

- 10 Instabilità di una piastra rettangolare poggiante su fondazione elastica e compressa lungo una direzione.
- 11 Instabilità di una striscia di piastra poggiante su una fondazione elastica.
- 12 Instabilità di una piastra precompressa poggiante su fondazione elastica.

CAP. VII - *Il metodo delle funzioni iniziali. Applicazioni del metodo alla teoria delle piastre spesse e alla teoria delle fondazioni elastiche.*

- 1 Soluzione generale del problema tridimensionale della teoria della elasticità.
- 2 Sulla soluzione delle equazioni della teoria della elasticità con il metodo delle funzioni iniziali.
- 3 Proprietà di base delle matrici di trasformazione nel metodo delle funzioni iniziali.
- 4 Metodo generale di riduzione del problema tridimensionale della teoria della elasticità a un problema bidimensionale.
- 5 Piastra spessa soggetta a un carico simmetrico rispetto al piano medio.
- 6 Piastra spessa soggetta a un carico emisimmetrico rispetto al piano medio.
- 7 Deformazione di una fondazione elastica dovuta a un carico applicato sulla superficie.
- 8 Contatto tra una piastra e una fondazione elastica.
- 9 Teoria delle piastre e volte di spessore variabile soggette a carichi di superficie generici.
- 10 Soluzione generale del problema bidimensionale della teoria dell'elasticità.
- 11 Flessione di una piastra spessa nel caso della deformazione piana. Soluzione approssimata.
- 12 Uso delle serie trigonometriche nella soluzione del problema bidimensionale.
- 13 Soluzione esatta per la striscia rettangolare con condizioni arbitrarie di contorno ai bordi longitudinali e condizioni omogenee ai bordi laterali.
- 14 Altre condizioni al contorno laterale di tipo misto per la striscia.
- 15 Problemi tri/ e bidimensionali delle piastre spesse a molti strati.
- 16 Fondazione elastica a molti strati.

**Il costipamento delle sabbie con rulli vibranti.**

D. J. D'APPOLONIA, R. V. WHITMAN, E. D'APPOLONIA: *Sand compaction with vibratory rollers*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. A.S.C.E., vol. 95, SMI, gennaio 1969.

La ricerca di soddisfacenti soluzioni tecnico-economiche per le fondazioni di importanti strutture e per la costruzione dei grandi rilevati porta a considerare oggi sempre più frequentemente la possibilità di migliorare le caratteristiche dei terreni, riducendone la porosità con l'impiego di un mezzo meccanico. Nel caso dei materiali granulari i processi di addensamento più efficaci sono quelli che si basano sulla vibrazione, che può applicarsi in profondità con vari metodi, fra i quali ha avuto recentemente larga diffusione la vibroflottazione.

Tali metodi sono spesso, tuttavia, molto costosi; si avverte, quindi, un sempre maggiore interesse nello impiego di più economici processi di addensamento, ad esempio, operando dalla superficie con i rulli, che si impiegano comunemente per la posa in opera delle terre.

A tale proposito si pone però il problema di stabilire fino a quale profondità risulti efficace l'azione dei rulli vibranti e quali siano le modalità d'impiego di tali macchinari ai fini di ottenere il massimo effetto di addensamento del terreno.

Con le pur pregevoli ricerche teoriche e sperimentali già compiute sull'argomento non si è ancora riusciti a chiarire del tutto la meccanica del processo di addensamento delle sabbie sotto l'azione dei rulli, nonchè l'influenza dei vari parametri che intervengono per una appropriata scelta del mezzo di costipamento e delle modalità del suo impiego. Tra questi si citano le dimensioni ed il peso del rullo, la frequenza della vibrazione, la velocità di avanzamento, il numero delle passate, nonchè lo spessore e le caratteristiche del materiale, quali la composizione granulometrica ed il contenuto d'acqua.

Nella memoria, che qui si riassume, sono esposti i risultati di un'ampia ricerca sperimentale — frutto della collaborazione di tre ben noti specialisti americani di dinamica dei terreni — nella quale si considera l'effetto di alcuni fra i più importanti fattori, innanzi citati, su di una sabbia di duna con dimensione media dei grani pari

a 0,18 mm e coefficiente di uniformità 1,5.

Nelle esperienze sono stati impiegati due rulli lisci, trainati alla velocità di 0,6 m/sec, con le seguenti caratteristiche:

rullo	peso ton	diametro cm	larghezza cm
R1	12,5	120	190
R2	6,3	110	170

Il costipamento è stato effettuato operando con assegnata frequenza di vibrazione su strati di sabbia asciutta con un determinato numero di passate.

Nel corso delle esperienze sono state misurate le accelerazioni e le tensioni verticali che si destavano per effetto dinamico in vari punti del terreno al disotto del rullo. È stato misurato inoltre il peso dell'unità di volume del materiale a varie profondità prima e dopo il trattamento.

Il piano degli esperimenti, con l'indicazione dei principali fattori sperimentali considerati, risulta dalla tabella seguente:

tipo di rullo	spessore strati cm.	passate n.	frequenza vibrazione hz
R1	240	2	27,5
		5	
		15	
R1	60	45	27,5
		2	
		5	
		15	
R2	240	45	29,5
		8	26
			19

In tutte le esperienze lo spandimento del materiale è stato realizzato con le medesime modalità, raggiungendo un indice di compattezza iniziale di  $0,50 \div 0,60$ .

In fig. 1 sono riportati in diagramma i risultati delle misure del peso secco dell'unità di volume  $\gamma_d$  in funzione della profondità dal piano di campagna per un unico strato di sabbia dello spessore di cm 240 costipato con un variabile numero di passate dal rullo R1.

Si osserva che per un assegnato numero di passaggi, il  $\gamma_d$  cresce al crescere della profondità fino a raggiungere un massimo e poi diminuisce. Al crescere del numero delle passate l'effetto di costipamento aumenta e si fa risentire a profondità sempre più ele-

vate fino ad un massimo di m 1,80 circa, oltre il quale l'indice di compattezza non supera 0,50 ÷ 0,60 anche dopo un elevato numero di passate.

I dati raccolti dimostrano, inoltre, che uno straterello superficiale, di spessore 15 ÷ 30 cm risulta *supervibrato*, cioè resta poco costipato anche dopo numerosi passaggi del rullo. Un'interpretazione di questo comportamento viene fornita in seguito.

In fig. 2 sono rappresentati i risultati delle esperienze effettuate ponendo in opera e costipando il materiale in due strati, ciascuno dello spessore di cm 60. Le curve a tratteggio indicano la distribuzione del  $\gamma_d$  prima del costipamento del secondo strato. Le curve a tratto intero indicano il  $\gamma_d$  ottenuto dopo che entrambi gli strati sono stati posti in opera e costipati. Dalle differenze fra le ascisse delle due curve risulta che il costipamento del secondo strato determina un incremento del  $\gamma_d$  nella zona della supervibrazione relativa al primo strato, ma produce un trascurabile effetto al di sotto della quota del massimo addensamento già ottenuto nel costipamento del primo strato.

Dal confronto dei risultati di queste due serie di esperienze si deduce che, per ottenere la migliore posa in opera del materiale, lo spessore degli strati deve essere all'incirca pari alla profondità alla quale si ottiene il massimo addensamento con un singolo strato di notevole spessore.

Infatti, adottando spessori maggiori, il materiale risulterebbe quasi sciolto nella zona dove si verifica la supervibrazione e molto compatto nella zona centrale di ogni singolo strato; al contrario, per spessori inferiori alla profondità del massimo addensamento, gran parte dell'energia di costipamento sarebbe spesa in inutili, ripetute azioni di supervibrazione.

Stabilito un numero minimo di almeno due passate per garantire il costipamento su tutta la superficie, gli AA., tenuto conto dei risultati sperimentali ottenuti, suggeriscono di adottare per sabbie del tipo studiato e poste in opera all'asciutto, strati dello spessore di 45 cm. per ottenere un indice di compattezza ovunque pari ad almeno 0,75.

Passando a considerare l'influenza della frequenza di vibrazione dei rulli, gli AA. presentano i grafici della fig. 3 ricavati da misure dirette di spostamenti ed accelerazioni della sommità del tamburo del rullo durante il suo funzionamento.

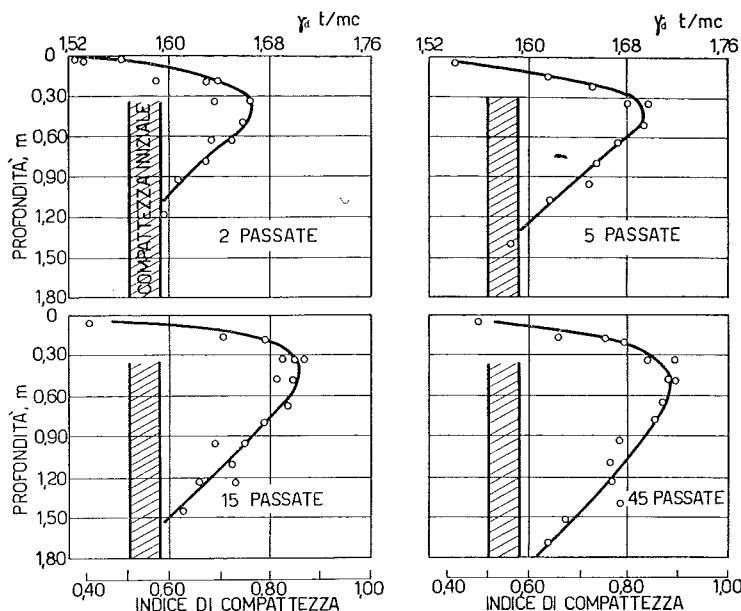


Fig. 1 - Influenza del numero delle passate sui risultati del costipamento con il rullo R1 da 12,5 ton su strato dello spessore di m 2,40.

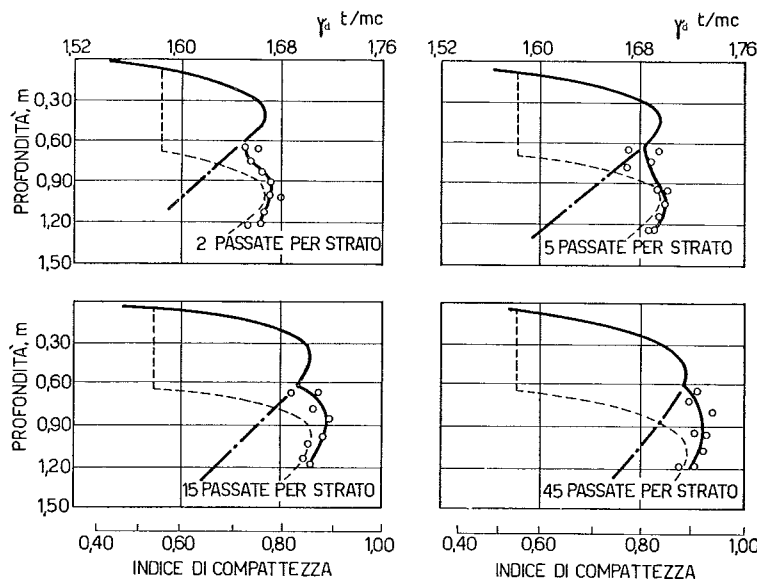


Fig. 2 - Influenza del numero delle passate sui risultati del costipamento con il rullo R1 da 12,5 ton su due strati dello spessore di m 0,60 ciascuno.

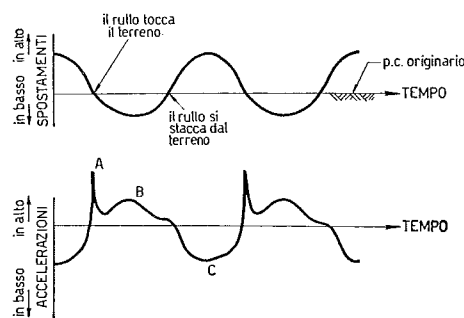


Fig. 3. - Spostamenti ed accelerazioni verticali del tamburo di un rullo vibrante in funzione del tempo.

Si osserva che il rullo non è in contatto con il terreno per almeno una metà del ciclo di vibrazione; l'accelerazione presenta dei massimi nell'istante in cui il rullo tocca il terreno (punto A) ed inoltre nelle due posizioni di massimo spostamento verso l'alto (punto B) e verso il basso (punto C).

Viene, quindi, riportata una relazione sperimentale di tipo quadratico che intercorre fra la massima accelerazione del tamburo e la frequenza di vibrazione dei rulli; l'accelerazione dipende ovviamente dalla rigidità del terreno, che, tuttavia, non varia apprezzabilmente con il numero delle passate a causa del fenomeno della supervibrazione che si verifica nello straterello superficiale.

Nella fig. 4 è indicata, in funzione della profondità, la distribuzione del peso  $\gamma_d$  ottenuto dopo 8 passate del rullo R2 con tre diversi valori della frequenza di vibrazione. Risulta chiaramente che tale frequenza esercita un notevole effetto sul risultato del costipamento e che per ottenere il massimo addensamento occorre operare con la più elevata frequenza. Si conferma anche che un costipamento effettuato con rulli lisci statici su materiale incoerente sarebbe del tutto privo di efficacia.

Nelle figg. 4 b e c sono rappresentati, sempre in funzione della profondità, rispettivamente, i valori del rapporto

$$\frac{\sigma_{d \max}}{\sigma_0}$$

fra l'incremento  $\sigma_{d \max}$  che

la tensione verticale nel terreno subisce per l'effetto dinamico e la tensione preesistente  $\sigma_0$ , e i valori del rapporto fra la massima accelerazione verticale nel terreno e l'accelerazione di gravità  $g$ . Si osserva che al crescere della frequenza tali rapporti si incrementano sensibilmente.

Tenuto conto che il complesso rullo-terreno è un sistema vibrante dotato di un elevato coefficiente di smorzamento e che quindi alla frequenza di risonanza non corrisponde un ben definito massimo delle grandezze innanzi menzionate, è probabile che il massimo effetto di costipamento si verifichi anche per frequenze superiori a quelle adottate nelle esperienze.

Attraverso l'elaborazione dei risultati delle misure delle tensioni e delle accelerazioni verticali effettuate in vari punti del terreno durante la vibrazione gli AA. distinguono tre situazioni tipiche che si presentano nella zona di terreno interessata della vibrazione. La prima, che si verifica prevalentemente

nella fascia superficiale compresa all'incirca fra le profondità di m 0,15 e 0,60 è caratterizzata da una successione di intervalli di tempo, in cui i grani del materiale si spostano verso il basso per caduta libera in assenza di sforzi intergranulari, seguiti da fasi di ur-

to. I fenomeni che si verificano in questa fascia del terreno determinano il massimo effetto di addensamento.

Nella seconda situazione, che si verifica a profondità superiore a m 0,60 circa, l'addensamento è causato da sforzi ripetuti, che, tuttavia, non si an-

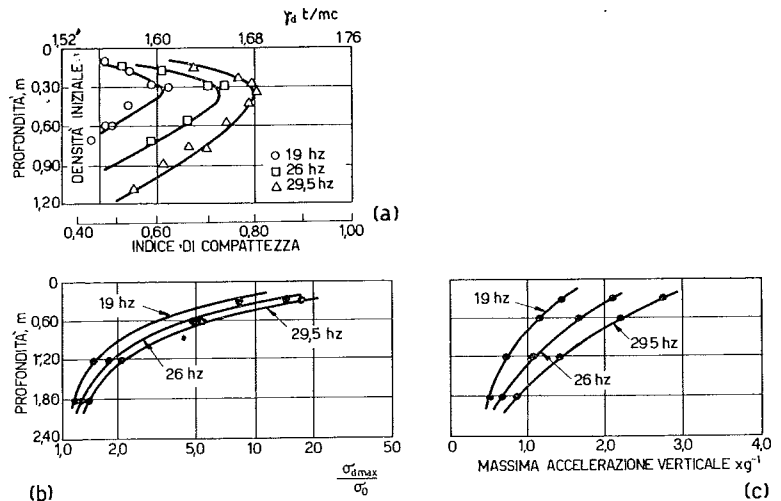


Fig. 4. - Influenza della frequenza (a) sul peso dell'unità di volume, (b) sulle tensioni e (c) sulle accelerazioni che si destano nel sottosuolo per effetto di 8 passaggi del rullo R2 da 6,3 ton.

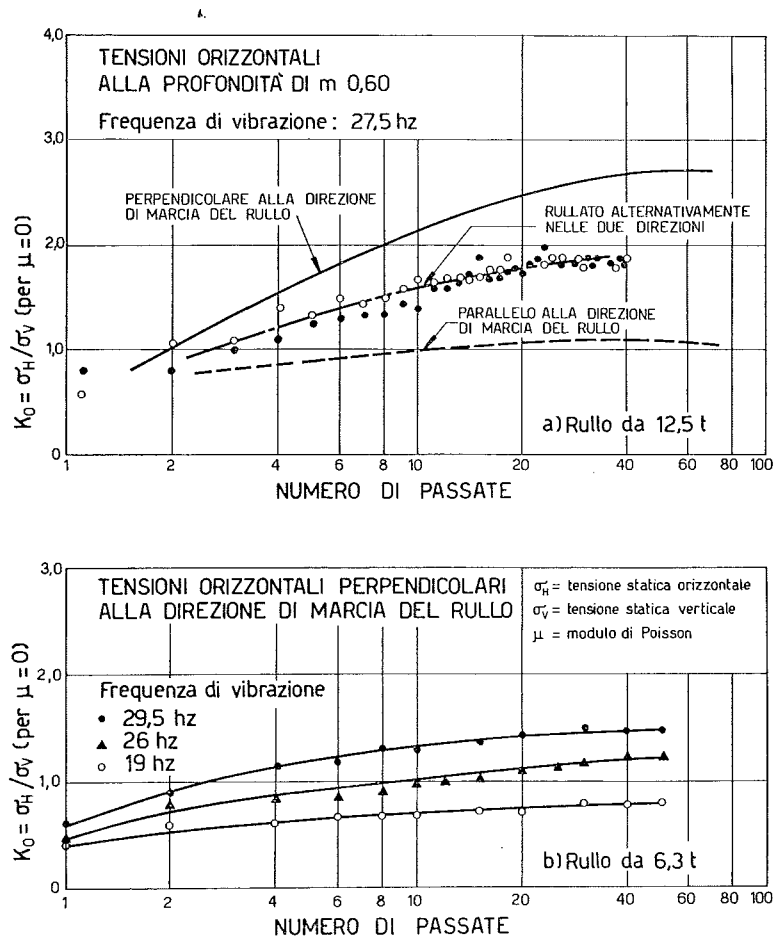


Fig. 5. - Influenza del numero delle passate, della frequenza di vibrazione e della direzione del rullaggio sui valori del coefficiente di spinta a riposo  $k_0$ .

nullano mai e pertanto non si raggiungono le condizioni di caduta libera per i grani. L'effetto di addensamento che si raggiunge in questa zona è relativamente modesto.

La terza condizione, limitata ad una zona nell'immediato intorno del rullo, è caratterizzata da un violento irregolare moto di agitazione dei grani che dà luogo alla cosiddetta *supervibrazione* che non favorisce il costipamento.

Un'ultima serie di misure è stata effettuata per valutare la variazione che il costipamento induce negli sforzi normali agenti sui piani verticali nel terreno, cioè sul valore del coefficiente di spinta a riposo  $k_0$ .

È risultato così che tale coefficiente cresce al crescere del numero dei passaggi del rullo. Inoltre, i valori di  $k_0$  sono alquanto diversi, secondo che si considerano gli sforzi normali agenti su piani verticali paralleli o perpendicolari alla direzione di marcia del rullo. Come risulta dalla fig. 5 il valore massimo di  $k_0$  si verifica sul piano perpendicolare alla direzione di marcia del rullo ed il minimo nella direzione ortogonale. Valori intermedi di  $k_0$  e all'incirca eguali nelle due direzioni si ottengono se le operazioni di costipamento vengono effettuate con uno schema a croce, alternativamente nelle due direzioni.

La fig. 5b mostra l'influenza della frequenza di vibrazione sui valori di  $k_0$  in direzione perpendicolare al percorso del rullo. Si osserva che le tensioni più elevate si ottengono alle più alte frequenze.

Questi interessanti risultati dimostrano che la vibrazione, se opportunamente applicata, può migliorare notevolmente le proprietà del materiale, oltre che per la riduzione della porosità, anche perché induce uno stato di precompressione con valori di  $k_0$  notevolmente elevati.

Dalla memoria qui segnalata si traggono, in conclusione, notizie molto interessanti per le pratiche applicazioni sulla profondità alla quale si estende l'effetto del costipamento e quindi sul più opportuno spessore da assegnare agli strati, nonché sull'influenza della frequenza di vibrazione e del numero delle passate.

La ricerca ha posto in luce che il miglior effetto di addensamento è determinato da un'opportuna combinazione di valori delle tensioni dinamiche e delle accelerazioni che si destano nel terreno per effetto del passaggio di un rullo vibrante.

(Ruggiero Jappelli)

#### La resistenza a taglio tecnicamente significativa delle argille fessurate.

K. Y. Lo: *The operational strength of fissured clays*. Géotechnique, vol. XX, n. 1.

Come è noto, numerose formazioni naturali di argille, in particolar modo di argille dure, sono interessate da sistemi di discontinuità di varia natura ed origine che nel seguito indicheremo genericamente come « fessure ». Lungo tali fessure la resistenza a taglio dell'argilla è molto minore di quella che compete al materiale intatto. Ne consegue che i valori della resistenza misurata su piccoli campioni di materiale intatto sono più elevati di quelli che si ottengono operando su campioni di dimensioni via via crescenti, per i quali aumenta progressivamente la probabilità di interessare con la rottura una o più fessure. Si pone poi il problema di valutare il valore della resistenza che deve essere considerato rappresentativo del comportamento di una formazione nel suo insieme; valore questo che, come è ovvio, interessa ai fini delle applicazioni tecniche.

L'argomento è stato affrontato recentemente da Lo nell'articolo che qui si recensisce. L'A. introduce dapprima i concetti di « resistenza del materiale

intatto e la resistenza delle fessure <sup>(1)</sup>.

L'A. discute dapprima le espressioni proposte da WEIBULL [1939], PROTODYAKONOV [1964] e BISHOP [1967] per collegare la resistenza alla dimensione dei campioni, giungendo alla conclusione che nessuna di esse può essere ritenuta soddisfacente sia per limitazioni di carattere concettuale, sia perché esse non risultano in accordo con l'evidenza sperimentale disponibile.

Viene quindi proposta la seguente espressione:

$$C = C_m + (C_0 - C_m) \exp \{-\alpha (a - a_0)^{-\beta}\} \quad (1)$$

in cui oltre ai simboli già introdotti nella fig. 1, appaiono i due parametri  $\alpha$  e  $\beta$  che possono assumere qualsiasi valore positivo e che rappresentano un indice dell'intensità dello stato di fessurazione della formazione in esame.

È da notare che l'A. fa riferimento alla resistenza in condizioni di drenaggio impedito; ciò semplifica notevolmente il problema in quanto permette di operare con un solo parametro, e cioè la coesione non drenata  $C$ . Quanto alla dimensione  $a$ , ad essa viene dato il significato di area della superficie di rottura; con tale definizione è possibile correlare fra loro risultati di prove di tipo diverso, quali ad esempio quelle

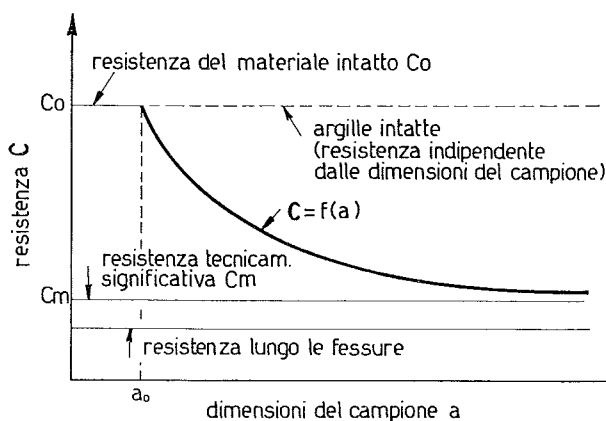


Fig. 1. - Variazione della resistenza non drenata  $C$  di un'argilla in funzione della dimensione  $A$  del campione.

intatto», di « resistenza delle fessure », di « resistenza tecnicamente significativa »; il significato di tali termini è illustrato dalla fig. 1. Come è facilmente comprensibile, la resistenza tecnicamente significativa di una formazione argillosa è quella cui si tende quando la dimensione del campione assume valori molto elevati; essa è compresa fra

(<sup>1</sup>) Nel caso di formazioni di argille intatte [vedi ad es. Croce *et al.*, 1969] si ha  $C_m = C_0$ . Il caso opposto, e cioè quello per cui la resistenza tecnicamente significativa coincide con la resistenza lungo le fessure, può verificarsi in alcune situazioni particolari, come ad esempio quando la rottura ha luogo lungo una superficie di scorrimento preesistente [SKEMPTON, 1964] o per effetto di fenomeni di rottura progressiva [BJERRUM, 1967].