

Deformazioni plastiche di una terra argillosa *

G. CALABRESI **

SOMMARIO: Si riferisce su una ricerca sperimentale sulle caratteristiche plastiche di una terra argillosa saturata normalmente consolidata.

Dai risultati di differenti tipi di prove è stato possibile ricavare le relazioni fra deformazioni plastiche e tensioni efficaci.

La forma delle superfici di snervamento stabilite dall'incrudimento isotropo del materiale viene paragonata a quella dedotta in base a considerazioni di carattere energetico.

Premessa.

Numerose ricerche sono state dedicate negli ultimi anni all'applicazione delle teorie della plasticità nella meccanica delle terre, soprattutto al fine di inquadrarne in una teoria di validità generale le complesse proprietà reologiche. La possibilità di assimilare la terra a un mezzo continuo elasto-plastico incrudente isotropicamente fu inizialmente prospettata da DRUCKER, GIBSON, HENKEL [1955] e da DRUCKER [1961, 1964], mentre un'interpretazione delle caratteristiche meccaniche delle terre fondata sulla analogia con il comportamento di un insieme di corpi rigidi a contatto lungo superfici dotate d'attrito, fu proposta e discussa da JOSSELING DE JONG [1958, 1959] e SHIELD [1955]. Le singolarità delle due diverse impostazioni sono state approfonditamente discusse [JOSSELING DE JONG 1964, MANDEL 1964, ROSCOE 1964].

Le ricerche sperimentali finora compiute sembrano confermare per le argille la validità dell'ipotesi del comportamento elasto-plastico incrudente. Le teorie del gruppo di Cambridge, continuamente perfezionate sulla base dei risultati di esperienze effettuate in massima parte su un'argilla caolinica, formano un insieme coerente e concettualmente soddisfacente e costituiscono una base per nuove ricerche e per i primi tentativi di tradurre le conclusioni teoriche in campo applicativo [ROSCOE et al. 1958, 1959, 1963 a, 1963 b, 1963 c, 1964, 1968; SCHOFIELD, WROTH 1967]. Altri dati

sperimentali sono comunque necessari per approfondire i diversi aspetti del problema, e una più larga varietà di materiali dovrebbe essere esaminata.

Le ricerche finora compiute tendevano soprattutto a definire una teoria generale del comportamento meccanico delle terre ed a stabilirne i limiti di validità, e ad interpretare e correlare, sulla base di questa teoria, i risultati delle prove di laboratorio, attualmente impiegate per studiare particolari aspetti delle proprietà reologiche dei materiali.

In questo quadro deve anche essere collocata una precedente ricerca [CALABRESI 1965] sulla unicità della superficie limite per un'argilla limosa normalmente consolidata, che mise in luce una divergenza, per il materiale provato, fra le superfici limite ottenute in condizioni drenate e non drenate. I risultati allora ottenuti suggerirono di approfondire la ricerca, apportando alcune modifiche alla tecnica sperimentale. Tuttavia, essendo confermata la validità della teoria del gruppo di Cambridge da numerose altre esperienze [ROSCOE et al. 1964, 1967], è sembrato preferibile un approfondimento in senso applicativo, più che speculativo, delle conoscenze già acquisite, restringendo il campo della sperimentazione alle prove di tipo drenato, con diversi programmi di carico, cercando di approssimare le condizioni di sollecitazione che si verificano nei problemi reali ed evitando le difficoltà concettuali insite nel confronto di condizioni drenate e non drenate.

Questi criteri sono stati seguiti nella presente ricerca sperimentale sulle caratteristiche di plasticità di un'argilla limosa. I risultati ottenuti sono presentati in una forma che ne facilita l'esame, mettendo altresì in evidenza la possibilità di impiego di questi metodi di analisi nella risoluzione di problemi reali.

* Ricerca eseguita sotto la guida del prof. Carlo CESTELLI GUIDI nel laboratorio dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Roma, con il contributo finanziario del C.N.R. nell'ambito del programma del Gruppo di ricerca « Terreni e Strutture ».

** Dott. ing. Giovanni CALABRESI, Assistente Ordinario di Tecnica delle Costruzioni I nella Facoltà di Ingegneria, Università di Roma.

Caratteristiche del materiale studiato e preparazione dei campioni.

Il materiale per la ricerca è stato ottenuto con il rimaneggiamento di campioni di un'argilla limosa fortemente preconsolidata di origine marina, prelevati a notevole profondità nella valle del Tevere, in località diversa ma dalla stessa formazione geologica di quelli utilizzati nel già citato precedente lavoro [CALABRESI, 1965].

Per assicurare l'uniformità e l'omogeneità del materiale e la sua totale saturazione, ne sono stati preparati grossi volumi preconsolidati a partire da un elevato contenuto in acqua. I campioni del terreno di origine sono stati perciò essiccati in stufa a 105-110° C, polverizzati e miscelati meccanicamente con una quantità di acqua distillata circa doppia di quella corrispondente al limite di liquidità.

Il materiale così ottenuto ha le seguenti caratteristiche:

$$w_L = 44\% ; w_P = 22\% ; \gamma_s = 2,75 \text{ g/cm}^3 ; A = \frac{I_P}{CF} = 0,58$$

La curva granulometrica è riportata in fig. 1.

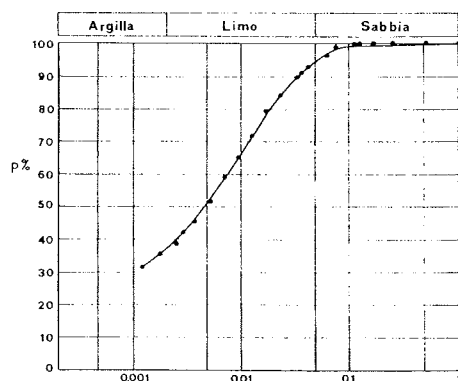


Fig. 1. - Curva granulometrica.

La miscela, allo stato fluido, è stata disaerata con l'applicazione di un elevato grado di vuoto per alcune ore. Successivamente è stata preconsolidata in un edometro di 250 mm di diametro con l'applicazione di una pressione verticale di 0,305 kg/cm² per un tempo pari a circa 10 volte quello di consolidazione primaria; il coefficiente di consolidazione in questo intervallo di carico è risultato $c_v = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$.

Con quantità di materiale secco comprese fra 9 e 11 kg sono stati così ricavati successivamente 6 cilindri alti 13,8 ÷ 16,8 cm. che, estratti dall'edometro, sono stati paraffinati su tutta la superficie esterna e conservati in ambiente umido. Da questi sono

stati prelevati i campioni da sperimentare mediante l'infissione, guidata meccanicamente, di fustelle cilindriche a parete sottile.

Dopo la preconsolidazione il contenuto in acqua è risultato del 38,5 %: la consistenza del materiale in queste condizioni era appena sufficiente per permettere il montaggio delle prove.

Apparecchiature sperimentali.

Le prove sono state eseguite su campioni cilindrici generalmente di diametro 38,1 mm e altezza 76,2 mm. Il sistema di sollecitazioni applicato era sempre caratterizzato da una simmetria radiale. Tutte le prove eseguite possono perciò dirsi di tipo *triassiale*, con dizione impropria, ma comunemente impiegata in geotecnica.

Le celle triassiali impiegate sono di tipo standard, ma con basi e teste di carico modificate per ridurre al minimo l'azione di contenimento sul campione e rendere uniforme lo stato di sollecitazione e di deformazione al suo interno (fig. 2). Le basi e le teste delle celle sono in perspex ed hanno un diametro di 42 mm. Tra queste e il campione sono interposte due membrane in lattice di gomma, lubrificate con grasso al silicone. La soluzione adottata è sostanzialmente la stessa che in precedenti ricerche [ROWE, BARDEN 1964; BISHOP, GREEN 1965] si dimostrò particolarmente efficace per rendere minimi gli sforzi tangenziali sulle basi del campione.

Il sistema di drenaggio realizzato è tuttavia differente ed è stato studiato per evitare variazioni di tensioni efficaci lungo l'asse del campione, anche in presenza di gradienti di pressione interstiziale non trascurabili. Su tutta la superficie ester-

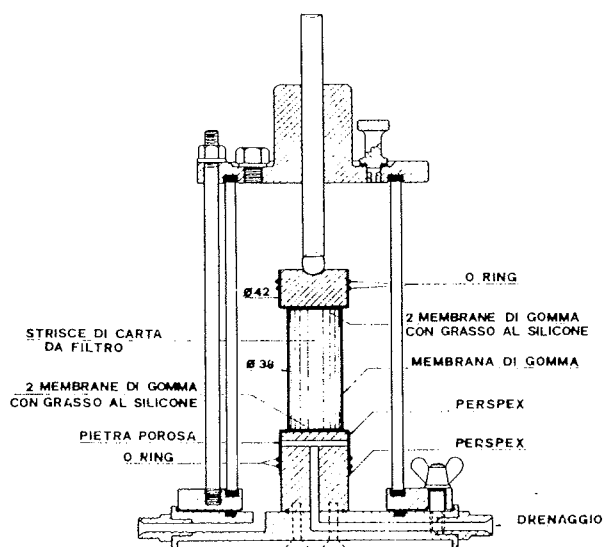


Fig. 2. - Cella triassiale.

na del campione è stata infatti disposta una carta da filtro, in strisce, collegata alla pietra porosa inserita nella base della cella, mentre attraverso le basi del campione il drenaggio è impedito (figura 2). Questa soluzione si è dimostrata efficace: il diametro del campione è stato misurato al termine di ogni prova in corrispondenza di sei sezioni distribuite lungo l'asse e gli scarti dal valore medio riscontrati sono inferiori al 2,8 %.

Nel corso delle prove le deformazioni dei campioni sono state determinate tramite gli spostamenti del pistone delle celle e le variazioni del volume di acqua interstiziale. In alcune prove le deformazioni assiali sono state misurate dall'esterno con un catetometro.

Per assicurare la saturazione completa del sistema e la precisione delle misure delle variazioni di volume, in tutte le prove si è mantenuta una contropressione di 3 kg/cm².

Per l'applicazione dei carichi verticali sono state utilizzate presse meccaniche con velocità di avanzamento costante, banchi di carico a pesi e attrezzature particolari, descritte in precedenza [CALABRESI, 1965], che permettono l'incremento lineare nel tempo dei carichi e delle pressioni laterali, in rapporto costante.

Funzioni di stato e rappresentazione delle sollecitazioni e delle deformazioni.

Le grandezze che si prestano a definire univocamente lo stato di una terra satura sono il contenuto in acqua o l'indice di porosità o il volume specifico. Esse perciò sono state anche definite « proprietà » [POOROSHASB et al. 1966] ed è ben noto che, entro certi limiti, è possibile stabilire relazioni biunivoche fra una di esse e lo stato di sollecitazione. La precedente ricerca aveva appunto lo scopo di esaminare alcuni aspetti di queste relazioni.

Per il materiale qui studiato, la relazione fra indice di porosità e e pressione efficace media p' :

$$p' = \frac{1}{3} (\sigma'_1 + 2 \sigma'_3),$$

ottenuta in prove di compressione con tensioni principali in rapporto costante, è illustrata in fig. 3. È ben visibile l'effetto della consolidazione preliminare. Per pressioni medie maggiori di 0,4 kg/cm², tuttavia, la relazione e -log p' è ben rappresentata da una retta.

Da analoghe prove con rapporti diversi fra ten-

sioni principali si sono ottenute, com'era da attendersi, rette parallele, ma traslate verticalmente. Nel tratto di scarico si nota invece una accentuata curvatura del diagramma. Queste relazioni verranno esaminate ancora nel seguito.

Facendo riferimento alle sole variazioni di volume illustrate nel diagramma di fig. 3, è comunque fin d'ora possibile definire le diverse componenti

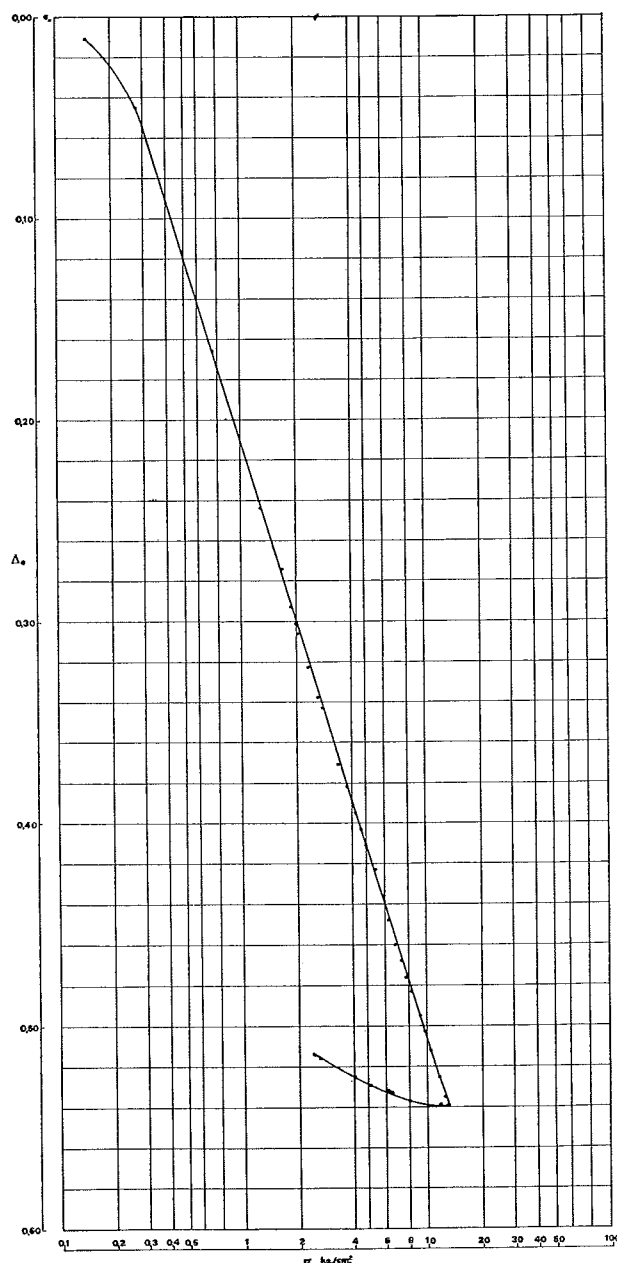


Fig. 3. - Relazione e -log p' .

reologiche delle deformazioni del materiale: si considererà nel seguito componente elastica (non lineare) quella parte della deformazione che viene recuperata nella fase di scarico, e plastica la parte residua.

Considerati gli obiettivi di questo lavoro e la

delimitazione del campo di ricerca, si è evitato di introdurre esplicitamente una grandezza come il contenuto in acqua o l'indice di porosità per individuare lo stato del materiale o di introdurre una *funzione di stato*. Questo risulta invece implicitamente definito dalla successione degli stati di sollecitazione sperimentati, tenendo ovviamente conto delle condizioni iniziali. Si è perciò seguito il criterio di rappresentare gli stati di sollecitazione del campione sul piano che ha per coordinate le tensioni efficaci assiale σ'_a e radiale σ'_r . Poiché sono state eseguite solo prove di compressione con $\sigma'_a \geq \sigma'_r$, con la consueta convenzione per le tensioni, si ha: $\sigma'_a \equiv \sigma'_1$, $\sigma'_r \equiv \sigma'_2 = \sigma'_3$.

Le deformazioni corrispondenti a variazione dello stato di sollecitazione durante una prova sono state rappresentate sullo stesso piano, sovrapponendo agli assi delle tensioni principali quelli delle omologhe deformazioni.

Prove effettuate.

Con l'applicazione di carichi assiali e pressioni radiali secondo differenti programmi, in condizioni drenate, si sono fatti seguire ai campioni particolari successioni di stati di sollecitazione.

Si sono così eseguite prove caratterizzate da:

- a) aumento continuo della pressione assiale, a pressione radiale costante, imponendo una velocità di deformazione assiale costante;
- b) aumento discontinuo della pressione assiale a pressione radiale costante;
- c) aumento continuo delle pressioni assiale e radiale in rapporto costante;
- d) aumento discontinuo delle pressioni assiale e radiale in rapporto costante;
- e) aumento continuo della deformazione assiale con deformazione radiale nulla (¹).

I « percorsi » corrispondenti alle diverse prove sono rappresentati sul piano σ'_1, σ'_3 nella fig. 4.

Nelle prove di tipo discontinuo (b, d) gli incrementi di pressione assiale e radiale sono stati applicati a intervalli di tempo generalmente di 24 ore.

Nelle prove di tipo continuo la velocità di avanzamento della pressa o di aumento delle pressioni è stata mantenuta inferiore a quella necessaria per una dissipazione del 95 % delle pressioni interstiziali indotte [GIBSON, HENKEL 1954]. Il verificarsi di queste condizioni è stato controllato sperimentalmente, misurando le pressioni interstiziali all'in-

(¹) Per l'esecuzione di queste prove, comunemente dette « k₀ » è stata impiegata una particolare cella, descritta in precedenza [CALABRESI 1967].

terno del campione mediante un ago ipodermico, solidale alla testa di carico e collegato a un trasduttore di pressione.

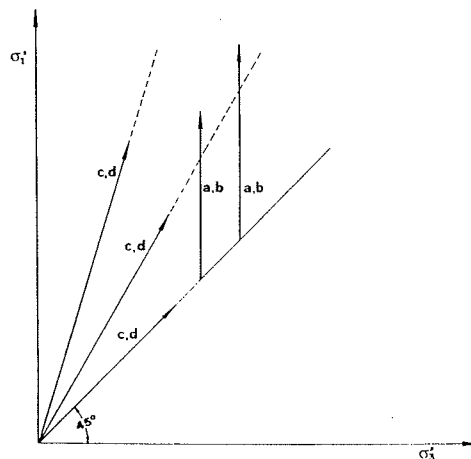


Fig. 4. - « Percorsi » corrispondenti alle prove effettuate, nel piano σ'_1, σ'_3 .

L'applicazione dei criteri esposti ha portato a tempi di prova compresi fra 15 e 60 giorni: la durata minima corrisponde alle prove di tipo a), b), e); la massima a quelle di tipo c) e d).

Deformazioni elastiche e plastiche.

Sulle caratteristiche delle deformazioni elastiche nelle terre è possibile fare diverse ipotesi, in relazione soprattutto alla natura del materiale. Sperimentalmente si constata che nelle sabbie le deformazioni elastiche sono in genere abbastanza piccole da poter essere trascurate in una teoria del loro comportamento meccanico [SCHOFIELD, WROTH 1967].

Nelle argille le deformazioni corrispondenti a fasi di scarico e di ricarico in processi di consolidazione, benché maggiori che nelle sabbie, sono sempre, com'è noto, molto minori di quelle corrispondenti alla fase di primo carico. Risulta però difficile stabilire un legame fra le singole componenti delle deformazioni elastiche e delle corrispondenti tensioni. Nella sua teoria il gruppo di Cambridge ha ammesso l'ipotesi che le deformazioni elastiche assiale e radiale siano costantemente uguali e dipendano solo dalla variazione della pressione efficace media p' [ROSCOE et al. 1963, 1968].

Per verificare la validità di questa ipotesi, per il materiale sperimentato, sono stati eseguiti alcuni cicli di scarico e ricarico, particolarmente in prove di tipo c), con diversi rapporti fra le tensioni assiale e radiale. Non potendosi però variare questi

rapporti entro larghi limiti, non si sono ricavati dalle esperienze dati probanti. Infatti nel materiale studiato le deformazioni elastiche sono comunque piccole e le differenze fra le componenti nelle due direzioni sono risultate dello stesso ordine di grandezza dei possibili errori sperimentali. Si è perciò conservata l'ipotesi della teoria di Cambridge: nel caso presente una migliore definizione delle componenti delle deformazioni elastiche nelle diverse direzioni ha interesse più concettuale che pratico.

Si sono inoltre considerati coincidenti i tratti di scarico e ricarico della curva e - $\log p'$ in prove con rapporto costante fra le tensioni principali approssimandoli con un segmento rettilineo e ponendo:

$$e = (e_0)_k - C_r \log \frac{p'_0}{p'}$$

dove $(e_0)_k$ è l'indice di porosità per la pressione me-

dia efficace p' , e per un dato rapporto $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = \frac{1}{k}$.

Indicando con ε^e , le deformazioni principali elastiche, nelle condizioni esaminate e con le ipotesi fatte si ha: $\varepsilon^e_1 = \varepsilon^e_2 = \varepsilon^e_3$ ed essendo:

$$V = V_s (1 + e)$$

dove V_s è il volume della parte solida, per una deformazione elastica risulta:

$$V = V_s \left[1 + (e_0)_k - C_r \log \frac{p'_0}{p'} \right] = (V_0)_k - V_s C_r \log \frac{p'}{p'_0}$$

indicando con $(V_0)_k = V_s [1 + (e_0)_k]$ il volume corrispondente alla pressione p'_0 per un dato valore di k .

Indicando con $\delta \varepsilon^e_1$ piccole variazioni delle deformazioni elastiche, con

$$\delta v^e = \frac{\delta V^e}{V}$$

le corrispondenti variazioni volumetriche unitarie e con $\delta p'$ le variazioni di pressione media che le generano, si può scrivere:

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon^e_1 = \delta \varepsilon^e_2 = \delta \varepsilon^e_3 &\cong \frac{1}{3} \delta v^e = \\ &= \frac{1}{3} \frac{V_s}{V} C_r \log \left(1 + \frac{\delta p'}{p'} \right) \end{aligned}$$

Non avendo introdotto una grandezza di tipo w o e per individuare lo stato del materiale, si deve tener conto delle condizioni iniziali del campione

mediante quantità come V_s e V , di carattere meno generale.

Coerentemente con la convenzione relativa al segno adottata per le tensioni, saranno positive le deformazioni corrispondenti a diminuzioni di lunghezza.

Le deformazioni plastiche risultano per differenza dalle deformazioni totali osservate.

Risultati sperimentali.

In base ai criteri esposti si sono elaborati i risultati sperimentali, utilizzando direttamente, fra

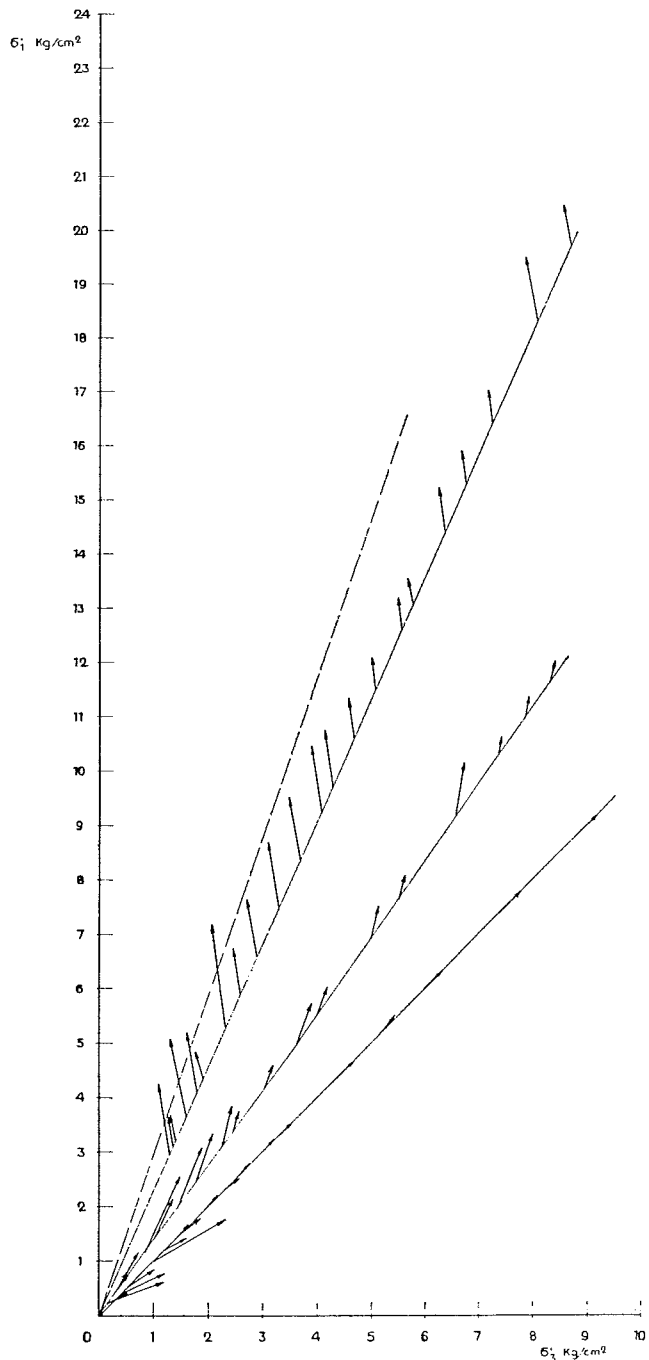


Fig. 5. - Prove di tipo c).

le misure effettuate nel corso delle prove, quelle che corrispondevano a incrementi di tensioni per quanto possibile uniformi. Gli incrementi delle deformazioni plastiche conseguenti sono stati rappresentati come vettori con l'origine nel punto corrispondente allo stato tensionale finale e aventi componenti proporzionali a $\delta\varepsilon_1^p$ e $\delta\varepsilon_3^p$. Gli assi ε_1 ed ε_3 sono sovrapposti agli assi σ_1 e σ_3 .

Nelle figg. 5 e 6 sono illustrati i risultati di alcune prove di tipo c) e d), cioè con rapporto costante fra le tensioni principali.

In ciascuna prova, escludendo le deformazioni

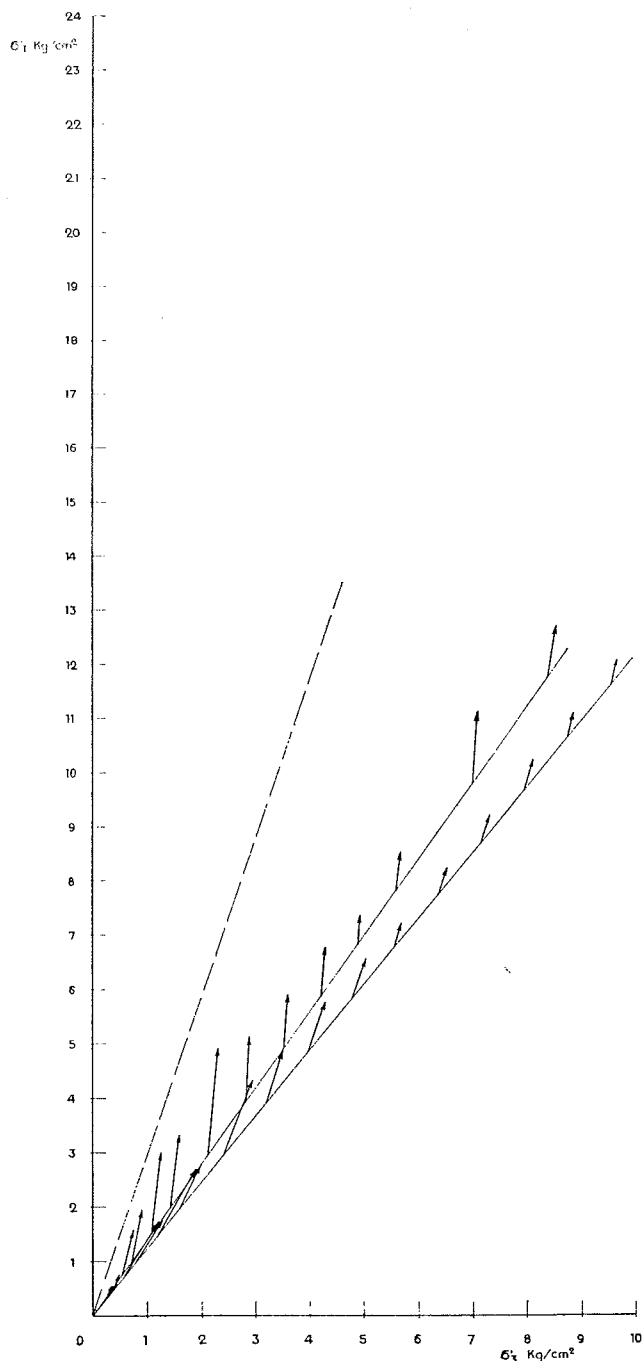


Fig. 6. - Prove di tipo d).

iniziali per bassi valori delle pressioni applicate, i vettori che rappresentano gli incrementi delle deformazioni plastiche appaiono fra loro paralleli, e nelle prove di compressione idrostatica sono orientati come la bisettrice degli assi.

Da ciò si deve anzitutto dedurre che l'eventuale anisotropia strutturale del materiale, generata dalle modalità di preparazione dei campioni, in particolare dalla preconsolidazione iniziale in condizioni edometriche a partire da un elevato contenuto in acqua, è trascurabile o almeno sembra distrutta dalla susseguente applicazione di maggiori pressioni. Inoltre non si rilevano, in questi diagrammi, differenze nei risultati di prove di tipo continuo (c) e discontinuo (d).

Di importanza più generale è la conferma che le superfici di snervamento, che successivamente vengono stabilite dall'incrudimento del materiale, sono fra loro simili. Questo punto verrà esaminato in seguito.

Nelle figure 7 e 8 sono illustrati i risultati delle prove di tipo a e b, consistenti nella applicazione di una pressione idrostatica (consolidazione iniziale) seguita da un aumento della sola pressione assiale fino a « rottura », cioè fino al raggiungimento di un rapporto fra le tensioni principali al quale corrisponde un aumento indefinito dello scorrimento plastico (*Stato critico* della teoria di Cambridge).

Nella seconda fase della prova, nella quale il rapporto $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ aumenta da 1 al valore critico, i vettori delle deformazioni plastiche subiscono una progressiva rotazione verso sinistra, tendendo ad una inclinazione costante, identica per le diverse prove, $\frac{\delta\varepsilon_3^p}{\delta\varepsilon_1^p} = -0,5$. Le rotazioni più sensibili si verificano in corrispondenza dei primi incrementi del carico verticale. Anche in questi diagrammi non si notano differenze fra i risultati di prove con aumento continuo e discontinuo delle sollecitazioni.

Infine nella fig. 9 sono illustrati i risultati di una prova di tipo e). Qui sono imposte le condizioni di deformazioni e ne consegue un definito e costante rapporto

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1}{k_0} = 2,04.$$

I vettori delle deformazioni plastiche non sono verticali, in quanto, per l'ipotesi ammessa sulle caratteristiche elastiche del materiale, alle deforma-

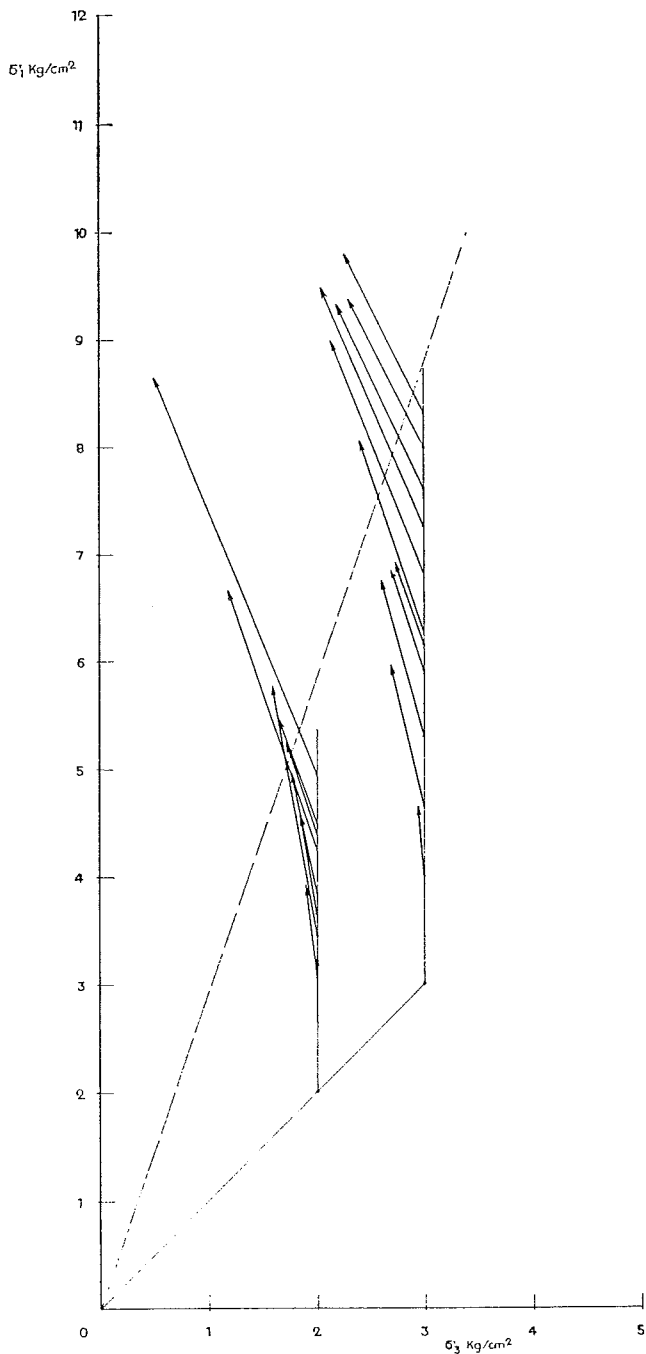


Fig. 7. - Prove di tipo a).

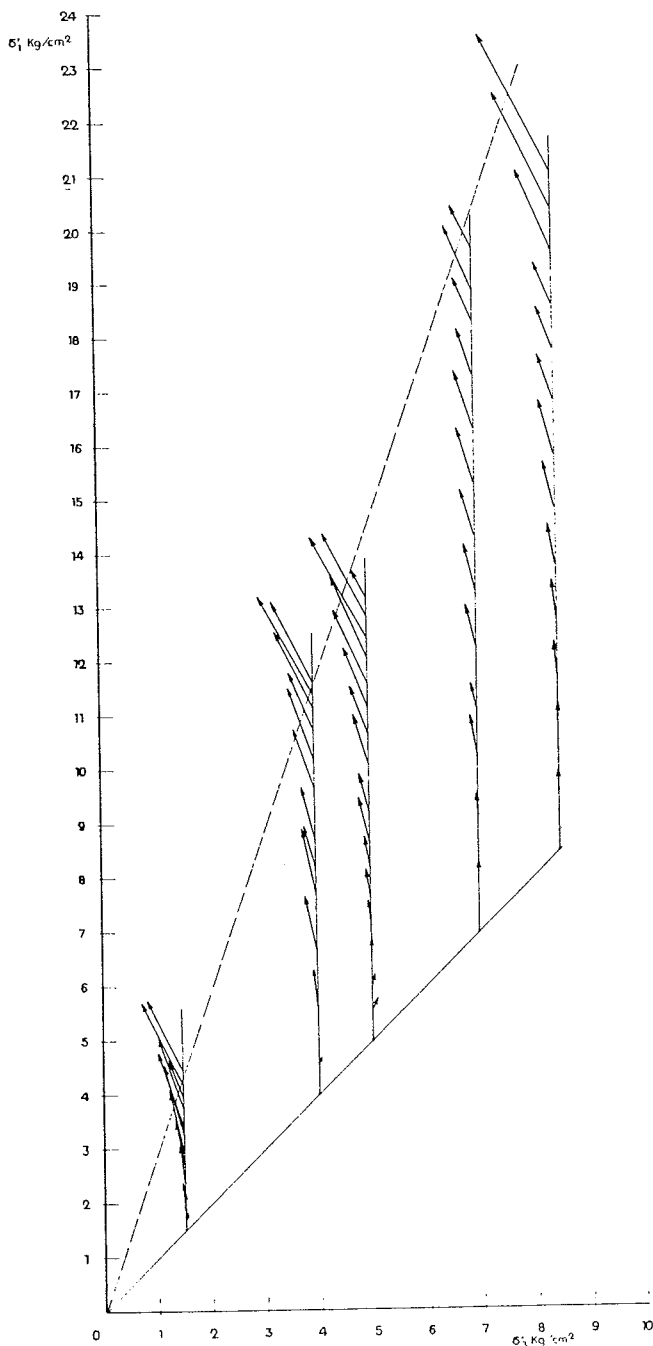


Fig. 8. - Prove di tipo b).

zioni radiali nulle sono state sottratte le componenti elastiche.

Superfici di snervamento.

I valori medi ponderali del rapporto $\frac{\delta \varepsilon_3^p}{\delta \varepsilon_1^p}$ determinati nelle prove di tipo c) e d), escludendo le irregolarità iniziali, sono stati diagrammati in fig. 10 in funzione di $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$. Si osserva che i punti

corrispondenti a prove con valori uguali o poco

diversi del rapporto $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ sono molto vicini. In

complesso i punti si dispongono su una curva regolare (s), che appare ben definita soprattutto nel

campo dei valori di $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ compresi fra 2,2 e 2,6.

Per maggiori valori di $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ diviene praticamente

impossibile eseguire prove di tipo c), e benché per

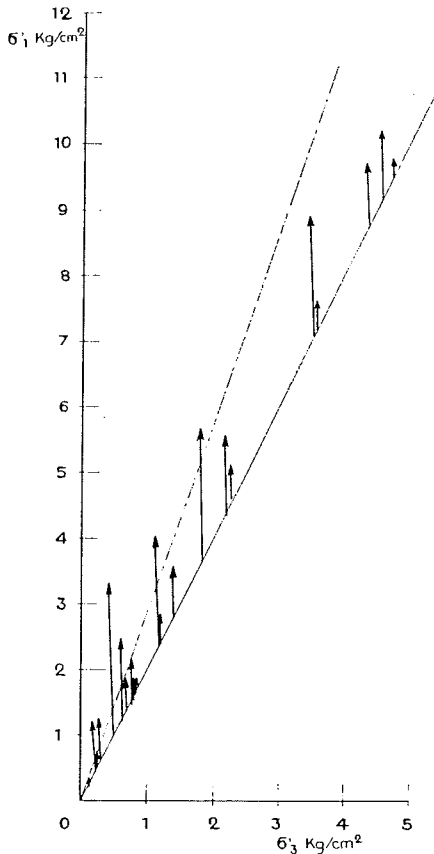


Fig. 9. - Prove di tipo e).

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = \left(\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} \right)_t = 2,91$$

si deve avere

$$\frac{\delta \epsilon^p_3}{\delta \epsilon^p_1} = - 0,5$$

(*stato critico*: scorrimento del materiale a volume costante), la curva *s* non è ben definita in questo intervallo.

Nella fig. 10 sono anche diagrammati i valori di $\frac{\delta \epsilon^p_3}{\delta \epsilon^p_1}$ osservati nelle prove di tipo a) e b), per i

singoli incrementi di pressione assiale. I punti corrispondenti si dispongono costantemente al di sotto della curva *s*, e tanto più quanto è minore il rapporto

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}$$

È difficile trovare una spiegazione di questo fenomeno negli errori sperimentali. Si deve invece presumere che dipenda dalla natura del materiale e dal particolare « percorso » di sollecitazione seguito. Se si fossero effettuate prove con σ'_1 costante e aumento di σ'_3 , è molto probabile che si sarebbe

verificato il fenomeno opposto, cioè un aumento del rapporto $\frac{\delta \epsilon^p_3}{\delta \epsilon^p_1}$ per gli stessi valori di $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}$.

Tutto considerato, queste deviazioni del comportamento del materiale da quello ideale di un corpo elasto-plastico incrudente isotropicamente non appaiono sostanziali e tali da inficiare una teoria che si fondi su questa ipotesi. La forma delle curve di snervamento che si ricava dai risultati delle prove di tipo c) e d), è certamente la più soddisfacente concettualmente e, sotto certi aspetti, la più interessante dal lato applicativo.

Nell'ipotesi ammessa i vettori delle deformazioni plastiche definiscono una famiglia di curve di snervamento ad essi normali, fra loro simili. Una di esse è tracciata in fig. 11. È stata ricavata integrando numericamente la relazione, diagrammata in fig. 10, fra l'inclinazione dei vettori delle deformazioni plastiche e il rapporto delle tensioni principali.

Non avendo effettuato prove di estensione, non si hanno dati sulla forma delle curve di snervamento nel settore compreso fra la bisettrice degli assi e l'asse delle ascisse. Si può tuttavia presumere che nello spazio $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ le superfici di snervamento siano radialmente simmetriche rispetto alla retta $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$ nell'intorno di questa [SCHOFIELD, WROTH 1967], ma non in prossimità delle condizioni di rottura, per l'accertata validità del criterio di resistenza di MOHR-COULOMB [BISHOP 1966].

È interessante il confronto fra la forma delle superfici di snervamento ottenuta sperimentalmente, e quella che si ottiene teoricamente considerando il bilancio energetico del sistema costituito dal

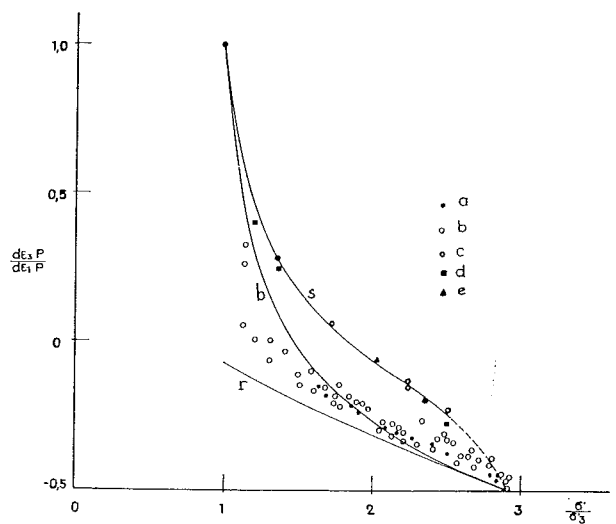


Fig. 10. - Relazione fra $\frac{\delta \epsilon^p_3}{\delta \epsilon^p_1}$ e $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}$.

campione e dalle forze applicate, introducendo le necessarie ipotesi sulla energia dissipata internamente nella deformazione del campione.

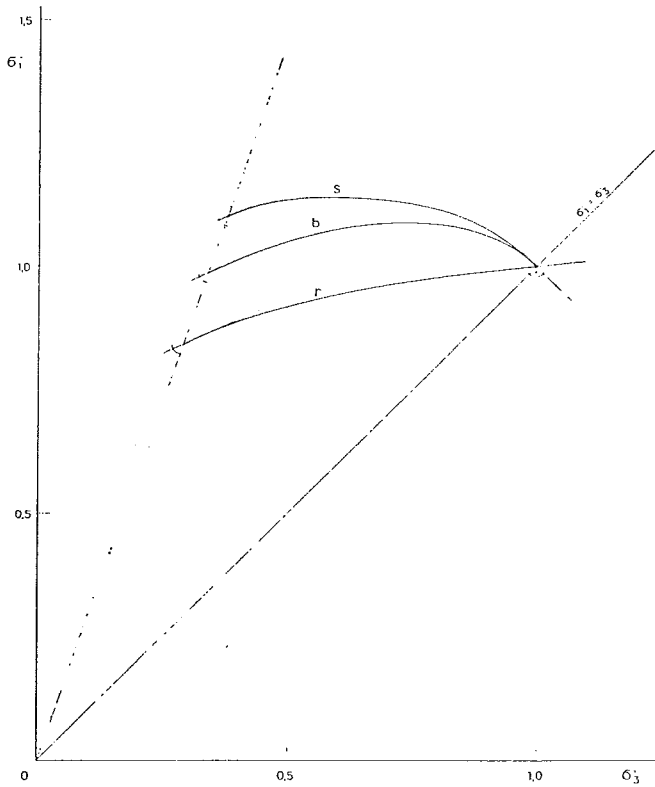


Fig. 11. - Curve di snervamento.

A questo riguardo, il gruppo di Cambridge, suppose inizialmente [ROSCOE et al. 1963] che l'energia dissipata per unità di volume nella deformazione sia

$$dW = M p' d\varepsilon$$

dove M esprime le caratteristiche di resistenza del

$$\text{materiale: } M = \left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{p'} \right)_r$$

e

$$d\varepsilon = \frac{2}{3} (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3) = \frac{2}{3} (d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_3^p),$$

per l'ipotesi ammessa sulla natura delle deformazioni elastiche.

La forma delle curve di snervamento che deriva da queste ipotesi è espressa dalla relazione

$$\frac{d\varepsilon}{d v^p} = \frac{1}{M - \eta}$$

essendo

$$d v^p = d\varepsilon_1^p + 2 d\varepsilon_3^p \quad \text{e} \quad \eta = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{p'}$$

e nello spazio $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ è caratterizzata dalla

presenza di un vertice in corrispondenza della diagonale $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$, da cui discende qualche difficoltà di carattere concettuale.

Una diversa e più complessa espressione della energia dissipata internamente fu proposta da BURLAND [BURLAND 1965, ROSCOE, BURLAND 1968]:

$$dW = \sqrt{(d v^p)^2 + (M d\varepsilon)^2}$$

cui corrisponde una forma delle curve di snervamento espressa dalla relazione:

$$\frac{d\varepsilon}{d v^p} = \frac{2 \eta}{M^2 - \eta^2}$$

e priva del vertice caratteristico della precedente espressione.

Per essere confrontate con i risultati sperimentali le due relazioni sono state diagrammate in fig. 10.

La seconda [BURLAND], b, coincide con la s per $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} = 1$, dove $\frac{d\varepsilon_3^p}{d\varepsilon_1^p} = 1$ e se ne discosta poco per $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} < 1,2$. La prima, r, com'era da attendersi a causa delle sue particolarità, diverge totalmente dalla s, per gli stessi valori di $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}$.

Le due curve teoriche tendono a coincidere con l'aumentare di questo rapporto ($\eta \rightarrow M$), discostandosi notevolmente dalla s, e in minor misura dai punti ottenuti nelle prove di tipo a) e b).

Le corrispondenti curve di snervamento nel piano σ'_1, σ'_3 , sono illustrate in fig. 11.

Conclusioni.

I risultati ottenuti sembrano confermare la validità di un modello elasto-plastico con incrudimento isotropo per descrivere le caratteristiche meccaniche del materiale esaminato. Si è dimostrata difficile una definizione sufficientemente esatta e teoricamente convincente delle componenti delle deformazioni elastiche: l'ipotesi del gruppo di Cambridge, adottata in prima approssimazione, dovrebbe essere più approfonditamente esaminata e verificata sperimentalmente.

Le prove con aumento continuo delle pressioni assiale e radiale in rapporto costante hanno permesso di descrivere le relazioni fra tensioni efficaci e deformazioni plastiche. Le curve di snervamento, fra loro simili, via via stabilite dall'incrudimento del materiale, hanno forma diversa da quelle ipotizzate da ROSCOE [1963] e BURLAND [1965].

Quest'ultima, invece, approssima meglio i risultati di prove di compressione con pressione radiale costante, alle quali corrispondono deformazioni assiali maggiori che nelle precedenti, per lo

stesso valore di $\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}$.

Le prove con aumento proporzionale delle tensioni principali sembrano comunque le più complete e convincenti. Esse permettono di ricavare sia la forma delle curve di snervamento, e quindi il rapporto fra le componenti delle deformazioni plastiche, sia la grandezza di queste, attraverso la ben nota e ampiamente confermata relazione tra variazioni di volume e pressioni applicate, espressa dal diagramma e -log p' .

Con il solo impiego di queste prove è dunque possibile ottenere una descrizione completa delle proprietà del materiale studiato, in una forma che si presta a numerose applicazioni, nella prospettiva di uno sviluppo dei moderni metodi di calcolo nei problemi di geotecnica.

BIBLIOGRAFIA

- BISHOP A. W., GREEN G. E. (1965) - *The influence of end restraint on the compression strength of a cohesionless soil*. Géotechnique, Vol. 15.
- BISHOP A. W. (1966) - *The strength of soils as engineering materials*. Géotechnique, Vol. 16.
- BURLAND J. B. (1965) - *Correspondence: The yielding and dilatation of clay*. Géotechnique, Vol. 15.
- CALABRESI G. (1965) - *Studio sperimentale delle caratteristiche meccaniche di un'argilla satura normalmente consolidata*. Geotecnica, 1965.
- CALABRESI G. (1967) - *Contributo alla determinazione sperimentale della pressione del terreno in condizioni di deformazione trasversale nulla*. Rivista Italiana di Geotecnica, 1967.
- DRUCKER D. C., GIBSON R. E., HENKEL D. J. (1955) - *Soil mechanics and work hardening theories of plasticity*. Trans. ASCE.
- DRUCKER D. C. (1961) - *On stress - strain relations for soils and load carrying capacity*. Proc. 1st Int. Conf. on the mechanics of Soil vehicle Systems.
- DRUCKER D. C. (1964) - *Concept of path independence and material stability for Soils*. Proc. IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics.
- GIBSON R. E., HENKEL D. J. (1954) - *Influence of duration of tests at constant rate of strain on measured « drained » strength*. Géotechnique, Vol. 14.
- JOSSELING DE JONG G. (1958) - *Indefiniteness in Kinematics for friction materials*. Proc. Bruxelles Conf. on Earth pressure.
- JOSSELING DE JONG G. (1959) - *Stratics and Kinematics in the failable zone of a granular material*. Waltman, Delft.
- JOSSELING DE JONG G. (1964) - *Lower bound collapse theorem and lack of normality of strainrate to yield surface for soils*. Proc. IUTAM Symposium on Rheology and soil mechanics.
- MANDEL L. (1964) - *Conditions de stabilité et postulat de Drucker*. Proc. IUTAM Symposium on Rheology and soil mechanics.
- POOROSHASB H. B., HOLUBEC I., SHERBORNE A. N. (1966), (1967) - *Yielding and flow of sand in triaxial compression*. Canadian Geot. Journ., Voll. 3 e 4.
- ROSCOE K. H., SCHOFIELD A. N., WROTH C. P. (1958) - *On the yielding of soils*. Géotechnique, Vol. 8.
- ROSCOE K. H., SCHOFIELD A. N., WROTH C. P. (1959) - *Correspondence on the yielding of soils*. Géotechnique, Vol 9.
- ROSCOE K. H., POOROSHASB H. B. (1963) - *A theoretical and experimental study of strains in triaxial compression tests on normally consolidated clays*. Géotechnique, Vol. 13.
- ROSCOE K. H., SCHOFIELD A. N., THURARAJAH A. (1963 b) - *Yielding of clays in states wetter than critical*. Géotechnique, Vol. 13.
- ROSCOE K. H., SCHOFIELD A. N. (1963 c) - *Mechanical behaviour of an idealized wet clay*. Proc. Wiebaden Europ. Conf. on Soil Mechanics.
- ROSCOE K. H., THURARAJAH A. (1964) - *On the uniqueness of yield surfaces for wet clays*. Proc. IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics.
- ROSCOE K. H. (1964) - *Discussion on lower bound collapse theorem*. Proc. IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics.
- ROSCOE K. H., BASSET R. H., COPE E. R. L. (1967) - *Principal axes observed during simple shear of a sand*. Proc. Europ conf. on Soil Mechanics, Oslo.
- ROSCOE K. H., BURLAND J. B. (1968) - *On the generalized stress strain behaviour of wet clay*. Proc. Symposium on Engineering plasticity, Cambridge.
- ROWE P. W., BARDEN L. (1964) - *Importance of free ends in triaxial testing*. Proc. ASCE, Jan, 64.
- SHIELD R. T. (1955) - *On Coulomb's law of failure in soils*. Journ. Mech. and Physics of Solids. Vol. IV.
- SCHOFIELD A. N., TROGOL E. (1966) - *Casagrande's concept of critical density, Horslev's equation for shear strength, and the Cambridge concept of Critical states of soil*. Bull. of the technical University of Istanbul. Vol. 19.
- SCHOFIELD A. N., WROTH C. P. (1967) - *Critical State Soil Mechanics*. Mc. Graw Hill.

SUMMARY

Plastic strains of a silty clay.

Available experimental evidence seems to confirm the validity of the hypothesis of work-hardening elasto-plastic behaviour for clays. The Cambridge group's theories, which are always being improved on, form a basis for new researches and for the first attempt to apply, practically, theoretical conclusions [ROSCOE et al., 1958, 1959, 1963 a, 1963 b, 1963 c, 1964, 1968; SCHOFIELD, WROTH, 1967]. A preceding research [CALABRESI, 1965] on the uniqueness of

the state boundary surface for a normally consolidated silty clay showed, for the material tested, a divergency between the boundary surfaces obtained under drained and undrained conditions, and suggested a new research. However, it seemed preferable to widen the knowledge already acquired in a practical rather than speculative sense; this was done by limiting the field of experimentation to drained tests with various loading programmes, thus avoiding the conceptual difficulties which arise from the comparison of drained and undrained conditions.

The material has been obtained by remoulding samples of strongly preconsolidated silty clay of marine origin; the fluid slurry thus obtained was deaired under a high vacuum for some hours and then preconsolidated in a 25 cm diameter consolidometer under a vertical pressure of .305 kg/cm². After preconsolidation the consistency of the material was hardly sufficient to permit trimming of specimens and mounting of the tests.

The stress system applied was always characterized by radial symmetry; standard triaxial cells were used, with modified loading bases and heads in order to minimize the end restraint and to attain an uniform state of stress and strain (fig. 2)

The adoption between sample and bases of two rubber membranes lubricated with silicon grease proved to be particularly effective.

The relationship between the void ratio e and the average effective stress p' obtained through proportional loading tests is shown in fig. 3. The samples underwent some particular series of stress state by applying axial load and radial pressure under drained condition according to different programmes:

- a) continuous increase of axial stress only, at a constant rate of axial deformation;
- b) step-by-step increase of axial stress;
- c) continuous increase of axial and radial stresses in a constant ratio;
- d) step-by-step increase of axial and radial stresses in a constant ratio;
- e) continuous increase of axial stress with zero radial strain.

The « stress paths » for the various tests in the plane σ'_1, σ'_3 are shown in fig. 4. Test duration was from 15 to 60 days, the shortest period being for tests a), b) and e) and the longest for c) and d).

In its theory the Cambridge group assumed that axial and radial elastic strains are constantly equal each other and depend only on the variation of the average effective stress p' .

In order to verify this hypothesis some unloading and reloading cycles were carried out, with different axial to radial stress ratios. Unfortunately the results did not furnish probative data and therefore the hypothesis of the Cambridge theory was upheld; a better definition of the components of the elastic strain being however of conceptual rather than practical interest.

The experimental results were examined on the basis of these principles.

The increments of the plastic strains consequent to the increments of stresses have been represented as vectors with their origin in the point corresponding to the final tensional state and having components proportional to $\delta\varepsilon_1^p$ and $\delta\varepsilon_3^p$. The axes ε_1^p and ε_3^p are superimposed upon the axes σ'_1 and σ'_3 .

The results of some tests of the types c) and d) are illustrated in Figs. 5 and 6.

In each test, excluding the initial strains at low values of the applied stresses, the vectors representing the plastic strain increments appear parallel, and in the hydrostatic compression tests they are orientated like the diagonal $\sigma'_1 = \sigma'_3$.

From this it must be deduced that the eventual structural anisotropy of the material (generated by the way in which the samples were prepared) was negligible, or at least seemed to be destroyed by subsequent applications of greater pressures.

The confirmation that the yielding surfaces, which are subsequently established by the hardening of the material, are similar to one another is of a more general importance and will be examined later on. Figures 7 and 8 illustrate the results of the type a) and b) tests, consisting in the application of a hydrostatic pressure followed by an increase of the axial stress till failure.

In the second phase of the test when the ratio σ'_1/σ'_3 increased from 1 to the critical value, the plastic strain vectors underwent a progressive rotation towards the left, tending to $\delta\varepsilon_3^p/\delta\varepsilon_1^p = -0,5$.

The most notable rotations took place in connection with the first increments of the vertical load.

Finally in Fig. 9 the results of a type e) test are illustrated.

Here strain conditions were imposed and the consequence was a definite and constant ratio $\sigma'_1/\sigma'_3 = 1/k_0$.

The average values of the ratio $\delta\varepsilon_3^p/\delta\varepsilon_1^p$ determined in the type c) and d) tests, excluding the initial irregularities, have been plotted in Fig. 10 against σ'_1/σ'_3 . It can be seen that on the whole the points are placed along a regular curve (s), that appears quite well defined especially in the field of the values of σ'_1/σ'_3 from 2,2 to 2,6. For higher values of σ'_1/σ'_3 it becomes practically impossible to carry out the type c) tests, and although for the critical value of σ'_1/σ'_3 we should have $\delta\varepsilon_3^p/\delta\varepsilon_1^p = -0,5$ the curve (s) is not well defined in this interval.

The values of $\delta\varepsilon_3^p/\delta\varepsilon_1^p$ observed in the type a) and b) tests, for the single increments of axial stress are also shown in Fig. 10.

The corresponding points fall constantly below the curve s.

It is highly improbable that this phenomenon was due to experimental errors; therefore, one must presume that it depends mainly on the particular stress path followed.

However, all things considered, these deviations in the behaviour of the material from that of an ideal plastic isotropic strain hardening behaviour do not appear substantial.

The form of the yielding curve obtained from the results of the type c) and d) tests is certainly the most satisfactory from a conceptual point of view.

In the hypothesis admitted the plastic strain vectors define a family of yielding curves normal to them and similar to one another. One of them is traced in Fig. 11.

It is interesting to compare the form of the yielding curves obtained experimentally with that obtained theoretically by considering the energetic balance of the system formed by the sample and the forces applied, introducing the necessary hypothesis on the energy dissipated internally in the strain of the sample.

In this connection, the Cambridge Group advanced two hypothesis [ROSCOE 1963, BURLAND 1965, ROSCOE, BURLAND 1968].

In order to be compared with the experimental results the two proposed relations were drawn in Fig. 10.

The latter BURLAND's curve coincides with the experimental one (s) for $\sigma'_1/\sigma'_3 = 1$, where $\delta\varepsilon_3^p/\delta\varepsilon_1^p = 1$ and is not far from it for $\sigma'_1/\sigma'_3 < 1,2$. The other curve, as was to be expected because of its peculiarities, totally diverges from s.

The two theoretical curves tend to coincide as the ratio σ'_1/σ'_3 is increased, shifting considerably from s, and in a lesser way from the points obtained in the type a) and b) tests.

The corresponding yielding curves in the plane σ'_1/σ'_3 are shown in Fig. 11.