

# CAPACITÀ PORTANTE DI UNA FONDAZIONE SOTTOPOSTA A CARICHI OBLIQUI CON DIVERSE INCLINAZIONI DELLA BASE DI APPOGGIO

G. GATTI (\*)

**SOMMARIO:** Si ricerca la capacità portante di un terreno incoerente nel caso di fondazioni aventi piano di appoggio inclinato rispetto alla superficie del terreno e sottoposte a carichi inclinati non solo rispetto alla superficie del terreno, ma anche rispetto alla superficie di appoggio.

L'indagine è condotta per mezzo di superfici di scivolamento il cui andamento teorico è conforme a quello ottenuto mediante esperienze su modello.

I risultati ottenuti sono riassunti in diagrammi che danno i coefficienti di capacità portante in forma conveniente per le applicazioni pratiche.

È frequente lo studio di fondazioni nelle quali la risultante delle forze agenti è obliqua rispetto alla superficie del terreno. Esempio tipico sono i muri di sostegno o di controripa nei quali la componente orizzontale della spinta può determinare una forte inclinazione della risultante.

Il calcolo della capacità portante del terreno, con superficie di appoggio della fondazione parallela alla superficie del terreno, fatto da diversi autori (MEYERHOF [4], SOKOLOVSKI [5], BRINCH HANSEN [2], ecc.) mostra in questi casi una rapida diminuzione della resistenza con l'aumentare della inclinazione della forza agente.

MEYERHOF ha calcolato la capacità portante del terreno anche nel caso di fondazione con piano di appoggio obliquo alla superficie del terreno e normale alla forza agente.

Risulta dai succitati studi che è conveniente inclinare il piano di appoggio in modo da portarlo normale alla retta d'azione del carico. E la pratica ha dimostrato numerose volte la verità di questa deduzione.

Non sempre però è possibile realizzare la condizione di ottimo sia per ragioni esecutive, sia per la presenza di sovraccarichi mobili che fanno variare l'inclinazione della risultante.

Si è cercato pertanto, in questo studio, di calcolare la capacità portante limite di un terreno nel caso più generale, ossia con piano di appoggio della fondazione comunque inclinato rispetto alla superficie del terreno e con risultante essa pure comunque inclinata rispetto al piano d'appoggio.

Dato il laborioso sviluppo dei calcoli, l'indagine è stata limitata al caso di terreni incoerenti aventi un angolo di attrito interno rispettivamente di  $25^\circ$  e  $30^\circ$ . Il metodo usato può essere facilmente esteso alla determinazione della capacità portante non solo di terreni incoerenti con altro angolo di attrito, ma anche di terreni coesivi. Si ritiene comunque che i risultati ottenuti con gli angoli di attrito di  $25^\circ$  e  $30^\circ$  possano essere di interesse poichè tali angoli sono vicini a quelli che più spesso si riscontrano in pratica.

Consideriamo una fondazione di lunghezza indefinita, la cui base sia normale al piano della figura 1 a) e lo tagli secondo la traccia DA, supponiamo che il suo bordo superiore, di traccia A, sia sulla superficie del terreno e che questa superficie sia orizzontale.

Indichiamo con  $\beta$  l'inclinazione del piano di appoggio della fondazione e con  $\delta$  l'angolo formato dalla retta d'azione del carico, di valore unitario  $q$ , con la normale alla base della fondazione. Ammettiamo che sia nullo l'attrito tra fondazione e terreno.

Al fine di determinare la capacità portante limite si è innanzitutto ricercata una superficie di scivolamento del terreno che meglio ricalcasse quella reale senza nel contempo apportare eccessive difficoltà al calcolo.

Si è adottata la superficie DCBO della fig. 1 a) ritenuta comunemente valida solo nell'ipotesi di terreno senza peso, ma che tuttavia poco si discosta da quella ottenuta con esperienze su modello (vedi fig. 2 e 3). Inoltre i risultati che con essa si ottengono sono, secondo TERZAGHI [6] e SOKOLOVSKI [5], sufficientemente accurati per le pratiche applicazioni.

(\*) Dott. Ing. Gianfelice GATTI, assistente ordinario nell'Istituto di Scienza delle Costruzioni del Politecnico di Milano, addetto al Laboratorio Geotecnico.

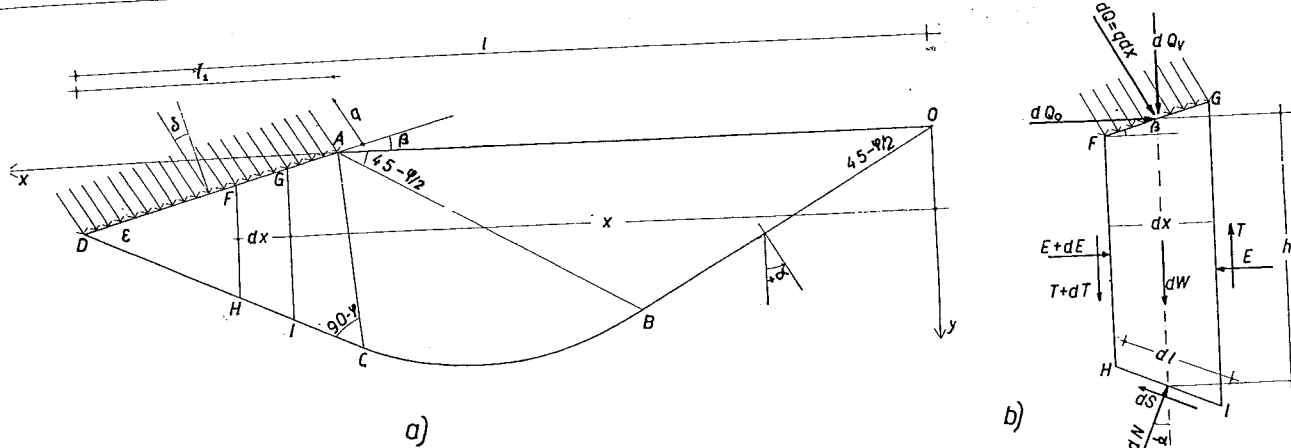
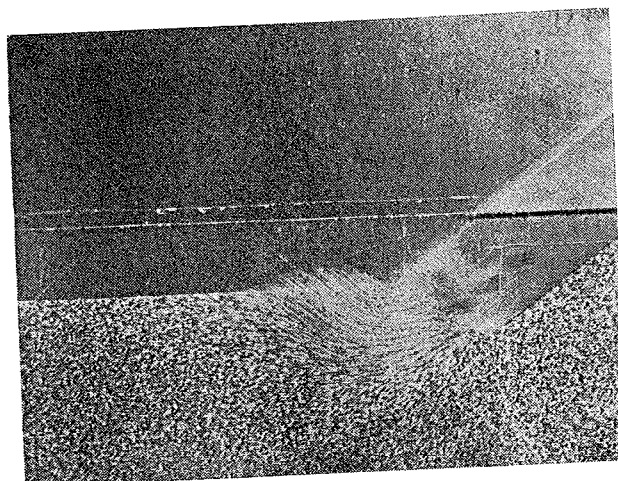
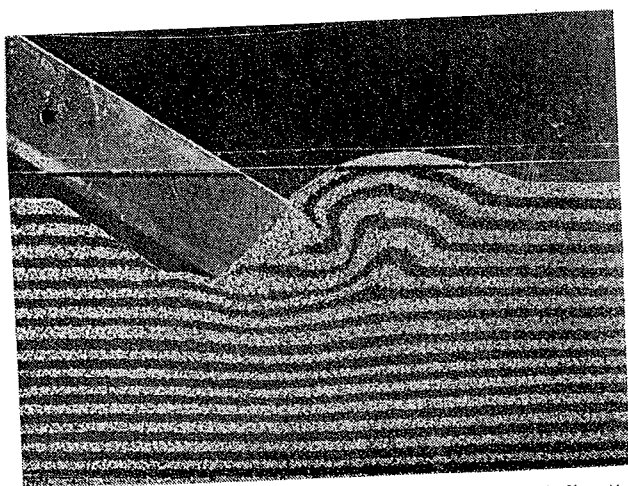


Fig. 1 - Schema per il calcolo della capacità portante.



Figg. 2 e 3 - Superfici di rottura ottenute mediante prova su modello.

Tale superficie, insieme con la base di traccia DA e la superficie del suolo di traccia OA, delimita il masso di terreno interessato dallo scivolamento, la cui sezione nel piano della figura 1 a) possiamo dividere in tre distinte zone:

La prima, DAC, triangolare con il lato DA coincidente con la base della fondazione e l'angolo opposto a DA uguale a  $90^\circ - \varphi$  (essendo  $\varphi$  l'angolo di attrito del terreno in funzione dei carichi totali). L'angolo  $ADC = \varepsilon$  è determinato per tentativi con la condizione di minima resistenza e varia in funzione di  $\beta, \delta$  e  $\varphi$ .

La seconda zona è limitata dal lato AC, da un arco di spirale logaritmica di equazione  $r = r_0 e^{\beta \cdot \varphi}$  e dal raggio AB di questa spirale inclinato rispetto all'orizzontale di  $(45 - \varphi/2)$ .

La terza zona è costituita da un triangolo isoscele che ha per base OA sulla superficie del terreno e per lati obliqui AB e BO (entrambi inclinati di  $(45 - \varphi/2)$  rispetto all'orizzontale).

Assunti gli assi di riferimento x, y come indicato in fig. 1 a), consideriamo un tronco qualsiasi del masso di scivolamento di spessore unitario e limitato da due facce verticali, normalmente al piano

del disegno, distanti dx; su di esso agiscono le forze esplicitate in fig. 1 b).

Per l'equilibrio alla traslazione del tronco potremo scrivere:

$$dW + dQ_v + dT - dN \cos(-\alpha) - dS \sin(-\alpha) = 0 \quad (1)$$

$$dE + dQ_o + dN \sin(-\alpha) - dS \cos(-\alpha) = 0$$

essendo:

$$dW = \gamma h dx \quad (\gamma = \text{peso dell'unità di volume del terreno})$$

$$dQ_o = (q dx / \cos \beta) \cdot \sin(\beta + \delta)$$

$$dQ_v = (q dx / \cos \beta) \cdot \cos(\beta + \delta)$$

Ovviamente quando il tronco è preso nel tratto da O ad A la forza  $dQ = 0$ , essendo ivi  $q = 0$ .

Sia  $\tau = \sigma \tan \varphi$  la resistenza unitaria allo scorrimento lungo la superficie di scivolamento.

Sarà:

$$dS = \tau dl = \tau dx / \cos(-\alpha) = \sigma \cdot \tan \varphi dx / \cos \alpha$$

$$dN = \sigma dl = \sigma dx / \cos \alpha$$

Sostituendo  $dS$  e  $dN$  qui scritti nelle (1) e sostituendo anche nella seconda equazione il valore di  $\sigma$  ricavato dalla prima, si ha:

$$dE + dQ_0 - (dW/dx + dQ_v/dx + dT/dx) \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) = 0$$

Supponiamo in prima approssimazione nulle le forze tangenziali  $T$  sulle superfici verticali del tronco. Questa ipotesi semplifica moltissimo il calcolo: d'altra parte è stato dimostrato [1] [3] che il procedimento è favorevole alla stabilità ed i valori ottenuti accettabili. È allora:

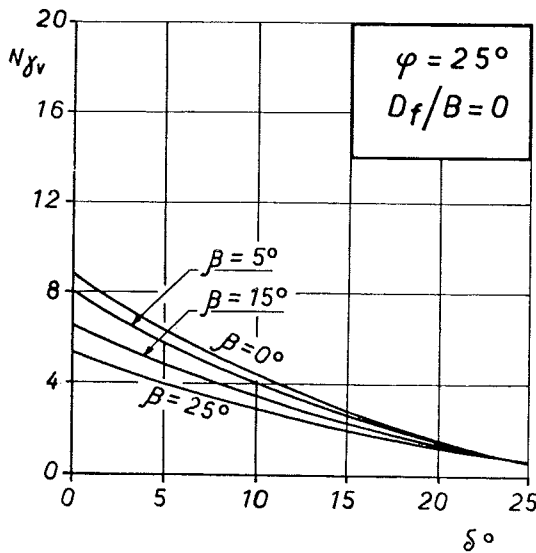
$$dE = - \frac{q dx}{\cos \beta} \operatorname{sen}(\beta + \delta) + \left[ \gamma h + \frac{q}{\cos \beta} \cos(\beta + \delta) \right] \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) dx$$

L'integrale di  $dE$  tra  $O$  ed  $X_0$  ci dà il valore di  $E$  nella generica sezione. Non avendo altre forze esterne applicate al masso potremo scrivere:

$$(2) \int_0^1 dE = - \int_{1-1_1}^1 q \frac{\operatorname{sen}(\beta + \delta)}{\cos \beta} dx + \int_0^1 \left[ \gamma h + \frac{q}{\cos \beta} \cos(\beta + \delta) \right] \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) dx = 0$$

Da questa equazione si può ricavare  $q$ . Agli effetti del calcolo risulta più semplice assumere come incognita  $q_v$ , componente verticale di  $q$ , ( $q_v = q \cos(\beta + \delta)$ ). La (2) diventa:

$$\int_0^1 (\gamma h + q_v / \cos \beta) \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) dx - q_v \operatorname{tg}(\beta + \delta) l_1 / \cos \beta = 0$$



da cui

$$q_v = \cos \beta \frac{\int_0^1 \gamma h \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) dx}{\operatorname{tg}(\beta + \delta) l_1 - \int_{1-1_1}^1 \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) dx}$$

Il calcolo è stato condotto tanto per superfici di appoggio orizzontali ( $\beta = 0$ ) che per superfici inclinate ( $\beta = 5^\circ - 15^\circ - 25^\circ$ ) tracciando per ognuna diverse superfici di rottura aventi angolo  $\epsilon$  variabile di  $5^\circ$  in  $5^\circ$ . Di queste si sono calcolati:

$$\int_0^1 \gamma h \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) dx \quad \text{e} \quad \int_{1-1_1}^1 \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) dx$$

Con la condizione di minimo si sono determinati i valori di  $q_v$  per inclinazioni  $\delta$  del carico di  $0^\circ - 5^\circ - 10^\circ - 15^\circ - 20^\circ - 25^\circ$  nel caso di  $\varphi = 30^\circ$  e di  $0^\circ - 5^\circ - 10^\circ - 15^\circ - 20^\circ$  nel caso di  $\varphi = 25^\circ$ .

Esprimendo  $q_v$  analogamente alla formula di TERZAGHI che dà la portata per fondazioni orizzontali soggette a carichi verticali

$$q = 1/2 B \gamma N \gamma$$

(dove  $B$  è la base della fondazione,  $\gamma$  il peso specifico del terreno e  $N \gamma$  il fattore di capacità portante) indicando con  $N \gamma_v$  il coefficiente corrispondente a  $q_v$  si sono poi calcolati diversi valori di

$$N \gamma_v = q_v \cdot 2/B \gamma$$

per  $\varphi = 25^\circ$  e  $\varphi = 30^\circ$  e questo sia in funzione di  $\beta$  che di  $\delta$ . I valori ricavati sono rappresentati nei diagrammi di fig. 4 e fig. 5.

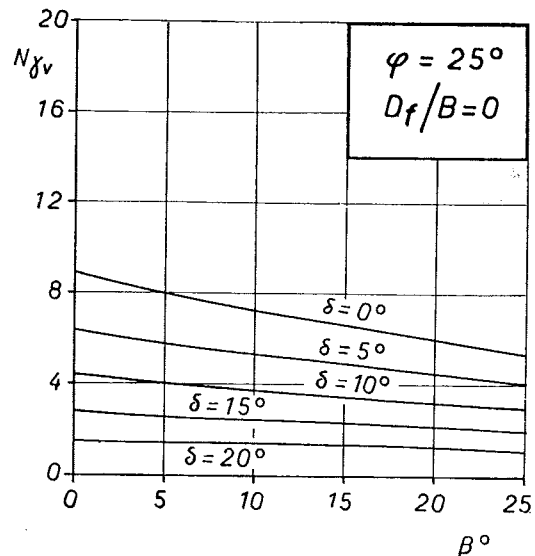


Fig. 4 - Coefficienti di capacità portante in funzione di  $\beta$  e  $\delta$  per fondazioni superficiali su terreni aventi angolo di attrito  $\varphi = 25^\circ$ .

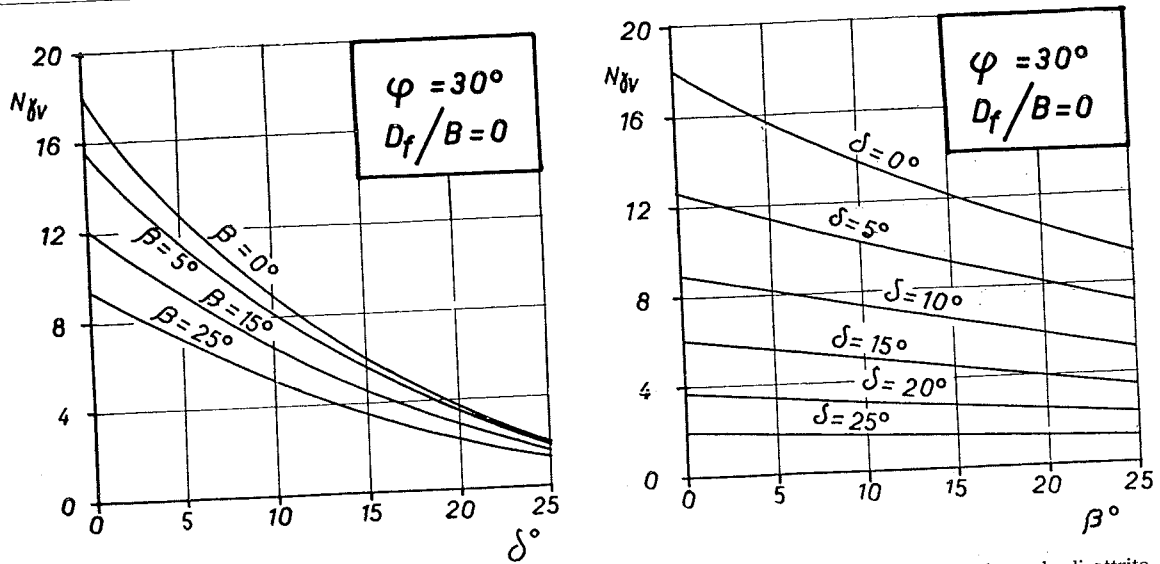


Fig. 5 - Coefficienti di capacità portante in funzione di  $\beta$  e  $\delta$  per fondazioni superficiali su terreni aventi angolo di attrito  $\varphi = 30^\circ$ .

I risultati ottenuti per  $\beta = 0$  sono stati confrontati con quelli forniti dalla formula che dà l'analoga portata sotto carichi inclinati di BRINCH HANSEN (fig. 8).

Oltre al caso di superficie del terreno scarica si è preso in considerazione anche il caso della superficie con sovraccarico corrispondente a quello di un

masso di terra di altezza  $D_f$  uguale a  $B$ . Questa estensione equivale (almeno per valori di  $D_f \leq B$ ) a considerare fondazioni aventi il bordo A situato non più alla superficie del suolo, ma ad una profondità  $D_f$ . Si è proceduto per questo caso in modo analogo al precedente fino a ricavare  $q'_v$  ed i corrispondenti  $N_{qv} = 2q'_v/\gamma B$  riportati nei diagrammi delle figure 4 e 5.

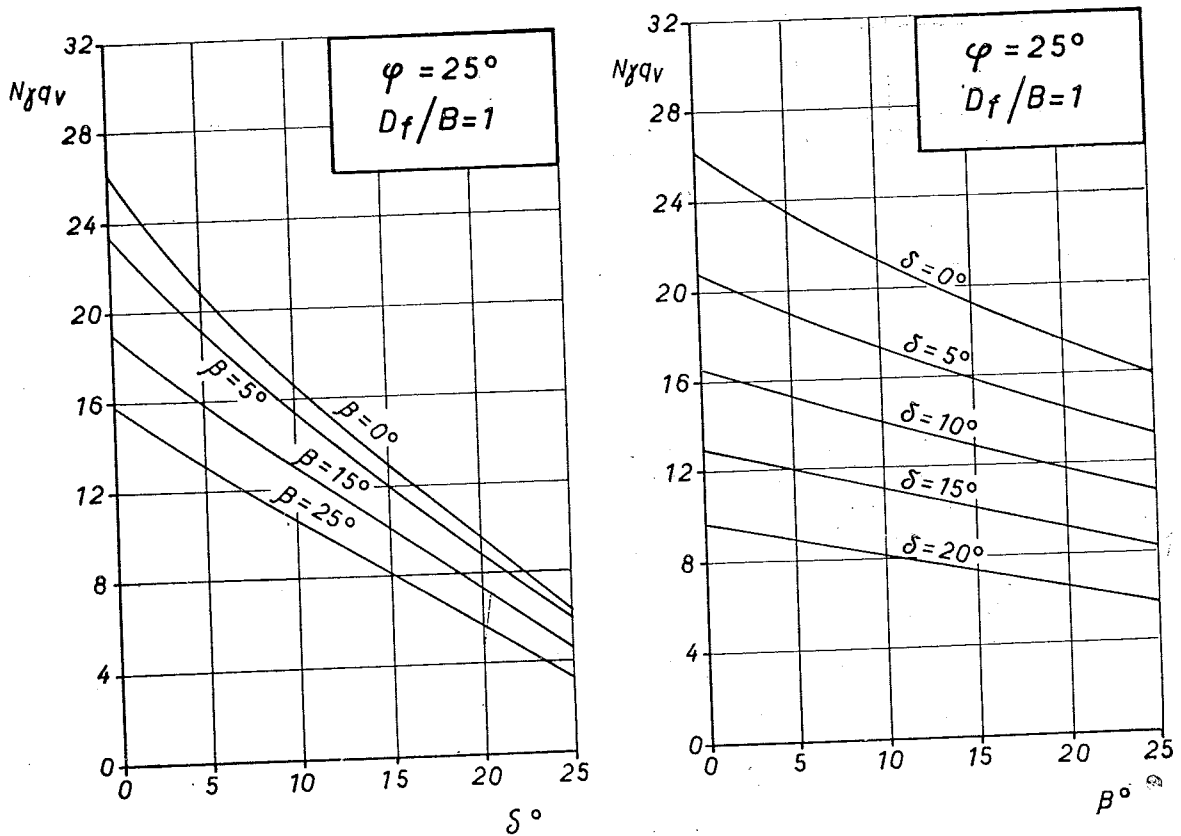


Fig. 6 - Coefficienti di capacità portante in funzione di  $\beta$  e  $\delta$  per fondazioni profonde  $D_f = B$  su terreni aventi angolo di attrito  $\varphi = 25^\circ$ .

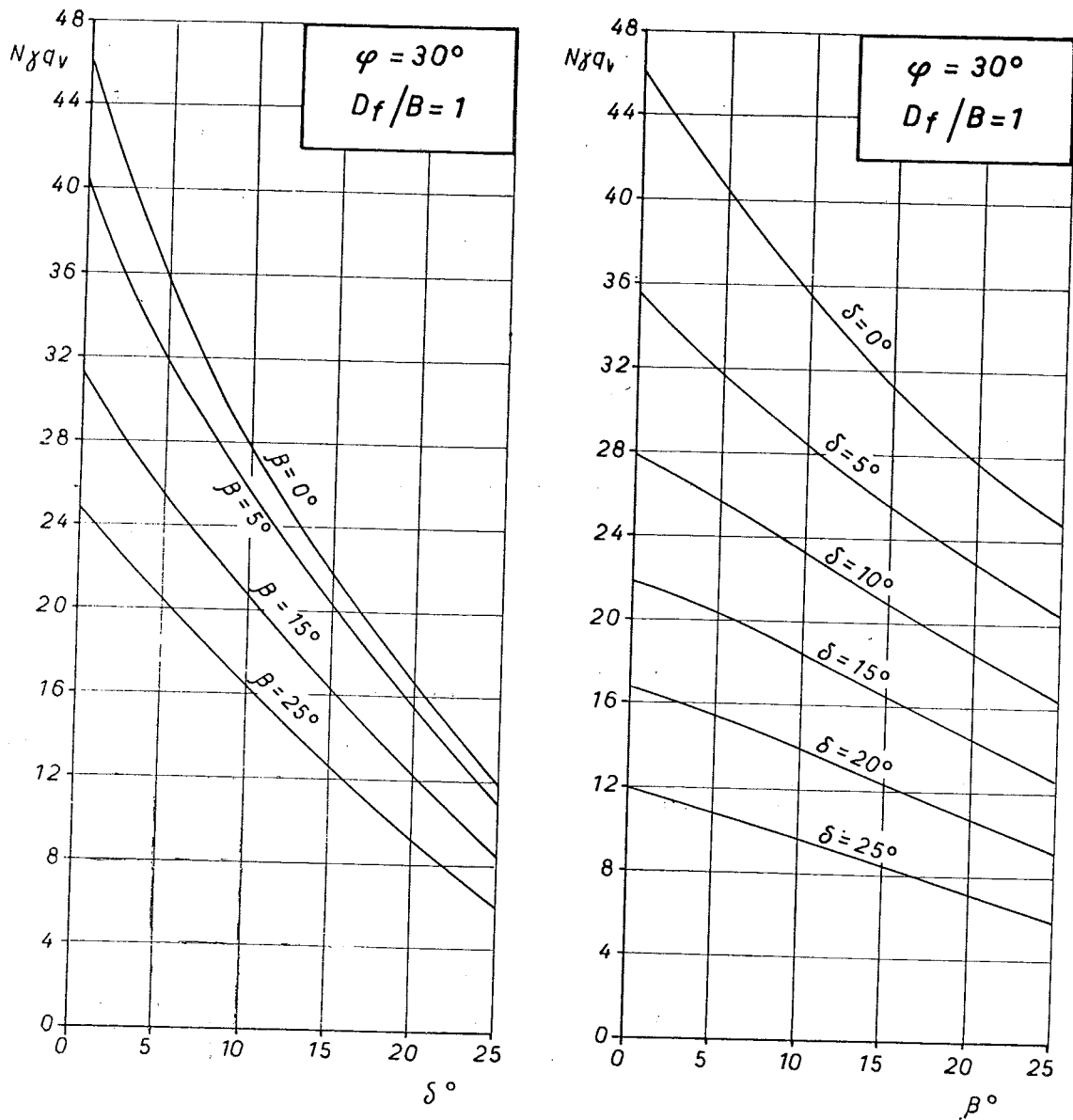


Fig. 7 - Coefficienti di capacità portante in funzione di  $\beta$  e  $\delta$  per fondazioni profonde  $D_f = B$  su terreni aventi angolo di attrito  $\varphi = 30^\circ$ .

L'impiego dei diagrammi di figg. 4, 5, 6, 7 dà la possibilità di valutare il vantaggio derivante dall'inclinazione del piano di appoggio anche nei casi in cui non sia possibile avere tale piano normale alla linea d'azione della forza agente.

A titolo di esempio consideriamo il caso di una fondazione soggetta ad una forza  $Q = 10$  t/m inclinata di  $\beta + \delta = 20^\circ$  rispetto alla superficie orizzontale del suolo su un terreno avente  $\varphi = 30^\circ$  e  $\gamma = 1,8$  t/m<sup>3</sup>. Assumiamo ancora un grado di sicurezza uguale a 3.

Con appoggio superficiale e orizzontale ( $\beta = 0$ ,  $\delta = 20^\circ$ ) si ha  $N_{\gamma v} = 3,7$  (fig. 5).

Dai dati, per un tronco di lunghezza unitaria, risulta  $Q_v = 3 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ = 28,2$  t; essendo anche

$$Q_v = \frac{B^2}{2} \gamma N_{\gamma v} = B^2 \cdot \frac{1,8}{2} \cdot 3,7 = 3,3 B^2 \text{ si ricava}$$

$$B = \sqrt{28,2/3,3} = 2,94 \text{ m.}$$

Con base di appoggio il cui bordo superiore è ancora superficiale ma inclinata di  $\beta = 15^\circ$  (è allora  $\delta = 5^\circ$ ) si ha:  $N_{\gamma v} = 9,1$  quindi

$$Q_v = 28,2 = (B^2/2) 1,8 \cdot 9,1 = 8,2 B^2$$

$$B = \sqrt{28,2/8,2} = 1,85 \text{ m.}$$

Con fondazione prevista profonda quanto la sua

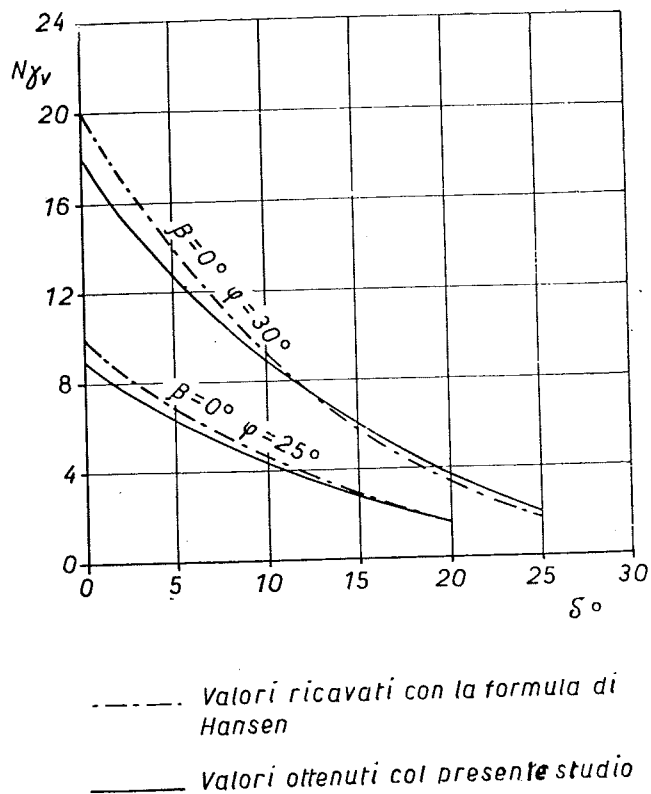


Fig. 8 - Confronto tra i coefficienti di capacità portante qui ottenuti per  $\beta = 0$  ed i corrispondenti valori forniti dalla formula di B. HANSEN.

BEARING CAPACITY OF A DIFFERENTLY INCLINED FOUNDATION UNDER INCLINED LOADS

**Summary:** The author tries to evaluate the bearing capacity of a cohesionless soil for foundations whose base is inclined with regard to the horizontal soil surface and supports loads inclined not only with respect to the soil surface but also to the base.

The survey is carried out by means of sliding surfaces whose theoretical shape is similar to the one obtained with tests purposely made on a model.

The obtained results are summarized in diagrams showing the bearing capacity factors in a form easy to be used for practical purposes.

larghezza B con superficie di appoggio orizzontale si ha  $N\gamma_{qv} = 16,7$  (vedi fig. 2).

$$Q_v = 28,2 = (B^2/2) \gamma N\gamma_{qv} = B^2 (1,8/2) \cdot 16,7 = 15,0 B^2$$

$$B = \sqrt{28,2/15} = 1,37 \text{ m}$$

mentre con  $\beta = 15^\circ, \delta = 5^\circ$  si ha  $N\gamma_{qv} = 25,5$  e

$$B = \sqrt{28,2/23} = 1,10 \text{ m.}$$

Con fondazioni profonde  $D_f = B$ , quindi, inclinando il piano di appoggio è sufficiente una base non solo sensibilmente più stretta ma anche meno profonda.

**Bibliografia**

- [1] BISHOP A. W.: 1954, *The use of the slip circle in the stability analysis of slopes*, Geotechnique, V, 1, 7.
- [2] HANSEN J. BRINCH: - 1961, *A general formula for bearing capacity*, Ingeniøren, International Edition, June, Copenhagen.
- [3] JANBU N.: 1957, *Earth pressures and bearing capacity calculations by generalized procedure of slices*, Norges Geotekniske Institutt n. 26 August.
- [4] MEYERHOF G. G. - 1951: *The ultimate bearing capacity of foundation*, Geotechnique, II, 301.  
- 1953, *The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads*, Third Conference, I, 440.
- [5] SOKOLOVSKI V. V.: 1960, *Statics of soil media*, Butterworths Scientific Publication, London.
- [6] TERZAGHI K.: 1943, *Theoretical Soil Mechanics*, J. Wiley & Sons, Inc., New York.

CAPACITÉ PORTANTE DES FONDATIONS SOUMISES À DES CHARGES OBLIQUES ET DONT L'ASSISE EST AUTREMENT INCLINÉE

**Sommaire:** Cette note vise à évaluer la capacité portante, dans un sol incohérent, des fondations dont l'assise soit inclinée vis-à-vis de la surface du terrain, et dont les charges soient inclinées pas seulement à l'égard de la surface du terrain, mais aussi de l'assise même.

Dans cette étude on considère des surfaces de glissement dont l'allure théorique a été confirmée par des essais sur maquette.

Un abaque résume les résultats de la recherche, en donnant des coefficients de charge utile, en forme convenable pour les applications pratiques.