela artificiale); 2) filtri;

3) fianchi (materiali di conoide); 4) roccia lapidea; 5) dreni verticali in sabbia; 6) materiali alluvionali con letti di torba; 7) materiali alluvionali.

Nel calcolo si è considerata la diga a sezione omogenea, trascurando le differenze esistenti fra il nucleo ed i fianchi. Nella sezione considerata il nucleo della diga è fondato direttamente sulla formazione lapidea di base, mentre i fianchi poggiano su di un banco di materiali fluvio-glaciali che ricoprono la roccia lapidea. Nel calcolo la formazione di base è stata considerata come rigida, mentre ai terreni fluvio-glaciali sono state assegnate le stesse caratteristiche elastiche del materiale costituente il rilevato.

Dato il profilo irregolare della formazione lapidea di base, è stato necessario estendere il reticolo di calcolo anche ai terreni di fondazione; sono stati considerati 650 punti, ottenendo quindi un sistema di 1300 equazioni in altrettante incognite. Sono state prese in esame tre diverse fasi della costruzione ($H = 60, 80, 120$ m) e la fase di serbatoio pieno fino al livello di 120 m.

Il valore del modulo E da assegnare al materiale costituente la diga è stato ricavato dalle misure assestometriche supponendo che fra i due successivi bracci di un assestometro lo strato di materiale si deformi unidimensionalmente. Elaborando i risultati delle misure agli assestometri, si ottengono le curve di E in funzione di σ_y riportate nella fig. 10c. Nei calcoli è stato attribuito ad E un valore costante per tutta la diga, pari alla media ponderale dei valori ricavati dalla fig. 10c.

Quanto al valore del coefficiente di POISSON μ , l'A. fa riferimento ad alcune relazioni teoriche ed empiriche [6, 7, 8] che collegano tale parametro con l'angolo di attrito ϕ per i terreni incoerenti. Nel caso in esame, tenendo conto che l'angolo di attrito del materiale si aggira sui 34° , risulta da tali relazioni $\mu \approx 0,3$.

Nella sezione considerata sono state installate tre celle per la misura delle pressioni totali e tre assestometri con bracci a croce, oltre ad alcuni punti di riferimento sui paramenti per la misura degli spostamenti.

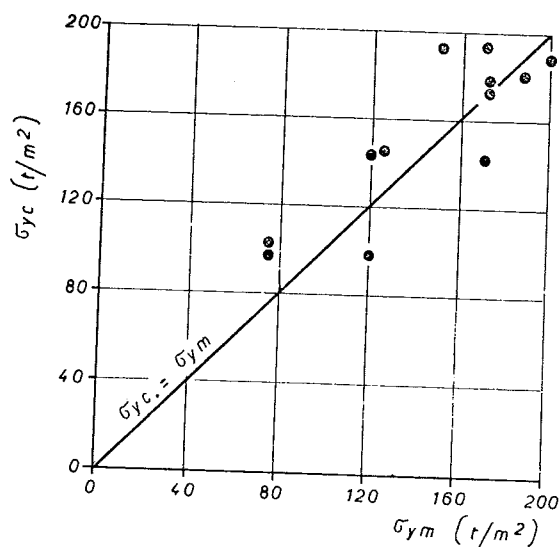


Fig. 11 - Sollecitazioni misurate e calcolate.

Nella fig. 11 sono messi a confronto i valori misurati (σ_{ym}) e calcolati (σ_{yc}) delle sollecitazioni totali verticali; nella fig. 12 un analogo confronto è effettuato fra i valori degli spostamenti orizzontali e verticali misurati in alcuni punti della sezione (u_m, v_m) e quelli calcolati (u_c, v_c).

Le figure 11 e 12 mostrano una certa dispersione dei risultati per tutti i parametri considerati; mentre però per le sollecitazioni σ_y e per gli spostamenti orizzontali u si ha un accordo soddisfacente fra i valori misurati e valori calcolati, nel caso delle deformazioni verticali v i valori misurati risultano sempre nettamente maggiori (all'incirca doppi) di quelli calcolati.

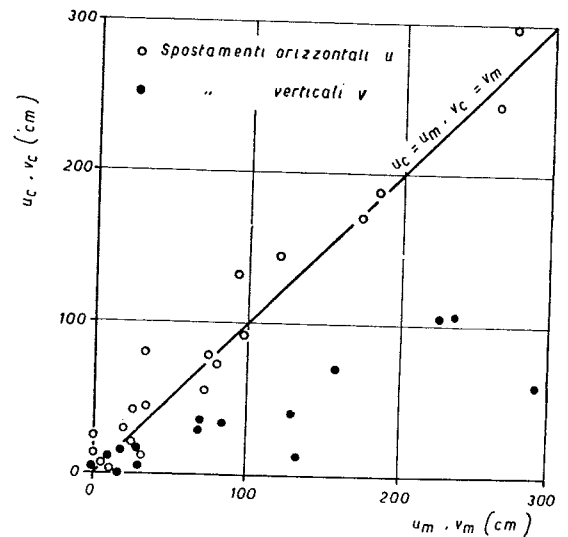


Fig. 12 - Spostamenti misurati e calcolati.

Conclusioni

Come abbiamo già fatto notare all'inizio della recensione, le applicazioni della teoria dell'elasticità al calcolo dello stato tensionale e delle deformazioni di una diga di terra presentano un grande interesse per la possibilità che esse offrono di interpretare soddisfacentemente le misure che vengono effettuate sulle dighe stesse.

Il BENDEL ha apportato un contributo notevolissimo a questo argomento; egli ha sviluppato un procedimento numerico estremamente flessibile, che permette la risoluzione di problemi anche molto complessi, ed offre tutta una serie di spunti interessanti e meritevoli di approfondimento in sede di ricerca. Le applicazioni effettuate ad alcuni casi semplici permettono, pur nella loro schematicità, di ottenere una visione chiara dell'influenza dei vari parametri. Quanto all'applicazione alla diga di Goe-schenenalp, ci sembra di poter affermare che l'accordo generale fra teoria e risultati sperimentali sia soddisfacente; gli scarti e le differenze fra valori calcolati e valori misurati possono essere attribuiti a due gruppi di fattori:

- imprecisione dei dati sperimentali, derivanti da errori di misura o dall'uso di apparecchiature inadatte;
- differenze fra lo schema di calcolo e l'effettivo fenomeno fisico.

Sul primo gruppo di fattori non è questa la sede per soffermarsi: basterà ricordare che le misure sulle dighe sono di esecuzione molto delicata e presentano numerose incertezze e difficoltà. Quanto ai fattori del secondo gruppo, nel caso esaminato dall'Autore sono state fatte alcune ipotesi (omogeneità della diga, valore di E costante) che rappresentano solo delle grossolane approssimazioni e di cui è difficile valutare l'influenza.

Ulteriori applicazioni del procedimento, in cui si cerchi di mantenere più aderenti alla realtà le varie schematizzazioni, permetteranno di trarre conclusioni precise circa l'attendibilità delle ipotesi di base e degli sviluppi di calcolo.

(Carlo Viggiani)

Bibliografia

- [1] LEVI M.: *Sur la légitimité de la règle dite du trapèze dans l'étude de la résistance des barrages en maçonnerie*, Com. Ren. Ac. Sci., Paris, 1898.
- [2] MARGUERRE K.: *Druckverteilung durch eine elastische Schicht*, Beton und Eisen, 1919.
- [3] EGGENBERGER W.: *La diga di Goeschenenalp. Il progetto*, Geotecnica, 1957.
- [4] ZELLER J.: *La diga di Goeschenenalp. Questioni geotecniche*, Geotecnica, 1957.
- [5] SCHNITZER G.: *Digues en terre ou en enrochement*, Cours d'eau et energie, 1961.
- [6] BRINCH HANSEN-LUNDGREN: *Hauptprobleme der Bodenmechanik*, Springer Verlag, 1960.
- [7] DE WET T. A.: *The Use of the Energy Concept in Soil Mechanics*, Proc. V Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Paris, 1961.
- [8] YAMAGUCHI H.: *Strain Increments and Volume Change in the Plastic flow of a Granular Material*, Proc. V Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Paris, 1961.

Il terreno di fondazione e le carte sismiche delle aree urbane

C. F. RICHTER, « *City areas* », in « *Seismic Regionalization* », Bull. of the Seism. Society of America, **49**, n. 2, pp. 155-58, 1959.

Da noi il problema, quale qui è esposto, nel settore tecnico-legale non si pone neanche. Ciò non significa che non esista: lo si ignora o, forse, implicitamente lo si immagina risolto dagli elenchi dei comuni dichiarati di prima o di seconda categoria sismica, seguendo i criteri ai quali chi scrive ha fatto cenno in alcune pubblicazioni.

La carta sismica di Mario BARATTA del 1934 (1936) che costituisce indubbiamente un elaborato e coscienzioso tentativo di regionalizzazione in piccola scala (1 : 1.250.000) del territorio italiano non risulta stata esaminata per stabilire se essa possa o debba

avere peso agli effetti della legislazione « antisismica » italiana.

Per segnalare quanto, invece, urgente, difficile e delicato si presenti questo problema tecnico-economico si riassume qui la trattazione dell'argomento svolta nel 1959 da C. F. RICHTER ⁽¹⁾, indiscussa autorità in materia.

RICHTER nella sua nota sulla *regionalizzazione sismica* osserva, in linea generale, che l'esecuzione della carta sismica (a grande scala, microregionalizzazioni) di una grande città presenta problemi speciali dipendenti dai dettagli del terreno. Dove queste esistono, le zone di collina e, comunque, più elevate, per le quali il rischio sismico è generalmente minore, sono occupate di regola da case d'abitazione e da negozi. I centri d'affari, le zone industriali e, naturalmente, i porti con le loro attrezzature sono generalmente situati nelle parti più basse che possono essere sabbiose, alluvionali in genere ed anche paludose; queste stesse parti più basse sono anche spesso occupate da quartieri residenziali ormai vetusti e da numerose vecchie strutture che costituiscono delle trappole per gli incendi, le malattie ed i terremoti.

Aree di riperti artificiali che hanno riempito vecchi stagni, pubbliche discariche o aree che provengono dalla sistemazione con spianamento di terreni accidentati sono specialmente pericolose, perchè difficili a scoprire senza un esame accurato delle informazioni sul passato.

L'A. descrive alcune città americane che conosce personalmente o per le quali ha potuto disporre di documenti validi ed illustra anche quelle città la cui situazione geografica richiede speciale attenzione.

Riportiamo qui di seguito le considerazioni del RICHTER per le seguenti città: Boston, Buffalo, New York C., Charleston, Washington, Chicago, Kansas C., Tulsa, Seattle, Portland, Los Angeles, Riverside, S. Diego, S. Francisco.

Per New York, Chicago, Boston, New Orleans, S. Francisco e Los Angeles (e California in genere) sembra utile riportare anche alcune notizie relative ai terreni di fondazione riassunte nel 1957 da J. D. KRYNINE e W. JUDD ⁽²⁾.

Per le carte geologico-tecniche in grande scala (1 : 24.000) di alcune aree urbane degli USA, vedi nella rubrica « *Geologia Tecnica* » del *Giornale del Genio Civile* (A. **102**, fasc. 4, p. 273, § V; 1964).

Boston. - Secondo KRYNINE e JUDD, nello spesso deposito di argilla bleu di Boston sono state effettuate fondazioni di due tipi: le fondazioni dell'edificio della « *New England Mutual Life Insurance Company* » sono state progettate come una scatola in cemento armato posta sulla crosta del deposito d'argilla bleu; un altro edificio monumentale nella stessa località (il « *John Hancock Mutual Life Insurance Building* ») è sostenuto da pali ad H affondati attraverso l'argilla sino al sottostante strato duro (hardpan) e alla roccia (vedi anche Chicago).

Per questa città, che fornisce un esempio delle difficoltà offerte dai dislivelli e dal carattere dei

⁽¹⁾ Vedi rec. in G.G.C. **102**, 1964.

⁽²⁾ *Principles of Engineering Geology and Geotechnics* (pp. 463-500), Ed. Mc Graw Hill Book, New York, 1957.