

Il calcolo automatico delle tensioni in un terreno di fondazione sollecitato su strisce parallele del piano limite *

M. TORTORICI - G. UMILTÀ **

SOMMARIO: Nel presente lavoro si studia lo stato di sollecitazione indotto nel sottosuolo da un sistema di carichi applicati su N strisce indefinite e parallele del piano limite, con risultante comunque inclinata di un angolo α rispetto al piano di posa.

Il problema viene risolto adottando un nuovo sistema di riferimento e modificando opportunamente il programma di calcolo automatico sviluppato per una precedente ricerca [TORTORICI e UMILTÀ, 1967].

La teoria esposta viene applicata al tracciamento delle curve isobare della σ_z/s che si desta nel sottosuolo per effetto di un carico s uniformemente distribuito su $N=3$ strisce parallele del piano limite ed inclinato dell'angolo $\alpha = \arctg 10$, nell'ipotesi che il terreno sia privo di peso.

1. Oggetto della ricerca.

La conoscenza delle tensioni che si destano nel sottosuolo per effetto dei carichi agenti sul piano di posa è il presupposto indispensabile per la risoluzione di qualsiasi problema di fondazione. A tal fine un efficace quadro d'insieme delle sollecitazioni agenti nel terreno, può ottenersi, in molti casi, ricorrendo alla rappresentazione dello stato tensionale con curve isobare.

La costruzione di queste curve richiede, tuttavia, anche in casi relativamente semplici, lunghe e laboriose calcolazioni numeriche.

Il problema è stato risolto in un precedente lavoro per il caso di carichi agenti su una striscia indefinita del piano limite, a mezzo di un programma di calcolo automatico, che consente il tracciamento delle isobare per punti [TORTORICI e UMILTÀ, 1967].

Scelto un sistema di riferimento, che particolarmente si presta per la costruzione dell'algoritmo [JAPPELLI e TORTORICI, 1966], si sono determinate le espressioni delle tensioni nel predetto sistema nelle usuali ipotesi che il terreno sia un semispazio elastico, omogeneo, isotropo, caratterizzato da elasticità

lineare e sollecitato sui piani verticali perpendicolari alle rette di guida della striscia, da carichi con andamento costante o linearmente variabile.

Le curve isobare delle σ_z , σ_x e τ_{xz} e delle tensioni principali σ_1 e σ_3 si sono tracciate per punti, nel generico semipiano verticale, con un programma di calcolo automatico.

Nella fig. 1 è indicato il sistema di riferimento adottato e le espressioni che le tensioni, relative a quattro casi semplici, assumono in tale sistema.

Nell'impostazione del problema si è tenuto conto altresì di un sovraccarico uniformemente distribuito sul piano limite, di intensità γh , e del peso proprio del terreno. I due carichi generano una tensione $\sigma_{z0} = \gamma (z + h)$ e una $\sigma_{x0} = k_0 \sigma_{z0}$, dove k_0 è il coefficiente di spinta a riposo del terreno [JAPPELLI e TORTORICI, 1967].

Nella presente nota si riprende il medesimo problema per ricercarne una soluzione nel caso più generale in cui il carico sia applicato su N strisce del piano limite, indefinite e parallele: si studia pertanto un nuovo sistema di riferimento e si modifica opportunamente il programma di calcolo automatico già studiato.

La teoria che si espone, è stata applicata al calcolo delle curve isobare della σ_z generata da un carico inclinato uniformemente distribuito su tre strisce parallele giacenti sul piano limite.

2. Sistema di riferimento.

Per le ipotesi ammesse, il problema può essere studiato in un generico semipiano verticale, la cui traccia sul piano limite, retta limite, è perpendicolare alle rette parallele di guida delle strisce di carico.

* La ricerca, svolta con il contributo del *Consiglio Nazionale delle Ricerche* nel *Centro Geotecnico della Sicilia*, presso l'*Istituto di Idraulica* della *Facoltà di Ingegneria di Palermo*, è dovuta per l'impostazione generale e la parte teorica geotecnica a G. Umiltà; per la scelta del sistema di riferimento e la realizzazione dell'algoritmo a M. Tortorici. Il manoscritto è pervenuto in redazione il 20 luglio 1968.

** Maria TORTORICI, Ass. Ord. e Prof. Inc. nella *Facoltà di Ingegneria di Palermo*.

Guido UMILTÀ, Ass. Inc. presso la *Facoltà di Ingegneria di Palermo*.

Per la scelta di un opportuno sistema di riferimento ai fini della posizione del problema e della impostazione del relativo programma di calcolo numerico, si consideri un sistema di assi cartesiani ortogonali $0xz$, orientati come in fig. 2 a, ove $z = 0$ è l'equazione della retta limite. Il semipiano che qui interessa è quello delle $z > 0$.

Siano:

$R_1 S_1, R_2 S_2, \dots, R_{i-1} S_{i-1}, R_i S_i, \dots, R_N S_N$
 gli estremi delle tracce delle strisce di carico sulla

tato nel verso $\overrightarrow{S_i P}$, che con il semiasse positivo delle x formi l'angolo ϑ'_i valutato nel verso antiorario; analogamente sia ϑ''_i il raggio uscente da R_i che formi l'angolo ϑ''_i .

La intersezione, al finito, di ϑ'_i e ϑ''_i è un punto proprio P del semipiano $z > 0$. La coppia ordinata di angoli $(\vartheta'_i, \vartheta''_i)$, riferita alla traccia $R_i S_i$ della i -esima striscia di carico, individua il punto P del semipiano $z > 0$. Il punto P si dirà di *coordinate topografiche* $(\vartheta'_i, \vartheta''_i)$ rispetto al segmento $R_i S_i$ [JAPPELLI e TORTORICI, 1967].

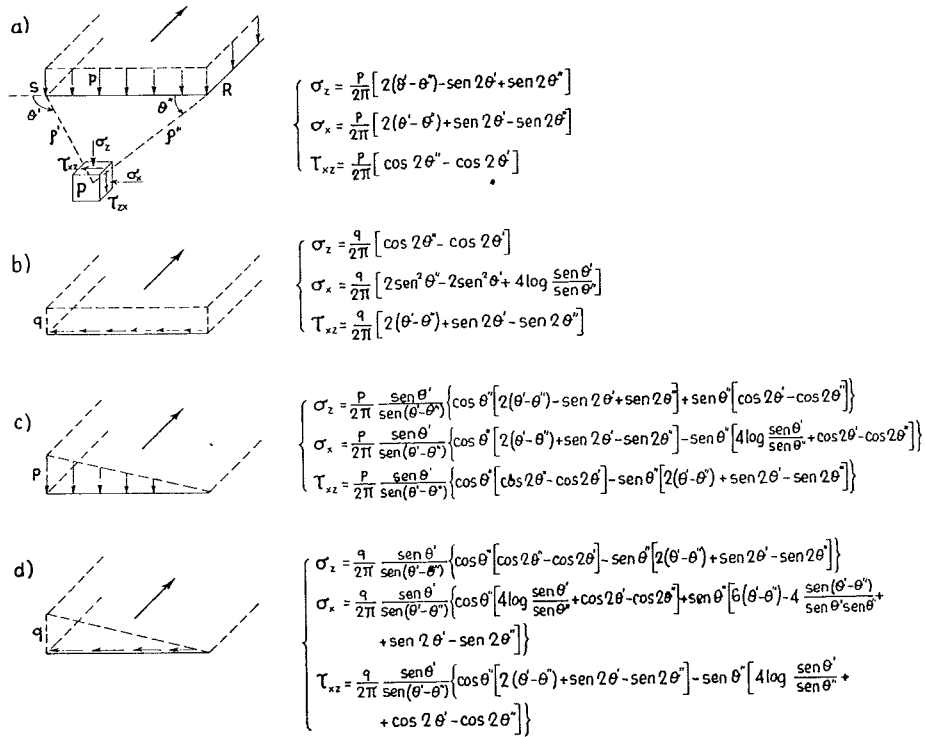


Fig. 1. - Sistema di riferimento in *coordinate topografiche* $(\vartheta', \vartheta'')$ ed espressioni delle tensioni in quattro casi semplici (*). [TORTORICI e UMILTÀ, 1967].

retta limite, contate nel verso delle x positive a partire dall'origine, ordinatamente di larghezza:

$$b_1, b_2, \dots, b_{i-1}, b_i, \dots, b_N$$

e situate alle rispettive distanze:

$$d_1, \dots, d_{i-1}, \dots, d_{N-1}.$$

Un generico punto P del semipiano $z > 0$ è individuato, con riferimento alla traccia $R_i S_i$ della i -esima striscia di carico ($i \leq N$), da una coppia ordinata di angoli $(\vartheta'_i, \vartheta''_i)$ nel seguente modo. Dato ϑ'_i , sia ϱ'_i il raggio uscente da S_i orien-

Da un punto proprio P $(\vartheta'_i, \vartheta''_i)$ del semipiano $z > 0$, il segmento $R_i S_i$ è sempre visto sotto l'angolo:

$$\vartheta'_i - \vartheta''_i > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

Siano r_i ed s_i rispettivamente le ascisse dei punti R_i ed S_i ; si ha:

$$(1) \quad \begin{cases} \operatorname{tg} \vartheta'_i = \frac{z}{x - s_i} \\ \operatorname{tg} \vartheta''_i = \frac{z}{x - r_i} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

Si consideri il fascio di rette di centro R_i di equazione:

$$(2) \quad z = (x - r_i) \operatorname{tg} \vartheta''_i$$

(*) Si osservi che le espressioni delle tensioni indotte in un punto P $(\vartheta', \vartheta'')$ da condizioni di carico simmetriche di quelle c) e d), rispetto ad un asse verticale passante per il centro della striscia, si ottengono da quelle qui indicate sostituendo $\pi - \vartheta''$ a ϑ' e $\pi - \vartheta'$ a ϑ'' .

I punti P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) della generica retta di tale fascio devono soddisfare la seguente limitazione nel semipiano $z > 0$:

$$(3) \quad 0 < \vartheta''_i < \vartheta'_i < \pi$$

Risulta dalle (1):

$$\begin{cases} x - s_i = \frac{z}{\operatorname{tg} \vartheta'_i} \\ x - r_i = \frac{z}{\operatorname{tg} \vartheta''_i} \end{cases}$$

da cui:

$$(4) \quad z = \frac{b_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \operatorname{sen} \vartheta''_i}{\operatorname{sen} (\vartheta'_i - \vartheta''_i)}$$

Siano ($\vartheta'_m, \vartheta''_m$) le coordinate topografiche del punto P rispetto alla m-esima traccia $R_m S_m$; con semplici passaggi si ottiene, (fig. 2 a, 2 b):

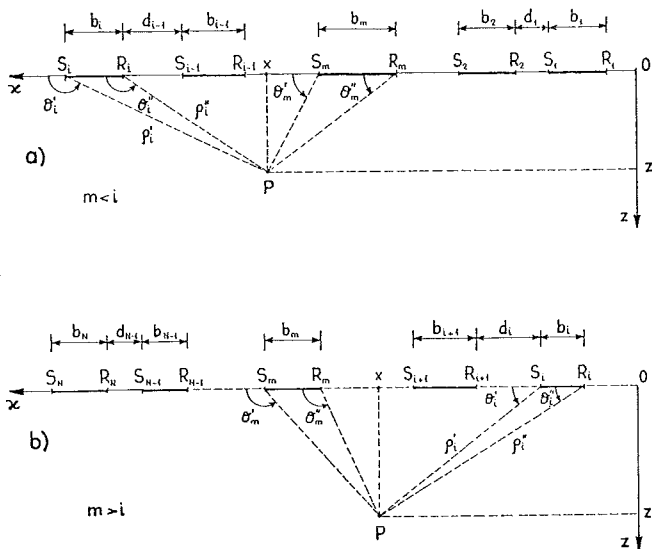


Fig. 2. - Sistema di riferimento relativo ad una successione di N strisce di carico.

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} \vartheta'_m &= \frac{b_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \operatorname{sen} \vartheta''_i}{b_i \operatorname{sen} \vartheta''_i \cos \vartheta'_i + \left(\sum_{j=m+1}^i b_j + \sum_{j=m}^{i-1} d_j \right) \operatorname{sen} (\vartheta'_i - \vartheta''_i)} \\ \operatorname{tg} \vartheta''_m &= \frac{b_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \operatorname{sen} \vartheta''_i}{b_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \cos \vartheta''_i + \left(\sum_{j=m}^{i-1} b_j + \sum_{j=m}^{i-1} d_j \right) \operatorname{sen} (\vartheta'_i - \vartheta''_i)} \end{aligned} \right.$$

$m = 1, 2, \dots, i - 1.$

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \operatorname{tg} \vartheta'_m &= \frac{b_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \operatorname{sen} \vartheta''_i}{b_i \operatorname{sen} \vartheta''_i \cos \vartheta'_i - \left(\sum_{j=i+1}^m b_j + \sum_{j=i}^{m-1} d_j \right) \operatorname{sen} (\vartheta'_i - \vartheta''_i)} \\ \operatorname{tg} \vartheta''_m &= \frac{b_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \operatorname{sen} \vartheta''_i}{b_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \cos \vartheta''_i - \left(\sum_{j=i}^{m-1} b_j + \sum_{j=i}^{m-1} d_j \right) \operatorname{sen} (\vartheta'_i - \vartheta''_i)} \end{aligned} \right.$$

$m = i + 1, i + 2, \dots, N.$

Le coordinate topografiche ($\vartheta'_m, \vartheta''_m$) di un punto P rispetto al segmento:

$$R_m S_m \quad (m = 1, 2, \dots, i - 1, i + 1, \dots, N)$$

possono dunque esprimersi come funzione delle coordinate topografiche ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) dello stesso punto P rispetto al segmento $R_i S_i$, traccia della i-esima

striscia di carico, che si assume come *striscia di riferimento*.

3. Espressioni delle tensioni.

Un carico agente su una striscia di traccia $R_i S_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$), scomponibile in sistemi di carico

elementari come in fig. 1, genera nel punto P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) le tensioni $\sigma_{zi}, \sigma_{xi}, \tau_{xzi}$, che si ottengono, applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, per somma delle tensioni relative ai singoli carichi elementari agenti sulla medesima striscia *i*-esima.

Le tensioni indotte nel medesimo punto

$$P (\vartheta'_i, \vartheta''_i)$$

da un sistema di carico agente su più strisce, parallele del piano limite sono date dalle seguenti formule:

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z = \sigma_{z0} + \sigma_{zi} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^N \sigma_{zm} \\ \sigma_x = \sigma_{x0} + \sigma_{xi} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^N \sigma_{xm} \\ \tau_{xz} = \tau_{xzi} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^N \tau_{xzm} \end{array} \right.$$

dove:

σ_{z0}, σ_{x0} , sono le tensioni generate in P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$)

dal peso proprio e da un carico uniformemente distribuito sul piano limite;

$\sigma_{zi}, \sigma_{xi}, \tau_{xzi}$ sono le tensioni generate in P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$)

dal carico agente sulla striscia di riferimento di traccia $R_i S_i$;

$\sigma_{zm}, \sigma_{xm}, \tau_{xzm}$ sono le tensioni generate in P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) dal carico agente sulla generica striscia di traccia $R_m S_m$ ($m = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, N$).

Le tensioni $\sigma_{z0} = \gamma (z+h)$ e $\sigma_{x0} = k_0 \gamma (z+h)$ si calcolano, tenendo presente la (4), in base alle coordinate topografiche ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) relative al segmento $R_i S_i$. Con le medesime coordinate si calcolano le $\sigma_{zi}, \sigma_{xi}, \tau_{xzi}$. Le tensioni $\sigma_{zm}, \sigma_{xm}, \tau_{xzm}$ si calcolano, invece, in base alle coordinate topografiche ($\vartheta'_m, \vartheta''_m$), che a loro volta possono esprimersi tramite le ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) per le (5) e (6).

A titolo di esempio si riportano in forma adimensionale le espressioni delle tensioni $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$ in P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) ($i = 1, 2, 3$) relative alla configurazione di carico *a*) di fig. 3, la quale si scompone nei carichi elementari *b), c), d)*:

$$(8) \left\{ \begin{array}{l} \sigma_z/s_1 = \left[\frac{B_1 \text{ sen } \vartheta'_1 \text{ sen } \vartheta''_1}{\text{sen } (\vartheta'_1 - \vartheta''_1)} + A \right] + \frac{\text{sen } \alpha_1 - A}{2\pi} \left[2 (\vartheta'_1 - \vartheta''_1) - \text{sen } 2 \vartheta'_1 + \text{sen } 2 \vartheta''_1 \right] + \\ + \frac{\cos \alpha_1}{2\pi} \left[\cos 2 \vartheta''_1 - \cos 2 \vartheta'_1 \right] + \frac{C_2 \text{ sen } \alpha_2 - A}{2\pi} \left[2 (\vartheta'_2 - \vartheta''_2) - \text{sen } 2 \vartheta'_2 + \text{sen } 2 \vartheta''_2 \right] + \\ + \frac{C_2 \cos \alpha_2}{2\pi} \left[\cos 2 \vartheta''_2 - \cos 2 \vartheta'_2 \right] + \frac{C_3 \text{ sen } \alpha_3 - A}{2\pi} \left[2 (\vartheta'_3 - \vartheta''_3) - \text{sen } 2 \vartheta'_3 + \text{sen } 2 \vartheta''_3 \right] + \\ + \frac{C_3 \cos \alpha_3}{2\pi} \left[\cos 2 \vartheta''_3 - \cos 2 \vartheta'_3 \right] \\ \sigma_x/s_1 = k_0 \left[\frac{B_1 \text{ sen } \vartheta'_1 \text{ sen } \vartheta''_1}{\text{sen } (\vartheta'_1 - \vartheta''_1)} + A \right] + \frac{\text{sen } \alpha_1 - A}{2\pi} \left[2 (\vartheta'_1 - \vartheta''_1) + \text{sen } 2 \vartheta'_1 - \text{sen } 2 \vartheta''_1 \right] + \\ + \frac{\cos \alpha_1}{2\pi} \left[2 \text{ sen}^2 \vartheta''_1 - 2 \text{ sen}^2 \vartheta'_1 + 4 \log \frac{\text{sen } \vartheta'_1}{\text{sen } \vartheta''_1} \right] + \frac{C_2 \text{ sen } \alpha_2 - A}{2\pi} \left[2 (\vartheta'_2 - \vartheta''_2) + \right. \\ \left. + \text{sen } 2 \vartheta'_2 - \text{sen } 2 \vartheta''_2 \right] + \frac{C_2 \cos \alpha_2}{2\pi} \left[2 \text{ sen}^2 \vartheta''_2 - 2 \text{ sen}^2 \vartheta'_2 + 4 \log \frac{\text{sen } \vartheta'_2}{\text{sen } \vartheta''_2} \right] + \\ + \frac{C_3 \text{ sen } \alpha_3 - A}{2\pi} \left[2 (\vartheta'_3 - \vartheta''_3) + \text{sen } 2 \vartheta'_3 - \text{sen } 2 \vartheta''_3 \right] + \frac{C_3 \cos \alpha_3}{2\pi} \left[2 \text{ sen}^2 \vartheta''_3 - \right. \\ \left. - 2 \text{ sen}^2 \vartheta'_3 + 4 \log \frac{\text{sen } \vartheta'_3}{\text{sen } \vartheta''_3} \right] \end{array} \right.$$

$$(8) \left\{ \begin{aligned} & \frac{\tau_{xz}/s_1}{2\pi} \left[\cos 2\vartheta''_1 - \cos 2\vartheta'_1 + \frac{\cos \alpha_1}{2\pi} \left[2(\vartheta'_1 - \vartheta''_1) + \sin 2\vartheta'_1 - \sin 2\vartheta''_1 \right] \right] + \\ & + \frac{C_2 \sin \alpha_2 - A}{2\pi} \left[\cos 2\vartheta''_2 - \cos 2\vartheta'_2 \right] + \frac{C_2 \cos \alpha_2}{2\pi} \left[2(\vartheta'_2 - \vartheta''_2) + \sin 2\vartheta'_2 - \sin 2\vartheta''_2 \right] + \\ & + \frac{C_3 \sin \alpha_3 - A}{2\pi} \left[\cos 2\vartheta''_3 - \cos 2\vartheta'_3 \right] + \frac{C_3 \cos \alpha_3}{2\pi} \left[2(\vartheta'_3 - \vartheta''_3) + \sin 2\vartheta'_3 - \sin 2\vartheta''_3 \right] \end{aligned} \right.$$

avendo posto:

$$A = \frac{\gamma h}{s_1} \quad B_i = \frac{\gamma b_i}{s_1} \quad C_2 = \frac{s_2}{s_1} \quad C_3 = \frac{s_3}{s_1}$$

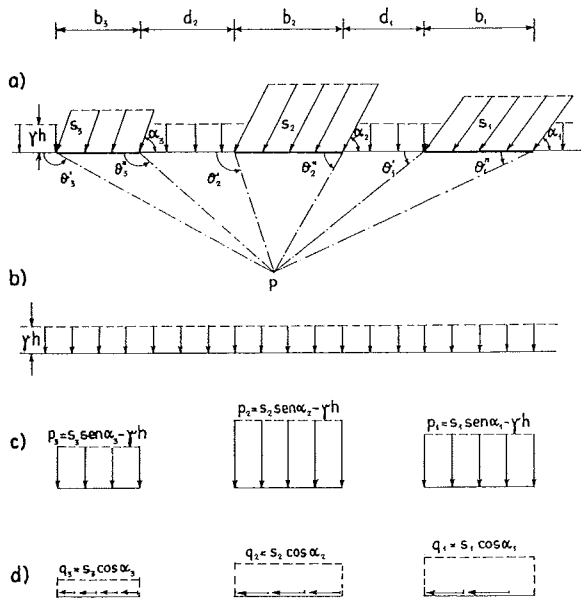


Fig. 3. - Esempio di scomposizione di un carico in carichi elementari.

È evidente che una espressione qualsiasi del tipo (8) per le formule di trasformazione (5) e (6) può indicarsi brevemente con:

$$(9) f(t; \alpha_1, \dots, \alpha_N; A, B_i, k_0, C_2, \dots, C_N; \vartheta'_i, \vartheta''_i) = 0$$

dove t è il valore della generica tensione espressa in forma adimensionale.

4. Programma di calcolo.

4-1. Generalità.

Per un qualunque fissato sistema di carico elementare o composto agente su strisce parallele del piano limite le espressioni delle tensioni sono sempre del tipo (9). Il problema di studiare il luogo dei punti aventi assegnata tensione t , noti i va-

lori dei parametri $\alpha_1, \dots, \alpha_N, A, B_i, k_0, C_2, \dots, C_N$ si traduce, quindi, nel ricercare i valori $\vartheta'_i, \vartheta''_i$ che soddisfano una equazione del tipo (9).

Fissato, dunque, un valore ϑ''_i soddisfacente la (3), il primo membro della (9) è funzione continua della variabile ϑ'_i , nell'intervallo chiuso $(\vartheta''_i + \varepsilon, \pi - \eta)$ con $\varepsilon > 0, \eta > 0$ arbitrari.

I valori ϑ'_i , radici dell'equazione (9), per i fissati parametri, si separano percorrendo l'intervallo $(\vartheta''_i + \varepsilon, \pi - \eta)$ con un passo $p_{\vartheta'_i}$; una volta separate le radici, esse si approssimano con un algoritmo oggetto di precedenti lavori a cui si rimanda per maggiori dettagli [JAPPELLI e TORTORICI, 1967]; [TORTORICI e UMILTÀ, 1967].

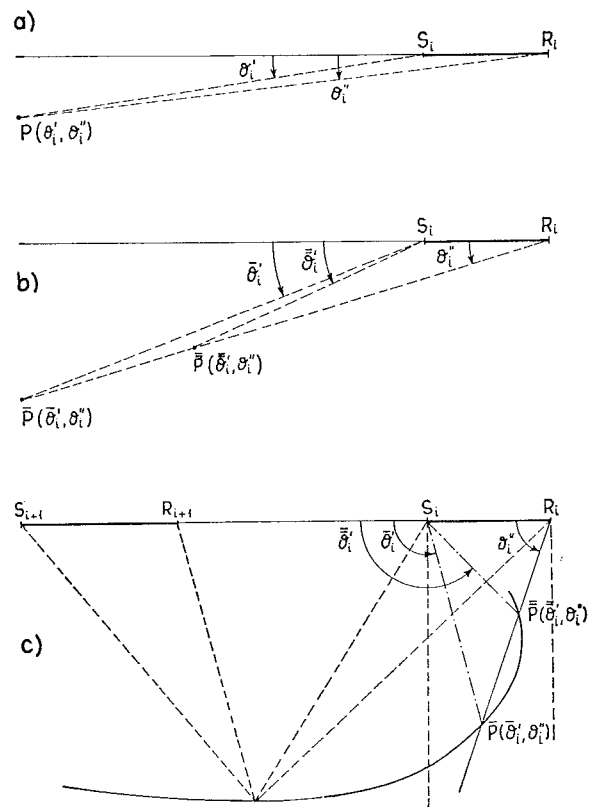


Fig. 4

Si noti che possono presentarsi i seguenti casi:

a) un punto P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) sia tale che (fig. 4 a):

$$\vartheta'_i - \vartheta''_i \cong 0.$$

In tale circostanza la rappresentazione grafica del punto P nel semipiano è assai incerta. Inoltre, il fattore

$$\frac{B_i \operatorname{sen} \vartheta'_i \operatorname{sen} \vartheta''_i}{\operatorname{sen} (\vartheta'_i - \vartheta''_i)}$$

del primo termine del secondo membro delle σ_x/s_1 e σ_y/s_1 potrebbe non essere più rappresentabile nella convenzione adottata per la virgola mobile.

b) due punti $\bar{P} (\bar{\vartheta}'_i, \bar{\vartheta}''_i)$, $\bar{\bar{P}} (\bar{\bar{\vartheta}}'_i, \bar{\bar{\vartheta}}''_i)$ appartenenti alla medesima isobara, siano tali che (fig. 4 b):

$$\bar{\vartheta}'_i - \bar{\bar{\vartheta}}'_i \cong 0.$$

Ciò non significa necessariamente che il segmento $\bar{P} \bar{\bar{P}}$ sia di lunghezza molto piccola.

Per calcolare $\bar{\vartheta}'_i, \bar{\bar{\vartheta}}'_i$ bisogna scegliere un passo $p_{\vartheta'_i}$ notevolmente piccolo; ciò comporta grande dispendio di tempo di calcolo.

Le prove eseguite hanno richiesto, in alcuni casi, la scelta di $p_{\vartheta'_i}$ dell'ordine del secondo di grado.

È appena il caso di osservare che per due punti $\bar{P}, \bar{\bar{P}}$ appartenenti ad una isobara, situata nella zona del semipiano $z > 0$ compresa tra le due rette perpendicolari in R_i ed S_i alla retta limite, anche se molto vicini fra loro, risulta in genere (fig. 4 c), che non è più:

$$\bar{\vartheta}'_i - \bar{\bar{\vartheta}}'_i \cong 0.$$

Questi punti sono più facilmente individuabili graficamente quando la striscia di riferimento è proprio la R_i, S_i .

Il tratto di isobara compreso nella zona del semipiano interno alle verticali passanti per gli estremi S_i, R_{i+1} delle tracce di due strisce di carico consecutive $R_i, S_i, R_{i+1}, S_{i+1}$ è in generale più facilmente tracciabile quando sono disponibili le coordinate topografiche dei suoi punti relative ad entrambe le strisce.

Per le considerazioni di cui sopra si è ritenuto opportuno impostare il calcolo numerico con un programma che, con processo iterativo automatico, ricercasse le radici di una equazione del tipo (9) assumendo come striscia di riferimento le strisce di carico nella loro successione $R_i, S_i, \dots, R_N, S_N$.

Con questo procedimento è possibile costruire un'isobara assegnando al passo $p_{\vartheta'_i}$ un valore molto maggiore di quello che sarebbe necessario con una striscia di riferimento fissa.

Da prove eseguite si ritiene che per ottenere risultati soddisfacenti è, in genere sufficiente assegnare al passo $p_{\vartheta'_i}$ un valore compreso fra 5° e 10° .

4-2. Processo di calcolo.

In un precedente lavoro [TORTORICI e UMITÀ, 1967] è stato descritto un programma di calcolo⁽¹⁾, che, al variare della tensione t , dell'angolo α di inclinazione del carico e della classe dei parametri (A, B, k_0, \dots), per i valori di ϑ'_i soddisfacenti la (3), ricerca nel semipiano $z > 0$ i valori ϑ'_i radici di una equazione del tipo (9). Le isobare tracciate per punti con il *Geolast I* rappresentano lo stato tensionale relativo ad un sistema di carico agente su di una sola striscia del piano limite.

Il problema che qui si risolve è quello di tracciare per punti le isobare relative a sistemi di carico agenti su N strisce parallele del piano limite.

Come si è osservato, fissata una striscia di riferimento R_i, S_i ($i = 1, 2, \dots, N$) per le (5) e (6) qualunque equazione del tipo (8) si riduce ad una equazione esprimibile con la (9).

Il programma di calcolo⁽²⁾ composto per risolvere il presente problema è una modifica del precedente *Geolast I*.

Il *Geolast II* calcola per punti, al variare del valore della tensione t , le isobare riferite successivamente alla i -esima, $(i + 1)$ -esima, fino alla N -esima striscia.

Introdotti i valori estremi (t_1, t_2) della tensione t ed il passo p_t , i valori estremi dell'intervallo di variazione di ϑ''_i ($i \leq N$) ed il passo $p_{\vartheta''_i}$, il passo $p_{\vartheta'_i}$ di ϑ'_i e la classe dei parametri

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_N, A, B_1, k_0, C_2, \dots, C_N)$$

il programma chiede all'operatore quale sia il numero d'ordine della striscia di riferimento di partenza.

Introdotta il valore i , relativo alla striscia di riferimento, il programma ricerca i valori $\vartheta'_i, \vartheta''_i$ che soddisfino la (9) sotto le condizioni (3), per $t = t_1$. Ripete, quindi, il medesimo processo per il valore di t incrementato del passo p_t e così iterativamente finchè $t + p_t \leq t_2$; quindi riporta il valore della tensione t a quello iniziale t_1 e ripete il calcolo assumendo come striscia di riferimento la $(i + 1)$ -esima e così successivamente fino ad N .

(1) Il programma di calcolo è registrato su nastro archivio del Centro di Calcolo Elettronico della Facoltà di Ingegneria di Palermo col nome di *Geolast I*.

(2) Il programma redatto in linguaggio base ELEA 6001/S è registrato su nastro nell'archivio del Centro di Calcolo Elettronico della Facoltà di Ingegneria di Palermo col nome di *Geolast II*.

Si noti che nel passare da una striscia di riferimento alla successiva, il programma osserva un *alt* dinamico ed al *via* procede. In tal caso si rende

possibile passare automaticamente da una qualsiasi striscia alla successiva fino alla N-esima o, se si desidera, si può anche limitare il processo di cal-

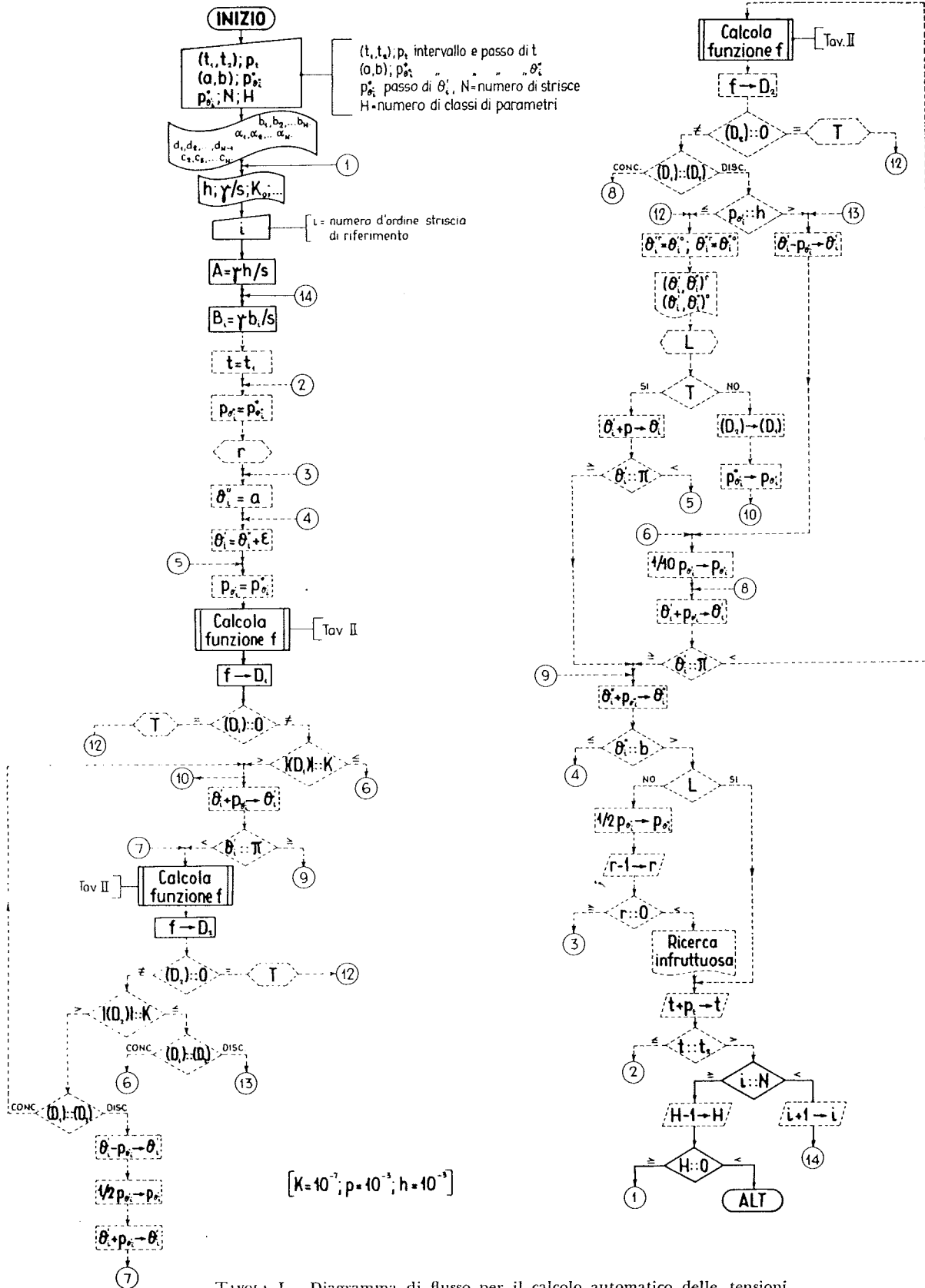


TAVOLA I - Diagramma di flusso per il calcolo automatico delle tensioni

colo ad una striscia qualsivoglia senza passare alla successiva.

Nelle Tavv. I e II si riporta il diagramma di flusso del *Geolast II*; la parte tratteggiata è illustrata in dettaglio nel citato precedente lavoro e costituisce il *Geolast I*; la parte a tratto intero rappresenta la modifica apportata al precedente programma; tutto il processo di calcolo costituisce il *Geolast II*.

5. Applicazioni.

La teoria esposta è stata applicata al tracciamento delle curve isobare $\sigma_z/s_1 = t$, determinate dalla configurazione di carico della fig. 3, la cui equazione è la prima delle (8).

Si è posto $A = B = 0$; ciò significa che i carichi agiscono sul piano limite e che il terreno è privo di peso.

Per l'inclinazione del carico si è assunto

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \arctg 10,$$

per l'intensità

$$s_1 = s_2 = s_3 = s.$$

In tal modo l'intensità della componente orizzontale del carico è pari su ogni striscia ad 1/10 di quella della componente verticale.

Per le dimensioni b_i delle strisce e le distanze d_i si sono assunti i seguenti valori:

$$b_1 = m 0,75 ; \quad b_2 = m 2,25 ; \quad b_3 = m 1,75$$

$$d_1 = m 3,30 ; \quad d_2 = m 5,15 .$$

Le curve isobare sono state tracciate nell'intervallo $0,15 \leq t \leq 0,40$ della tensione, con un passo $p_t = 0,05$.

I risultati del calcolo sono rappresentati nella Tav. III.

Con simboli diversi sono indicati i punti calcolati con riferimento a ciascuna delle tre strisce e ritenuti validi ai fini del tracciamento delle curve, per i quali cioè non si ricade nella condizione di cui al punto a) del § 4.1.

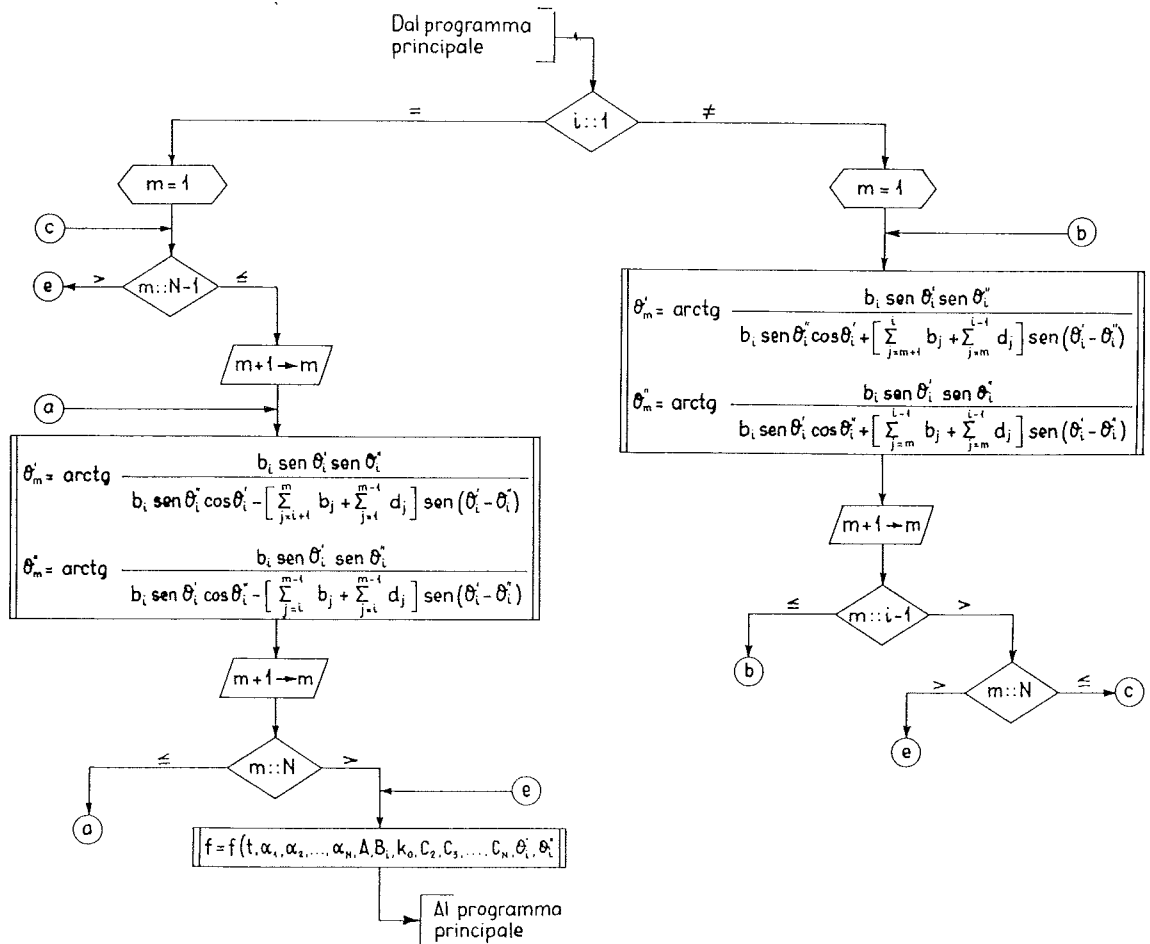


TAVOLA II. - Diagramma di flusso per il calcolo delle coordinate topografiche ($\vartheta'_m, \vartheta''_m$) del punto P ($\vartheta'_i, \vartheta''_i$) ($m = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, N$).

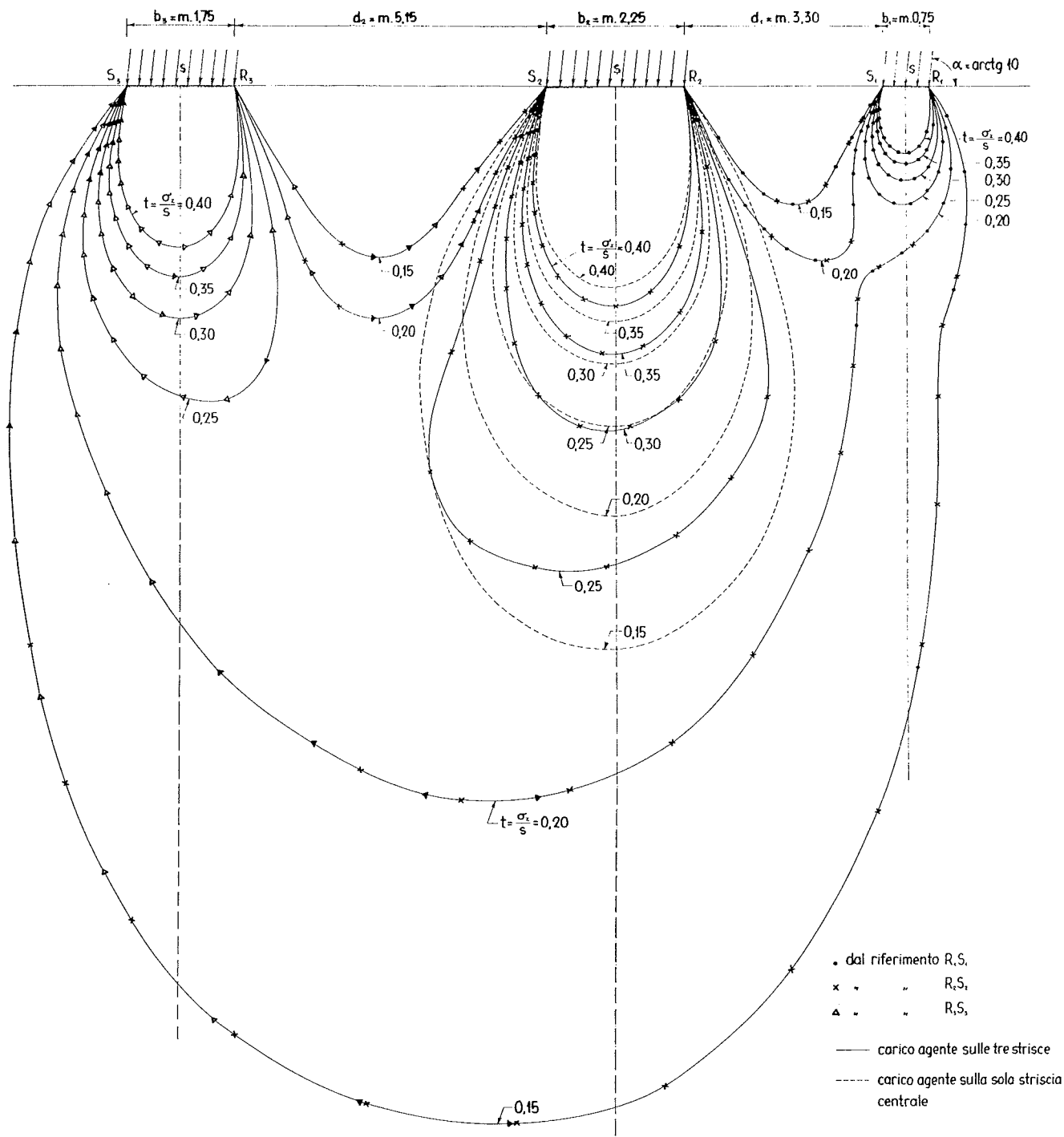


TAVOLA III - Curve isobare della tensione σ_z/s indotta, in un terreno di fondazione, da un sistema di carichi agenti su strisce parallele del piano limite e inclinati dell'angolo $\alpha = \text{arctg } 10$.

Si osserva che, per $t > 0,20$, le isobare sono costituite da tre rami disgiunti, passanti rispettivamente per gli estremi delle tre strisce; ciascuna isobara delimita una zona del semipiano distinta dalle altre.

Per $t \leq 0,20$ i tre rami assumono una nuova configurazione e le zone delimitate dalle isobare si fondono in un'unica zona molto più ampia, del terreno di fondazione.

Da questa rappresentazione delle tensioni, è possibile calcolare il valore della *profondità significativa* ai fini del calcolo dei cedimenti. Secondo le norme russe [KÄRCHER, 1967], indicando con σ_z la tensione indotta dal sovraccarico s , e con z_c la profondità significativa, misurata in corrispondenza del massimo affondamento di una generica isobara, si pone:

$$\sigma_z = t \cdot s = (0,1 \div 0,2) \gamma z_c.$$

Nel caso in esame, ponendo $s = 30$ ton/mq e $\gamma = 2$ ton/mc, risulta $z_c = 20 \div 30$ m.

Nella medesima Tav. III è rappresentato, con curve a tratteggio, lo stato tensionale che si desta nel terreno per effetto del carico s , applicato sulla sola striscia centrale. Dal confronto fra le due famiglie di isobare risultano così evidenti le modifiche dello stato tensionale relativo al solo carico centrale dovute alla presenza dei carichi, applicati sulle striscie laterali.

La profondità significativa nel caso in cui sia caricata la sola striscia $R_2 S_2$, si riduce a circa $10 \div 23$ m.

L'indagine per il tracciamento delle isobare riportate nella Tav. III ha richiesto un tempo macchina di circa 100 ore.

Gli AA. ringraziano il Prof. Ing. Ruggiero Jappelli per i suoi suggerimenti nell'impostazione e

nello svolgimento del lavoro, il personale del Centro di Calcolo della Facoltà di Ingegneria ed in particolare il Sig. R. Clemente per l'efficace collaborazione.

BIBLIOGRAFIA

- JAPPELLI R., TORTORICI M. (1966) - *Il regime plastico in un terreno sollecitato da carichi inclinati - Teoria e procedimento di calcolo numerico*. Atti Acc. Sc. Lett. Arti di Palermo, Serie IV, Vol. XXVI, Parte I, 1965-66.
- JAPPELLI R., TORTORICI M. (1967) - *Tensioni preesistenti e fenomeni di rottura nei terreni - Teoria e procedimento di calcolo numerico automatico*. Atti Acc. Sc. Lett. Arti di Palermo, Serie IV, Vol. XVIII, Parte I, 1967-68.
- KÄRKHER K. (1967) - *Tafeln zur Ermittlung der Grenztiefen für Setzungsberechnungen*. Die Bautechnik, 8.
- TORTORICI M., UMILTÀ G. (1967) - *Il calcolo automatico delle tensioni in un terreno di fondazione sollecitato da carichi inclinati*. Atti Acc. Sc. Lett. Arti di Palermo, Serie IV, Vol. XXVIII, Parte I, 1967-68.

SUMMARY

Automatic calculation of the stresses in a half-space acted upon by parallel strip loadings.

In a former paper [Tortorici e Umiltà, 1967] AA. exposed a special technique to draw isobars representing on a vertical plane the stresses induced in a subsoil by a strip load acting at the surface.

In the present paper AA. extend the theory to the case of a load applied on several parallel strips, employing a particular technique of automatic calculus, which is exposed in a flow-chart.

An application to the case of uniformly distributed load acting on three parallel strips and inclined of an angle $\alpha = \arctg 10$ to the horizontal is presented.