

Interazione tra strutture di elevazione e di fondazione con particolare riferimento alle palificate

A. DEFEZ *

SOMMARIO: Si esamina il contributo dato al comportamento elastico di una struttura qualsiasi dalla deformabilità delle fondazioni, particolarizzando al caso di fondazioni su pali. Nel caso più generale di un plinto isolato su pali, che subiscono delle deformazioni elastiche, si determinano le caratteristiche di spostamento e di sollecitazione nei singoli pali e l'effetto risultante alla base del plinto.

Si propone un'estensione del metodo di CROSS-POZZATI alla soluzione dei telai per i quali si tenga conto dell'elasticità delle relative palificate. Allo scopo infine di chiarire l'impiego dei procedimenti proposti vengono riportate alcune applicazioni numeriche.

1. Premessa.

La parte di una struttura emergente dal suolo, rappresenta la propaggine visibile di un solido ben più esteso che affonda le sue radici in un semispazio indefinito e che fa sentire le sue azioni in un intorno abbastanza ampio, tanto da non potersi circoscrivere all'immediata zona di contatto tra costruzione e terreno. Una tale limitazione, generalmente adottata, trova la sua maggiore smentita nel caso di fondazioni su pali, che in tanti casi hanno una lunghezza non inferiore di quanto si elevi da terra la costruzione sostenuta.

In genere, nello studio di strutture intelaiate, si considera un incastro rigido al piede dei singoli pilastri (salvo particolari accorgimenti costruttivi che facciano prevedere cerniere fisse o appoggi scorrevoli) e tale approssimazione è spesso lecita in quanto, sotto l'azione dei carichi usuali, le fondazioni possono essere progettate in modo da escludere, o da considerare trascurabili, rotazioni e spostamenti relativi alla base dei pilastri.

I telai con fondazioni a trave rovescia vengono in genere risolti studiando separatamente il telaio con incastro al piede dei singoli pilastri e la trave rovescia su appoggio elastico sottoposta alle forze e ai momenti che i pilastri le trasmettono. Ma tale schematizzazione va lasciando il posto allo studio della struttura, globalmente considerata, sottoposta ai carichi applicati ed alle reazioni del terreno. In tal caso si può sacrificare una maggiore esattezza della distribuzione delle reazioni del terreno alla maggiore aderenza alla realtà della struttura così studiata. Ma per tale argomento si rinvia ai nume-

rosi studi finora svolti fino ai più recenti di FLEMING-SCREWVALA-KONDER [1965].

Questa nota si limita a prendere in esame l'interazione tra struttura di elevazione e di fondazione nel caso di palificate. Un approfondimento di tale argomento è reso ancor più necessario a seguito delle « Norme emanate per le località sismiche »⁽¹⁾, ove all'art. 13/A è previsto che: « Le fondazioni debbono essere sufficientemente profonde o dirette o su pali armati... ». Il che fa nascere naturale la domanda su cosa debba intendersi per « pali armati », laddove sarebbe stata più esplicita la dizione di « pali calcolati per le sollecitazioni di sforzo normale, flessione e taglio », ove tale fosse stato l'intendimento degli estensori delle Norme. Non altrimenti comunque vanno calcolati i pali in zona sismica e in altri casi ove, per condizioni di carico (ad es. spinta del vento in edifici alti) o di struttura, si destano nei pali caratteristiche flettenti e taglianti non trascurabili rispetto allo sforzo normale.

In questa nota si esamina nella prima parte il caso generale consistente in un plinto su pali che subisce una rotazione e una traslazione orizzontale, pervenendo alla formulazione delle caratteristiche di sollecitazione e di deformazione che possono trovare impiego nella soluzione di un qualsiasi caso strutturale.

Nella seconda parte si particolarizza il problema considerando un telaio con fondazione su pali e con trave di collegamento tra i plinti e se ne propone una soluzione mediante un'estensione del metodo di CROSS-POZZATI. Si indicano infine i criteri per la verifica dei pali a sforzo normale, flessione e taglio.

* Dott. ing. Alberto DEFEZ, Napoli.

⁽¹⁾ « Norme per le località sismiche di 1^a e 2^a categoria », Legge n. 1684 del 25 novembre 1962.

2. Caso generale.

Si prende in esame il plinto su pali alla base di un pilastro e si fa intervenire l'elasticità del complesso fondazionale nella risoluzione dell'insieme elastico considerando che la base di tale plinto subisca una rotazione e una traslazione orizzontale. Poiché un corretto dimensionamento di massima è inteso ad ottenere per tutti i plinti un eguale cedimento, graduando a tal fine la lunghezza dei pali in ragione dei carichi, nella presente nota faremo la ipotesi che l'abbassamento relativo tra i plinti sia nullo e pertanto nello studio che segue non si fa intervenire la traslazione verticale assoluta del plinto, non interessando questa la struttura in elevazione.

Sia il plinto armato con pali di eguali caratteristiche e l'asse del pilastro sia coassiale con l'asse baricentrico della palificata. Lo sforzo normale N_p alla base del pilastro si ripartisce in parti uguali N_N tra gli n pali, ove

$$N_N = \frac{N_p}{n} \quad (1)$$

e le teste dei pali subiscono un cedimento verticale che, a parità di caratteristiche degli stessi, si può ritenere costante.

Lo sforzo di taglio ed il momento alla base del pilastro provocano una rotazione e una traslazione orizzontale nel plinto e, per conseguenza, una

(2) Si adotta la schematizzazione, abituale per i telai, di considerare le membrature coincidenti con il loro asse baricentrico e ridurre i nodi al punto d'incontro tra gli assi delle membrature che vi convergono. Ciò consente di adottare l'espressione del momento della (1), che altrimenti dovrebbe essere sostituito dal momento rispetto al baricentro del plinto, ove questo venga considerato con le sue dimensioni finite (fig. 1).

$$\mathcal{M} = \sum_{i=1}^{i=n} (M_o^i + N_o^i + T_o^i \cdot y_g) \quad (2'')$$

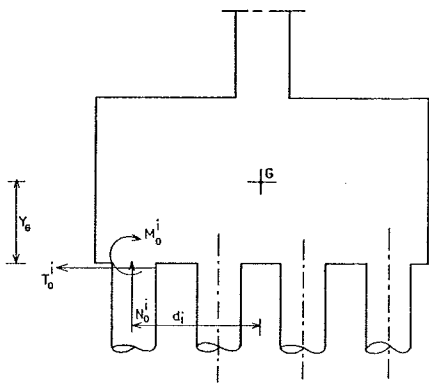


Fig. 1

inflexione ed una penetrazione differenziata nei pali.

Siano φ_o la rotazione e δ_o la traslazione della base del plinto: se ne esaminano separatamente gli effetti che verranno successivamente sovrapposti. Siano N_o^i , M_o^i e T_o^i le conseguenti caratteristiche di sollecitazioni alla sommità dei pali e \mathcal{N} , \mathcal{M} , \mathcal{T} le caratteristiche risultanti alla base del plinto (2), ove

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= \sum_{i=1}^{i=n} N_o^i = 0 \\ \mathcal{M} &= \sum_{i=1}^{i=n} (M_o^i + N_o^i d_i) \\ \mathcal{T} &= \sum_{i=1}^{i=n} T_o^i \end{aligned} \quad (2)$$

Per la notevole rigidità del plinto, si può ritenere che le sommità dei pali ruotino nello stesso angolo φ_o ed abbiano la stessa traslazione δ_o , con conseguente eguaglianza del momento M_o e dei tagli T_o per gli n pali di uno stesso plinto, per cui le (1) si semplificano in

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= 0 \\ \mathcal{M} &= n M_o^i + \sum_{i=1}^{i=n} N_o^i d_i \\ \mathcal{T} &= n T_o^i \end{aligned} \quad (2')$$

2.1. Effetto della rotazione φ_o .

Alla sola rotazione φ_o della base del plinto (fig. 2) si oppongono i pali, ed il terreno ad essi circostante, per la loro resistenza alla penetrazione e all'inflexione. Scindendo questi due comportamenti si determinano di seguito le caratteristiche di sollecitazione e di deformazione conseguente.

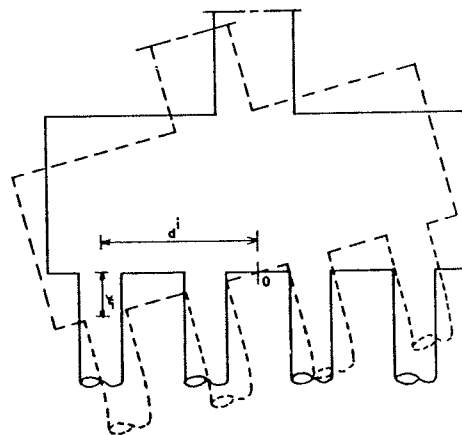


Fig. 2

La deformazione del complesso palo-terreno sotto l'azione di carichi verticali può essere schematizzata (fig. 3) assimilando i pali a molle che per un

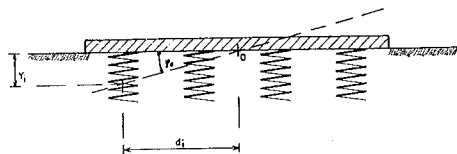


Fig. 3

abbassamento y_i reagiscono con una forza N_i . Si avrà

$$y_i = K N_i \quad (4)$$

ove $\frac{1}{K}$ è il carico che provoca il cedimento unitario della testa del palo. Indicando con d_i la distanza del palo dall'asse di rotazione del plinto, si avrà che lo sforzo normale del palo iesimo sarà

$$N_i = \frac{1}{K} d_i \varphi_0 \quad (5)$$

e le (2') si riducono alla sola espressione di \mathcal{N}' che vale

$$\mathcal{N}' = \frac{1}{K} \varphi_0 d_i^2 = \frac{1}{K} \varphi_0 J_p \quad (6)$$

ove J_p è il momento d'inerzia della palificata rispetto all'asse di rotazione per pali pensati puntiformi.

La deformabilità flessionale dei pali può essere schematizzata (fig. 4) assimilando ciascuno di essi ad una trave elastica, immersa in un suolo alla WINKLER, che presenti alla sommità una rotazione φ_0 .

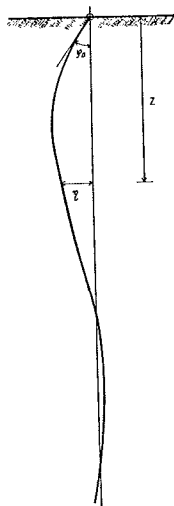


Fig. 4

Sia c il coefficiente di sottofondo del terreno che ne caratterizza il comportamento alla WINKLER; nella presente trattazione si supporrà che esso sia costante con la profondità⁽³⁾. Il carico per unità di lunghezza del palo di diametro D sarà

$$q(z) = c D \eta(z) = \beta \eta(z)$$

e l'equazione della linea elastica,

$$E J \frac{d^4 \eta}{dz^4} + \beta \eta = 0 \quad (7)$$

essendo J il momento d'inerzia del palo.

⁽³⁾ Come è noto il coefficiente di sottofondo c dipende dalle caratteristiche geotecniche dei terreni attraversati dal palo e dalle dimensioni del palo stesso. Inoltre secondo TERZAGHI (1955) esso può essere considerato costante con la profondità solo quando si abbia a che fare con argille preconsolidate, mentre aumenta con la profondità nelle argille normalmente consolidate e nelle sabbie. Per quanto riguarda le argille preconsolidate, TERZAGHI suggerisce di stimare il valore di \bar{c} sulla base del valore c relativo a prove effettuate con una piastra standard di dimensioni $b \times b$. Valori empirici di \bar{c} per $b \cong 30$ cm (1 ft) sono riportati nella tabella I.

TABELLA I

Valori di c (Kg/cm^2) per argille preconsolidate.

Consistenza dell'argilla	Compatta	Molto compatta	Dura
Resistenza a compressione (Kg/cm^2)	1 ÷ 2	2 ÷ 4	4
Valori di \bar{c}	2,7	5,4	10,8

Per ottenere i valori di c da introdurre nel calcolo si utilizzerà la seguente formula semiempirica:

$$\bar{c} = c b/D$$

Per quanto concerne le sabbie, il TERZAGHI suggerisce la espressione:

$$\bar{c} = n z/D$$

nella quale z rappresenta la profondità dal piano di campagna e si potranno orientativamente introdurre i valori di n riportati nella tabella II.

TABELLA II

Valori di n (Kg/cm^2) per le sabbie.

Densità relativa	Sciolta	Media	Densa
Valori di n per sabbie asciutte o umide	0,25	0,75	2,00
Valori di n per sabbie in acqua	0,15	0,50	1,25

L'integrale generale della (7) vale:

$$\eta(z) = e^{\alpha z} (C_1 \operatorname{sen} \alpha z + C_2 \operatorname{cos} \alpha z) + e^{-\alpha z} (C_3 \operatorname{sen} \alpha z + C_4 \operatorname{cos} \alpha z) \quad (8)$$

essendo

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{EJ}} \quad (9)$$

Nelle ipotesi di palo di lunghezza seminfinita la (8) si semplifica nella

$$\eta(z) = e^{-\alpha z} (C_3 \operatorname{sen} \alpha z + C_4 \operatorname{cos} \alpha z) \quad (10)$$

Ponendo nella (10) le condizioni ai limiti

$$\eta_{z=0} = 0 \quad ; \quad \left(\frac{d\eta}{dz} \right)_{z=0} = 0$$

si ottengono le espressioni della linea elastica, della rotazione e delle caratteristiche flettenti e taglianti

$$\begin{aligned} \eta_r &= \varphi_0 e^{-\alpha z} \operatorname{sen} \alpha z \\ \varphi_r &= \varphi_0 e^{-\alpha z} (\operatorname{cos} \alpha z - \operatorname{sen} \alpha z) \\ M_r &= 2 EJ \varphi_0 \alpha e^{-\alpha z} \operatorname{cos} \alpha z \\ T_r &= -2 EJ \alpha^2 \varphi_0 e^{-\alpha z} (\operatorname{sen} \alpha z + \operatorname{cos} \alpha z) \end{aligned} \quad (11)$$

Le caratteristiche alla testa dei singoli pali per effetto della rotazione φ_0 del plinto risultano dalla (5) e dalla (11), ponendo $z = 0$

$$\begin{aligned} N_r^0 &= \frac{d_1}{K} \varphi_0 \\ M_r^0 &= 2 EJ \alpha \varphi_0 \\ T_r^0 &= -2 EJ \alpha^2 \varphi_0 \end{aligned} \quad (12)$$

Per la (2') le caratteristiche risultanti dalla palificata sono

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_r &= \left(\frac{J_p}{K} + 2 n EJ \alpha \right) \varphi_0 \\ \mathcal{T}_r &= -2 n EJ \alpha^2 \varphi_0 \end{aligned} \quad (13)$$

le (12) espresse in funzione di \mathcal{N}_r risultano:

$$N_r^0 = \frac{d_1}{K} \frac{\mathcal{N}_r}{(J_p/K + 2 n EJ \alpha)}$$

$$M_r^0 = 2 EJ \alpha \frac{\mathcal{N}_r}{(J_p/K + 2 n EJ \alpha)} \quad (14)$$

$$T_r^0 = -2 EJ \alpha^2 \frac{\mathcal{N}_r}{(J_p/K + 2 n EJ \alpha)}$$

La rigidezza complessiva della palificata risulta

$$W_p = \frac{J_p}{K} + 2 n EJ \alpha \quad (15)$$

2.2. Effetto dello spostamento orizzontale δ_0 .

Sia δ_0 lo spostamento orizzontale della base del plinto, in assenza di rotazione. Per tale spostamento i pali subiscono una stessa deformazione elastica (fig. 5), che soddisfa all'equazione (10).

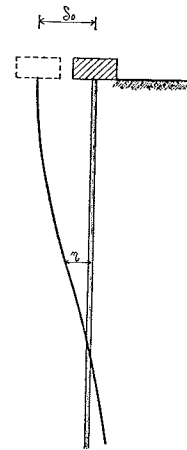


Fig. 5

Ponendo nella (10) le condizioni ai limiti

$$\eta_{z=0} = \delta_0 \quad ; \quad \left(\frac{d\eta}{dz} \right)_{z=0} = 0$$

si ottengono le espressioni di η , φ , M , T

$$\begin{aligned} \eta_s &= \delta_0 e^{-\alpha z} (\operatorname{sen} \alpha z + \operatorname{cos} \alpha z) \\ \varphi_s &= -2 \delta_0 \alpha e^{-\alpha z} \operatorname{sen} \alpha z \\ M_s &= -2 EJ \delta_0 \alpha^2 e^{-\alpha z} (\operatorname{sen} \alpha z - \operatorname{cos} \alpha z) \\ T_s &= -4 EJ \delta_0 \alpha^3 e^{-\alpha z} \operatorname{cos} \alpha z \end{aligned} \quad (16)$$

e le caratteristiche di sollecitazione alla testa di ciascun palo

$$\begin{aligned} M^0 &= 2 EJ \alpha^2 \delta_0 \\ T^0 &= -4 EJ \alpha^3 \delta_0 = -2 \alpha M_s^0 \end{aligned} \quad (17)$$

Le caratteristiche risultanti della palificata sono

$$\mathcal{N}_s = n M_s, \quad (18)$$

$$\mathcal{C}_s = -2 n \alpha M_s,$$

2.3. *Effetto risultante di una rotazione e di una traslazione orizzontale del plinto.*

Per le (12) e le (17) le caratteristiche risultanti alla testa dei singoli pali sono

$$N_o = \frac{d_i}{K} \varphi_o$$

$$M_o = 2 E J \alpha (\varphi_o + 2 \alpha \delta_o) \quad (19)$$

$$T_o = -2 E J \alpha^2 (\varphi_o + 2 \alpha \delta_o)$$

Per la verifica e l'armatura dei pali, lo sforzo normale della prima delle (19) va composto con quello espresso dalla (1) e proveniente dal carico N_p alla base del pilastro, avendosi

$$N_i = \frac{N_p}{n} + \frac{d_i}{K} \varphi_o \quad (20)$$

L'armatura del palo è richiesta dalla presenza del momento e può pertanto diminuire rapidamente in armonia con la sua funzione

$$M = 2 E J e^{-\alpha z} [(\varphi_o + \alpha \delta_o) \cos \alpha z - \alpha \delta_o \sin \alpha z] \quad (21)$$

che attinge valori nulli alle profondità

$$z_o = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(1 + \frac{\varphi_o}{\alpha \delta_o} \right) \quad (22)$$

Nello studio di un telaio generico ponendo φ_o e δ_o quale rotazione e spostamento orizzontale alla base del pilastro, le conseguenti caratteristiche flettenti e taglianti che occorrerà introdurre sono

$$M = 2 n E J \alpha (\varphi_o + \alpha \delta_o) + \frac{J_p}{K} \varphi_o \quad (23)$$

$$T = -2 n E J \alpha^2 (\varphi_o + 2 \alpha \delta_o)$$

3. Telaio con spostamenti relativi nulli tra i plinti.

Una tale condizione si realizza per la presenza della trave di collegamento tra i plinti o, in mancanza di questa, per condizioni di struttura e di carico che facciano prevedere trascurabile lo spostamento relativo orizzontale tra i plinti.

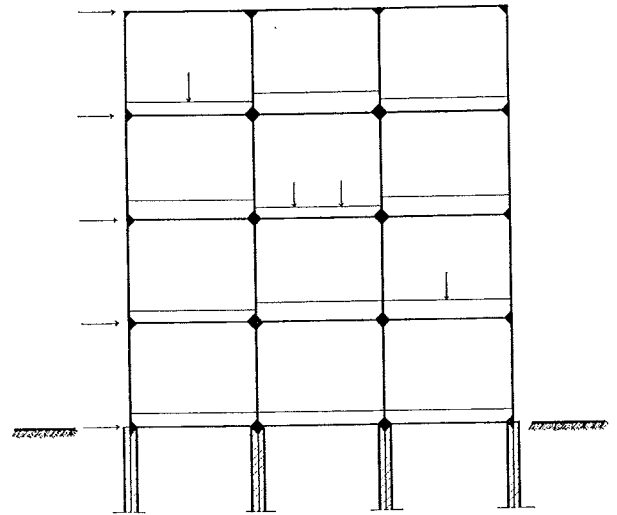


Fig. 6

Si considera il primo caso, del resto quanto mai generale, di telaio con trave di collegamento tra i plinti su pali, sottoposto a forze verticali ed orizzontali (fig. 6). Per la soluzione si applica di seguito il metodo iterativo di Cross generalizzato da Pozzati fornendo gli elementi per un'estensione, ove si tenga in conto l'elasticità del sistema fondazionale costituito da plinti su pali.

3.1. Risoluzione con il metodo di Cross-Pozzati.

In applicazione di tale metodo iterativo, che procede secondo successivi equilibramenti alla GRINTER e alla Cross operando su di un unico schema, il telaio viene considerato con un nodo al piede di ogni pilastro, ove convergono, oltre al pilastro stesso, le travi di collegamento complanari con il telaio e la palificata, assimilabile a concio elastico e che chiameremo di seguito « concio a pali ». La rigidezza di tale « concio a pali », per la (15), è

$$W_p = \frac{1}{E_{t1}} \left(\frac{J_p}{K} + 2 n E_p J \alpha \right) \quad (24)$$

Avendo indicato con E_{t1} il modulo elastico del materiale costituente il telaio e con E_p il modulo elastico del calcestruzzo dei pali. La ripartizione alla Cross nel nodo si effettua secondo i coefficienti di ripartizione

$$\rho_i = \frac{W_i}{W_m + W_{t'} + W_{t''} + W_p} \quad (i = m, t', t'', p) \quad (25)$$

avendo indicato con W_m la rigidezza del pilastro e con $W_{t'}$ e $W_{t''}$ le rigidezze delle due travi di col-

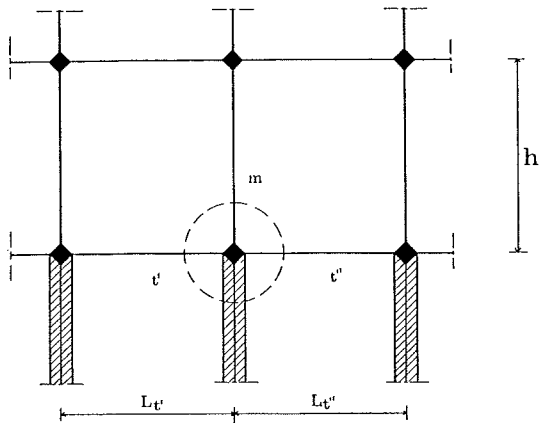


Fig. 7

legamento (fig. 7)

$$W_m = \frac{4 J_m}{h}$$

$$W_{t'} = \frac{4 J_{t'}}{L_{t'}}$$

$$W_{t''} = \frac{4 J_{t''}}{L_{t''}}$$
(26)

Per la determinazione nello schema iniziale dei momenti alla GRINTER da assegnare ai « concio a pali », si ripartisce tra questi la forza di piano H_r alla sommità dei pali, cioè la risultante di tutte le forze orizzontali agenti sul telaio, secondo i coefficienti

$$t_i = \frac{\mathcal{C}_i}{\sum \mathcal{C}_i}$$
(27)

Per pali delle stesse caratteristiche, la forza H_r si ripartisce tra gli m « concio a pali » proporzionalmente al numero n_i di pali posseduti da ciascuno di questi, e la (27) si trasforma in

$$t_i = \frac{n_i}{n} \quad (n = m \times n_i)$$
(28)

ed il momento per ciascun « concio a pali » sarà, per la (17),

$$M_i = - t_i \frac{H_r}{2 \alpha}$$
(29)

Effettuando l'equilibramento alla CROSS in tutti i nodi alla base dei pilastri, siano \bar{M}_i i momenti di equilibramento dei « concio a pali ». Per le (14)

il taglio squilibrante T_p^i per ciascun « concio a pali », sarà

$$T_p^i = - \alpha \bar{M}_i$$
(30)

e la risultante dei T_p^i sarà

$$\bar{H} = - \alpha \sum_{i=1}^{i=m} \bar{M}_i$$
(31)

Per i successivi equilibramenti alla GRINTER delle forze \bar{H} al livello dei « concio a pali », a ciascuno di questi spetterà per le (29) un momento

$$M^*_i = - \mathfrak{D}_i \sum \bar{M}_i$$
(32)

avendo posto

$$\mathfrak{D}_i = \frac{t_i}{2}$$
(33)

Si procede quindi all'equilibramento dei nodi alla rotazione e dei piani alla traslazione, finché gli squilibri risultino percentualmente accettabili.

Per la verifica dei singoli pali bisogna distinguere per ciascun « concio a pali » i momenti di equilibramento alla CROSS \bar{M}_i , che forniscono un momento risultante M_r , dai momenti di equilibramento alla GRINTER M^* , che forniscano un momento risultante M_s . Dalle (14) e dalle (18) si hanno le caratteristiche di sollecitazione, prodotte rispettivamente da M_r e M_s , in base alle quali si arma e si verificano i singoli pali.

Applicazioni.

1. *Plinto a tre pali $\varnothing 50$ al piede di un pilastro di una struttura qualsiasi* (fig. 8).

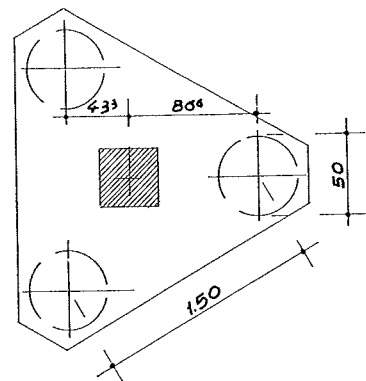


Fig. 8

Le caratteristiche alla base del plinto siano:

Carico assiale	$Q = 145 \text{ t}$
Spostamento orizzontale	$\delta_0 = 0,001 \text{ m}$
Rotazione	$\varphi_0 = 0,0006 \text{ rad}$

Le caratteristiche del terreno (argilla compatta) e del palo ($\varnothing 50 \text{ cm}$, $L = 16 \text{ m}$) siano:

$$c = 2,7 \times 10^6 \text{ Kg m}^{-3}$$

$$K = 6 \times 10^{-8} \text{ m Kg}^{-1}$$

$$J = 0,003068 \text{ m}^4$$

$$E = 2 \times 10^9 \text{ Kg m}^{-2}$$

$$\beta = c D = 1,35 \times 10^6 \text{ Kg m}^{-2}$$

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4 EJ}} = 0,48428 \text{ m}^{-1}$$

$$J_p = 0,75 \text{ m}^2$$

$$2 EJ \alpha = 5,9428 \times 10^6 \text{ Kgm}$$

Per le (19) e le (20) si ha alla sommità dei pali, riferendoci al palo più distante dal baricentro della palificata:

$$M = 6422 \text{ Kgm}$$

$$T = 4516 \text{ Kg}$$

$$N = 56993 \text{ »}$$

$$e = 0,113 \text{ m}$$

Verifica a presso-flessione con il metodo grafico di MOHR-GUIDI (fig. 9):

$$y_x = 41,3 \text{ cm}$$

$$S_x = 35150 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_c = 66,7 \text{ Kg cm}^{-2}$$

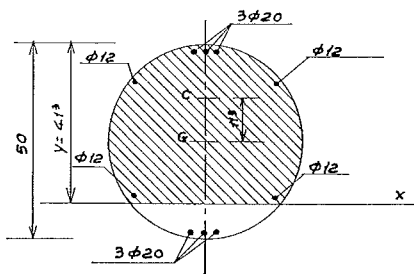


Fig. 9

Per la (22) il momento attinge valori nulli alle profondità

$$z'_0 = 2,05 \text{ m}$$

$$z''_0 = 8,55 \text{ m}$$

$$z'''_0 = 15,01 \text{ m}$$

A metà della semionda di lunghezza $z''_0 - z'_0$ e cioè alla profondità

$$z = 5,302 \text{ m}$$

il valore del momento si determina introducendo nella (21) i valori

$$\alpha z = 0,484 \times 5,302 = 2,5678 \text{ rad}$$

ottenendosi

$$M = 494,4 \text{ Kgm}$$

Dal che si deduce che la rapida estinzione del momento (fig. 10) rende lecita l'ipotesi di palo di lunghezza seminfinita.

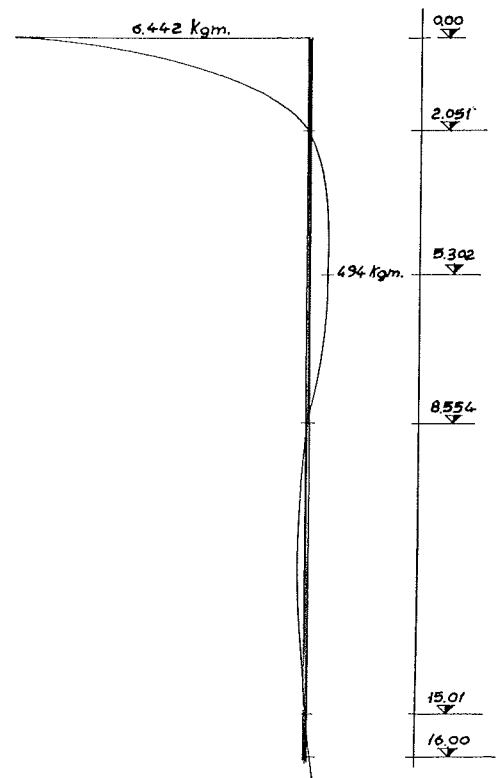


Fig. 10

Del pari si constata che l'azione flettente nel nostro caso è sentita sul primo tratto di m. 2,0 di lunghezza, al quale tratto dovrebbe essere limitata l'armatura. Si ritiene comunque prudente disporre un'armatura leggera per un tratto di maggiore lunghezza.

2. Telaio con fondazione a plinti su pali $\varnothing 40$ cm e con trave di collegamento tra i plinti.

Lo schema del telaio che verrà considerato nel secondo esempio è riportato nella figura 11; nella tabella sono elencate le sue caratteristiche geometriche ed elastiche.

I carichi verticali ed orizzontali sono riportati nella fig. 12.

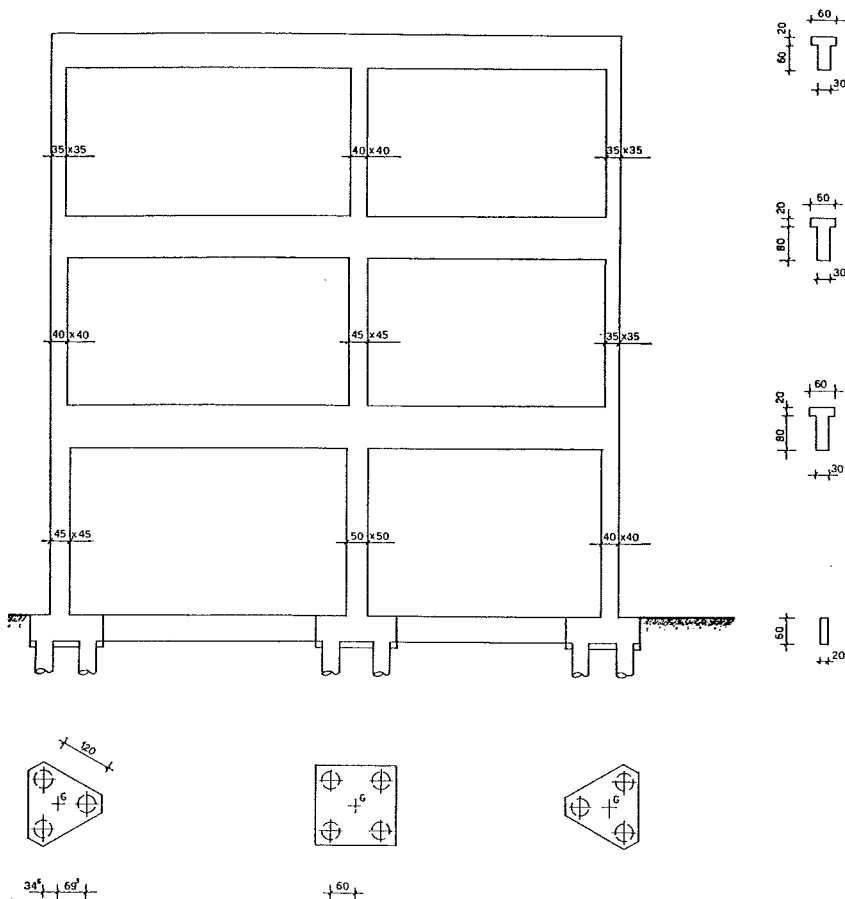


Fig. 11

Elemento	piano	n.	$J (\times 10^{-4})$ (cm ⁴)	l (cm)	$W = \frac{4J}{l} (10^{-4})$	$\frac{J_i}{\sum J_i} = t_i$	$0,75 \frac{J_i}{\sum J_i} = \vartheta_i$
Trave	cop.	1-2	172,8	700	0,9874		
»	»	2-3	172,8	600	1,152		
»	1°-2°	1-2	330	700	1,886		
»	»	2-3	330	600	2,220		
»	colleg.	1-2	54	700	0,3086		
»	»	2-3	54	600	0,360		
Pilastro	p. t.	1	34,17	400	0,3417	0,3176	0,2382
»	»	2	52,08	400	0,5208	0,4841	0,3631
»	»	3	21,33	400	0,2133	0,1983	0,1487
»	1°	1	21,33	350	0,2438	0,3158	0,2368
»	»	2	34,17	350	0,3905	0,5058	0,3794
»	»	3	12,05	350	0,1377	0,1784	0,1338
»	2°	1	12,05	350	0,1377	0,2652	0,1989
»	»	2	21,33	350	0,2438	0,4696	0,3522
»	»	3	12,05	350	0,1377	0,2652	0,1989

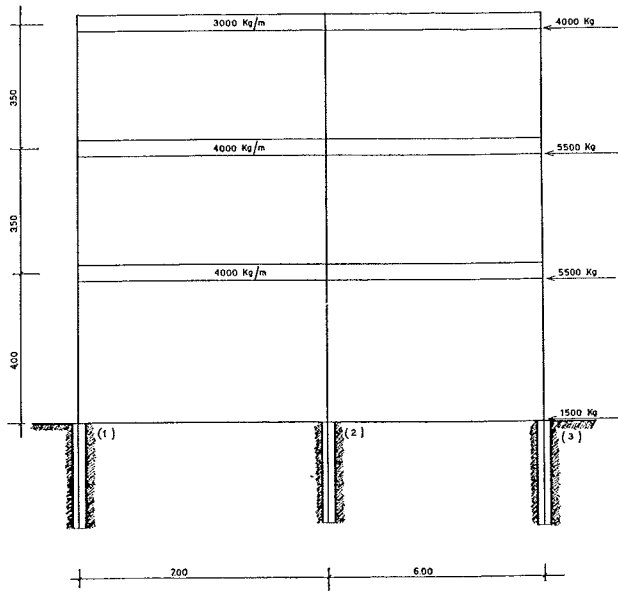


Fig. 12

Caratteristiche dei « concii a pali »:

$$c = 2,7 \times 10^6 \text{ Kg m}^{-3}$$

$$K = 6 \times 10^{-8} \text{ m Kg}^{-1}$$

$$J = 1,2566 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$E_p = 2 \times 10^9 \text{ Kg m}^{-2}$$

$$E_{\alpha} = 2,5 \times 10^9 \text{ Kg m}^{-2}$$

$$\beta = 1,08 \times 10^6 \text{ Kg m}^{-2}$$

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4 E J}} = 0,5725 \text{ m}^{-1}$$

$$2 E_p J \alpha = 2,8776 \times 10^6 \text{ Kgm}$$

$$J_{v1} = J_{v3} = 0,7197 \text{ m}^2$$

$$J_{v2} = 1,440 \text{ m}^2$$

Coefficienti di ripartizione di piano:

$$t_1 = t_3 = 0,3 \quad t_2 = 0,4$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_3 = 0,15 \quad \vartheta_2 = 0,2$$

Rigidezze dei « concii a pali », per le (24),

$$W_1 = W_3 = 0,8251 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$W_2 = 1,4204 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

Le rigidezze delle varie membrature sono riportate nella fig. 13.

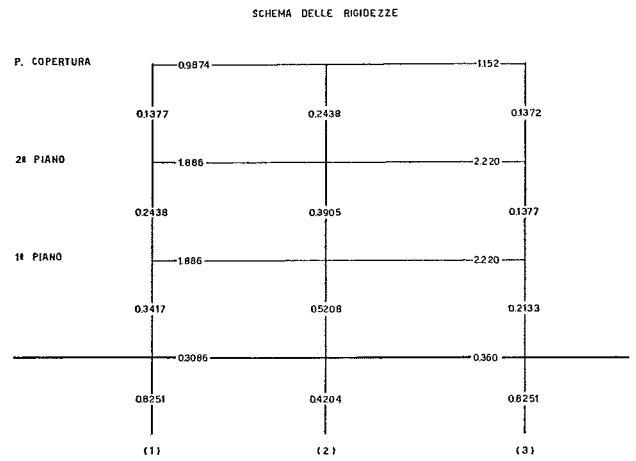


Fig. 13

Momenti alla GRINTER al piano dei « concii a pali », applicando le (29),

$$H = 16500 \text{ Kg}$$

$$M_1 = M_3 = 4323 \text{ Kgm}$$

$$M_2 = 5764 \text{ Kgm}$$

Il calcolo è sviluppato nella fig. 15, ottenendo i risultati sintetizzati nello schema di fig. 14.

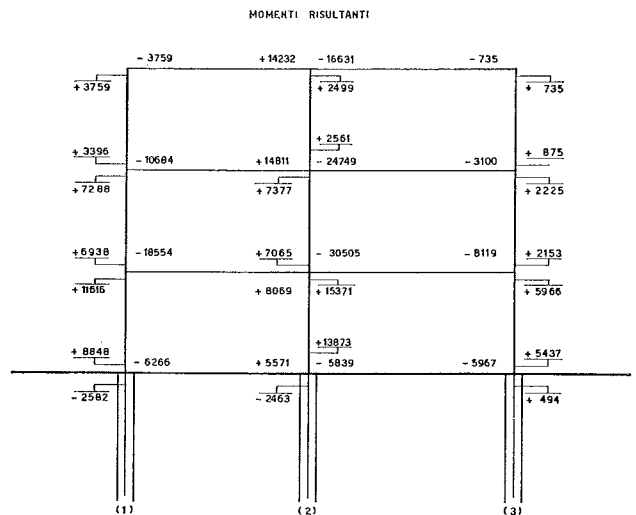


Fig. 14

Si osserva che i momenti, risultanti al piede del primo ordine di pilastri, sono inferiori di quelli iniziali alla GRINTER, contrariamente a quanto si sarebbe ottenuto considerando l'incastro rigido alla base dei pilastri.

Si effettua la verifica dei pali del plinto n. 2.

Lo sforzo normale al piede del pilastro risulta pari a

$$N_2 = 89890 \text{ Kg}.$$

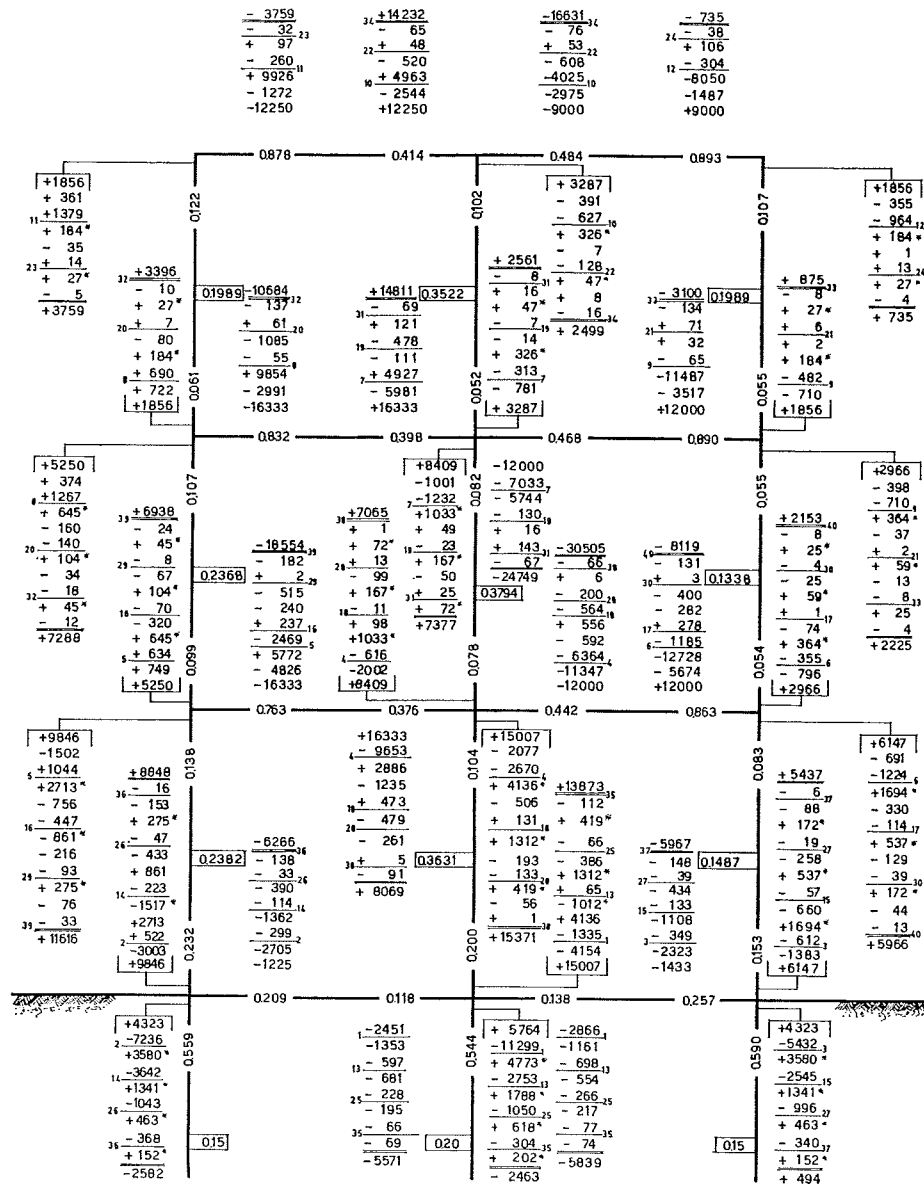


Fig. 15

Lo sforzo normale per ciascun palo prodotto da N_2 vale:

$$N' = \frac{1}{4} 89890 = 22473 \text{ Kg.}$$

Il momento del « concio a pali » n. 2 va suddiviso nelle due aliquote costituite dal momento M_r di equilibramento alla CROSS e dal momento M_s di equilibramento alla GRINTER

$$M_r = - 15406 \text{ Kgm}$$

$$M_s = + 12943 \text{ »}$$

$$M = - 2463 \text{ Kgm}$$

Si applicano le (14) e le (18)

$$\mu = \frac{J_p}{K} + 2 n E_p J \alpha = \frac{1,44}{6 \times 10^{-8}} + 4 \times 2,8776 \times 10^6 = 35,51 \times 10^6 \text{ Kgm}$$

$$\frac{M_r}{\mu} = \frac{15406}{35,51 \times 10^6} = - 4,3385 \times 10^{-4}$$

Per le (14)

$$\mathcal{N}_r = - 2,8776 \times 10^6 \times 4,3385 \times 10^{-4} = - 1248,5 \text{ Kgm}$$

$$\mathcal{N}_s = \pm \frac{0,6}{6 \times 10^{-8}} \times 4,3385 \times 10^{-4} = \pm 4338,5 \text{ Kg}$$

$$\mathcal{G}_r = + 2,8776 \times 10^6 \times 0,5725 \times 4,3385 \times 10^{-4} =$$

$$= 714,7 \text{ Kg}$$

Per le (18)

$$\mathcal{N}_s = + \frac{12946}{4} = 3235,8 \text{ Kgm}$$

$$\mathcal{G}_s = - 2 \times 0,5725 \times 3235,8 = - 3705 \text{ Kg}$$

Complessivamente alla sommità di ciascun palo del plinto n. 2 si ha

$$N = 22473 \pm 4338,5 = \begin{cases} N_{\max} = 26811,5 \text{ Kg} \\ N_{\min} = 18134,5 \text{ Kg} \end{cases}$$

$$M = 3235,8 - 1248,5 = 1987,5 \text{ Kgm}$$

$$T = 714,7 - 3705 = - 2990,3 \text{ Kg}$$

In base a tali caratteristiche le verifiche si effettuano come all'esempio 1^o (4).

(4) Nell'esempio riportato, a stretto rigore numerico, non risulterebbe nulla la traslazione verticale relativa tra i plinti.

BIBLIOGRAFIA

- CESTELLI GUIDI C. (1963) - *Meccanica del terreno, fondazioni, opere in terra*. Hoepli, Milano.
- FLEMING J. F., SCREWVALA F. N., KONDNER R. L. (1965) - *Foundation superstructure interaction under earthquake motion*. 3rd World Conf. Earthquake Eng., vol. 1, New Zealand.
- GIANGRECO E. (1964) - *Teoria e tecnica delle strutture*. Vol. 1, Liguori, Napoli.
- KRALL G. (1932) - *Sui pali infissi in terreni elastici soggetti a forze normali all'asse*. Giorn. del Genio Civile.
- LA TEGOLA A. (1967) - *Sulla stabilità delle pile in c. a. dei ponti e viadotti*. Giorn. del Genio Civile.
- MAZZOLANI F. M. (1967) - *La progettazione delle travi di fondazione su suolo di Winkler*. RIG, n. 4.
- POZZATI P. (1947) - *Una notevole semplificazione nello studio dei telai a più piani ed a due piedritti uguali soggetti a forze orizzontali*. Il Cemento, n. 9-10.
- POZZATI P. (1947) - *Il metodo di Cross generalizzato*. L'Ingegnere.
- PRAKASH S., AGGARWAL S. L. (1965) - *Study of vertical pile under dynamic lateral load*. 3rd World Conf. Earthquake Eng., vol. I, New Zealand.
- SPARACIO R. (1960) - *La risoluzione per iterazione su schema delle equazioni dei nodi e dei piani*. Giorn. del Genio Civile.
- TERZAGHI K. (1955) - *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. Géotechnique, vol. 5.

SUMMARY

Interaction between superstructure and piled foundation

The influence of the deformability of a piled foundation on the elastic behaviour of the superstructure is analyzed, making the assumption that the subsoil behaves as a WINKLER model with constant modulus both in horizontal and vertical direction.

Imposing a rotation φ_0 and a horizontal displacement δ_0 to the rigid block connecting the heads of the piles of a group, and taking into account the deformations of both piles and surrounding soil under a vertical load and the bending deformation of the piles, the stress acting at the piles heads (eq. 19, 20) and the rigidity of the pile group (eq. 15) are determined.

A frame structure subjected to horizontal and vertical

loads is then studied; any relative horizontal displacement between two foundation elements is prevented by means of a horizontal connecting beam.

The solution is obtained by means of the iterative method of CROSS-POZZATI, whose extension to account for foundation deformability is illustrated. The rigidity of the foundation element is given by eq. 24; the initial bending moments due to horizontal force H_r (Grinter moments) are given by eq. 29.

The operative aspects of the proposed method are exposed in detail, and are further elucidated by two numerical examples. In the former one, the characteristics of a three-piles group are determined; in the second one, a three storeys frame structure subjected to horizontal and vertical forces is studied.