

Esperienze sul riempimento di un filtro a fronte obliquo durante l'invaso del serbatoio di alimentazione*

M. SANTORO **

SOMMARIO: Si espongono i risultati di una indagine sperimentale sul moto vario di riempimento di un filtro omogeneo indefinito a fronte obliquo durante la prima fase di invaso del serbatoio di alimentazione, svolta per risolvere il problema della determinazione della posizione istantanea della linea libera nel filtro. Descritte le caratteristiche costruttive dei modelli analogici alla Hele-Shaw, con i quali è stata eseguita l'indagine, e la installazione sperimentale relativa, vengono richiamate le grandezze fondamentali in gioco e individuati i relativi raggruppamenti adimensionali. I risultati delle esperienze, opportunamente elaborati, hanno consentito di approntare diagrammi in coordinate adimensionali, che servono a determinare la posizione della linea libera nel filtro, in un istante generico del moto vario, per alcuni angoli del fronte di alimentazione, fissato il rapporto, anch'esso adimensionale, tra la permeabilità dell'ammasso e la velocità d'invaso nel serbatoio. Un esempio numerico contribuisce infine a chiarire l'utilizzazione dei grafici forniti.

1. Premesse

Nell'ambito di un programma di ricerche teoriche e sperimentali sul moto vario di riempimento di filtri omogenei indefiniti, condotte nell'Istituto di Idraulica di Palermo, sono state eseguite da me stesso esperienze su modelli analogici alla Hele-Shaw con fronte di alimentazione obliquo, svolte per risolvere il problema della posizione istantanea della linea libera nel filtro, delle quali si è riferito, appunto, in una precedente memoria [SANTORO, 1974].

Rinviando a questa per i dettagli e le necessarie precisazioni quantitative, è opportuno ricordare che il confronto tra i risultati sperimentali e quelli teorici dedotti dalla applicazione di un adattamento di un procedimento numerico alle differenze finite adottato da CURTO [1968-69] ha evidenziato l'esistenza di scarti sensibili fra i suddetti risultati nella *prima fase* del riempimento del filtro, durante la quale il livello cresce nel serbatoio di alimentazione; e che tali scarti si attenuavano con rapidità ad invaso completato nel serbatoio (*seconda fase* del riempimento), e precisamente diventavano trascurabili trascorsi qualche centinaio di secondi dalla stabilizzazione del livello in esso.

Tali scarti della prima fase sono apparsi invero imputabili solo in piccola parte al procedimento numerico adottato e sono stati pertanto attribuiti

— coerentemente alle previsioni — alla inadeguatezza della stessa equazione del moto vario, ricavata con le ipotesi di Dupuit.

Risultando dunque impossibile far ricorso a procedimenti teorici e poiché si è ritenuta importante la suddetta prima fase del riempimento, soprattutto per le implicazioni che essa presenta con le verifiche di stabilità di opere costruite in terra, si è cercato allora, secondo quanto auspicato alla fine della memoria [SANTORO, 1974] di fornire mediante sole esperienze un mezzo di valutazione delle caratteristiche del moto, nell'intervallo di tempo occorrente per il completo invaso del serbatoio, partendo appunto dalla condizione di filtro vuoto.

A tale scopo è stata appunto svolta in laboratorio una ampia ricerca sperimentale che viene riferita nella presente memoria, ancora con modelli analogici alla Hele-Shaw, su una batteria di filtri aventi fronti di alimentazione di diversa inclinazione, per mettere in conto anche l'influenza di tale parametro sull'andamento della linea libera nel filtro.

I risultati sono stati sintetizzati in grafici che consentono di ricavare la posizione della linea libera nel tempo, fissati la geometria e le caratteristiche fisiche del mezzo filtrante, e la particolare legge di riempimento del serbatoio, che, ovviamente, condiziona anch'essa le modalità di avanzamento della linea libera nell'ammasso poroso.

2. Installazione sperimentale ed esecuzione delle prove

La installazione approntata per la esecuzione delle esperienze è costituita essenzialmente di una

* Ricerca eseguita sotto gli auspici del C.N.R.

** Dott. Ing. Mario SANTORO, Assistente ordinario nell'Istituto di Idraulica dell'Università di Palermo.

batteria di 5 modelli del tipo Hele-Shaw, costruiti con i materiali e gli accorgimenti tecnici ampiamente sperimentati in occasione delle ricerche precedenti, di cui si è detto nelle memorie [CURTO, 1969, SANTORO, 1974], e aventi fronte di alimen-

tazione inclinato sull'orizzontale rispettivamente degli angoli $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ e 90° .

Lo schema generale della installazione relativa al singolo modello è riportato in fig. 1.

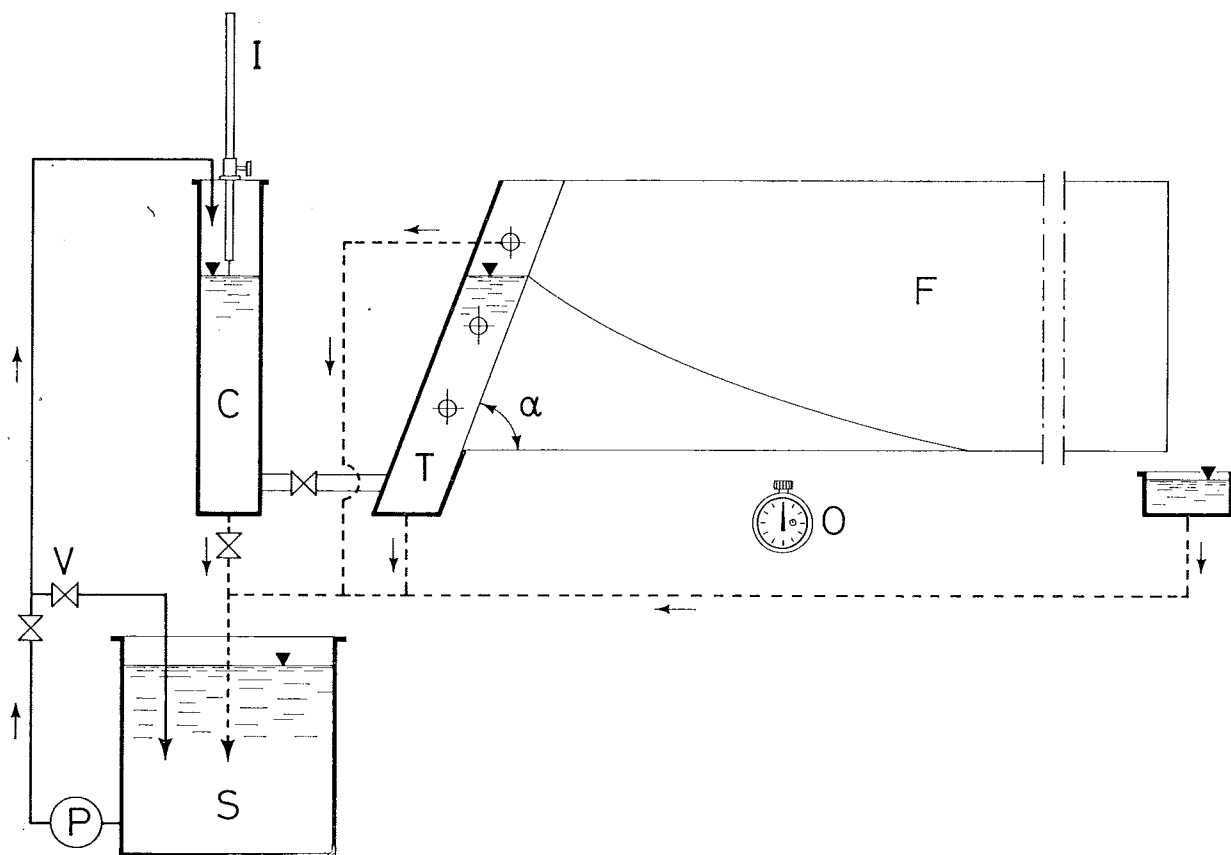


Fig. 1. - Schema di un modello e della installazione sperimentale.

La pompa P solleva l'olio del serbatoio S nella vaschetta, ad asse verticale, C , che si trova in comunicazione con la vaschetta T il cui asse è invece inclinato dall'angolo α .

La vaschetta C ha lo scopo di contenere l'idrometro I , la cui punta individua la quota del livello dell'olio all'inizio del riempimento; è dotata inoltre di uno scarico di fondo munito di saracinesca.

La vaschetta T simula il bacino che alimenta l'ammasso poroso ed è dotata di scarichi di superficie posti a quote discontinue, e costituiti di fori praticati sulla sua parete, uno solo dei quali è, ovviamente, in funzione. In essa si innestano: il « filtro » F , una coppia di lastre di vetro dello spessore di 10 mm entro le quali si è realizzata l'intercapedine di 2 mm; le lastre di perspex che aderendo a quelle di vetro consentono il collegamento del filtro con la vaschetta T , dello stesso materiale perspex per mezzo di uno speciale collante.

La regolazione della portata sollevata è resa possibile dalla presenza della valvola V che permette di suddividere tale portata in due aliquote, una delle quali viene scaricata direttamente nel serbatoio S .

Completa lo schema della installazione il contasecondi elettrico O che consente la contemporanea registrazione fotografica della posizione della linea libera nel filtro e del tempo trascorso dall'inizio del moto di riempimento.

L'esecuzione di ciascuna prova avveniva nel modo seguente:

- 1) Si regolava la valvola V in modo da attuare riempimenti più o meno rapidi delle vaschette C e T , secondo quanto osservato durante alcune prove preliminari.
- 2) Si controllava la temperatura dell'olio contenuto nel serbatoio di alimentazione, mediante

apposito termometro per il calcolo della « permeabilità » del filtro.

- 3) Si immetteva l'olio nella vaschetta *C* e si avviava il contasecondi elettrico nello istante in cui il pelo libero in essa attingeva la punta dell'idrometro posto alla quota del fondo orizzontale impermeabile.

Il liquido cominciava allora a « filtrare », dalla vaschetta *T*, tra le lastre di vetro, visualizzando la posizione della linea libera che veniva registrata fotograficamente.

La prova si considerava conclusa nell'istante in cui il pelo libero della vaschetta *T* raggiungeva il bordo inferiore dello scarico di superficie in azione di cui — come si è detto — è dotata la stessa vaschetta *T*. Nei casi di riempimenti di tale vaschetta molto lenti, invece, la prova si concludeva nell'istante in cui la linea libera raggiungeva la sezione terminale del filtro, prima ancora, quindi, che entrasse in funzione lo scarico di superficie.

Il complesso dei modelli utilizzati e delle installazioni di laboratorio collaterali, è visibile nella foto di fig. 2.

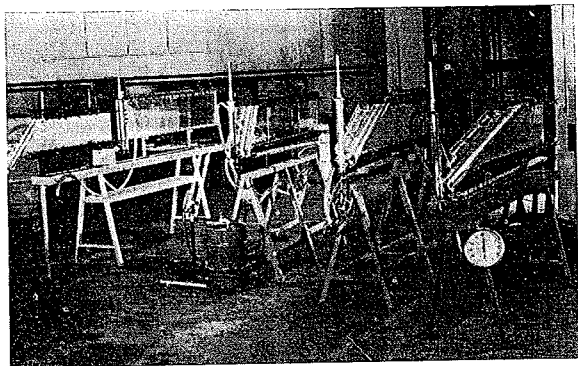


Fig. 2. - Veduta della batteria dei modelli e della installazione sperimentale.

3. Le grandezze che intervengono nel moto di riempimento del filtro e il legame relativo

Con riferimento allo schema di fig. 3 b, le grandezze che intervengono nel moto di riempimento di un mezzo poroso, inizialmente vuoto, sono:

- 1) il livello *H* nel serbatoio di alimentazione;
- 2) l'altezza della linea libera *h*, sul piano orizzontale di base, alla distanza generica *x* dall'origine degli assi;
- 3) l'ascissa *x* suddetta del punto della linea libera;
- 4) l'angolo α che il fronte di alimentazione forma con il piano orizzontale;
- 5) la permeabilità *k* del mezzo poroso;
- 6) il tempo *t* di cui sono funzione le grandezze 1 e 2 suddette.

Fissata dunque la inclinazione del fronte di alimentazione risulta:

$$h = h(H, x, k, t).$$

Fra le grandezze *H* e *t* esiste però un legame che è utile mettere in evidenza, in vista della rappresentazione dei risultati delle esperienze in coordinate adimensionali. Infatti l'andamento nel tempo del livello *H* nel serbatoio di alimentazione del filtro, costituisce la « legge di riempimento del serbatoio » che in fig. 3 a è rappresentata, ad es., da una retta.

Ne consegue che la tangente dell'angolo β formato dalla retta *H(t)* e dall'asse delle ascisse assume evidentemente il significato di « velocità di riempimento » *H/t* che d'ora in poi indicheremo con il simbolo *n*.

La generica ordinata *h* di un punto della linea libera risulta allora:

$$h = h(H, x, k, n)$$

con l'evidente vantaggio della introduzione al posto di *t* di una grandezza $n = H/t$ che ha le stesse dimensioni di *k*.

L'applicazione del teorema di Buckingham fornisce, in maniera ovvia, i raggruppamenti adimensionali

$$\frac{h}{H}, \frac{x}{H}, \frac{k}{n}$$

l'ultimo dei quali assume il significato di parametro nel diagramma in coordinate x/H e h/H .

Si osserva ancora che sul fronte di alimentazione, dove per qualunque *t*, $h_t = H$, è anche $x_t = H \cot \alpha$.

Assumendo allora in ascisse il raggruppamento adimensionale $\frac{x}{H \cot \alpha}$ si ottiene in definitiva

il vantaggio che tutte le curve di parametro k/n , per qualunque $\alpha < 90^\circ$, partono dal punto di coordinate 1,1.

È ovvio infine che le curve di ciascun diagramma, per i particolari raggruppamenti adimensionali che compaiono negli assi, debbono riprodurre l'andamento nel tempo assunto nel filtro dalle linee libere, come risulta evidente dai diagrammi riportati nel paragrafo seguente che illustra e sintetizza i risultati delle esperienze.

4. Risultati delle esperienze e loro utilizzazione

Usando i modelli precedentemente descritti sono state eseguite 19 prove i cui risultati sono stati

però integrati con quelli di esperienze analoghe, eseguite con gli altri modelli, con fronte di alimentazione inclinato di 45°, su cui si è riferito nella precedente memoria [SANTORO 1974], già citata.

Le elaborazioni sono state condotte pertanto sui risultati di 22 prove, complessivamente; i parametri e le caratteristiche più interessanti di ciascuna prova sono raccolti nella tab. I che necessita di un breve commento.

Per ciascun valore dell'angolo α sono indicate, nella terza colonna, le temperature dell'olio, misurate in laboratorio all'inizio di ogni prova, e che si mantenevano praticamente costanti durante le prove stesse.

Con questi valori sono state calcolate le « permeabilità » del filtro, riportate nella quarta colonna, in base alla relazione, ottenuta sperimentalmente [SANTORO 1974]:

$$k = d^2 (-1700 + 308,33 \vartheta)$$

con d , intercapedine del filtro, in m, e ϑ , temperatura, in °C.

I valori k sono risultati piuttosto elevati e variabili in un intervallo non molto ampio, a causa sia delle caratteristiche del fluido impiegato (Terresso 52), sia del campo di temperature alle quali si è operato (da 14 a 29 °C circa), sia infine per il valore della intercapedine del modello. È stato

TABELLA I

prova	α	ϑ [°C]	k [cm s ⁻¹]	n [cm s ⁻¹]	$\frac{k}{n}$	prova	α	ϑ [°C]	k [cm s ⁻¹]	n [cm s ⁻¹]	$\frac{k}{n}$
1	15°	14,3	1,083	1,101 0,092	10,72 11,81	12	45°	27,5	2,711	1,350 1,070	2,00 2,53
2		13,9	1,034	0,190	5,44	13		22,0	0,503	0,110	4,60
3		18,6	1,613	0,176 0,163	9,16 9,89	14		26,0	2,526	1,200 0,375	2,10 6,74
4		17,4	1,465	0,400	3,66	15		25,1	0,603	0,125	4,82
5		20,4	1,830	0,036 0,033	50,11 56,10	16		16,5	1,355	0,277 0,250	4,89 5,42
6	30°	15,5	1,231	0,096 0,083	12,79 14,77	17	60°	17,8	1,509	0,051 0,036 0,024	29,58 41,92 62,87
7		17,5	1,478	0,269 0,243	5,49 6,08	18		25,5	2,465	0,303 0,253	8,13 9,74
8		25,0	2,403	0,068 0,054	35,33 44,50	19		27,9	2,760	0,767 0,691	3,59 3,99
9		28,6	2,847	0,427 0,400	6,67 7,12	20		27,7	2,736	0,280 0,228	9,77 12,00
10		28,2	2,797	0,501	5,58	21		28,2	2,797	0,297 0,145 0,058	9,42 12,29 48,22
11	45°	28,2	2,797	0,086 0,035 0,026	32,59 79,68 107,16	22	90°	27,6	2,724	1,577 1,258	1,73 2,16

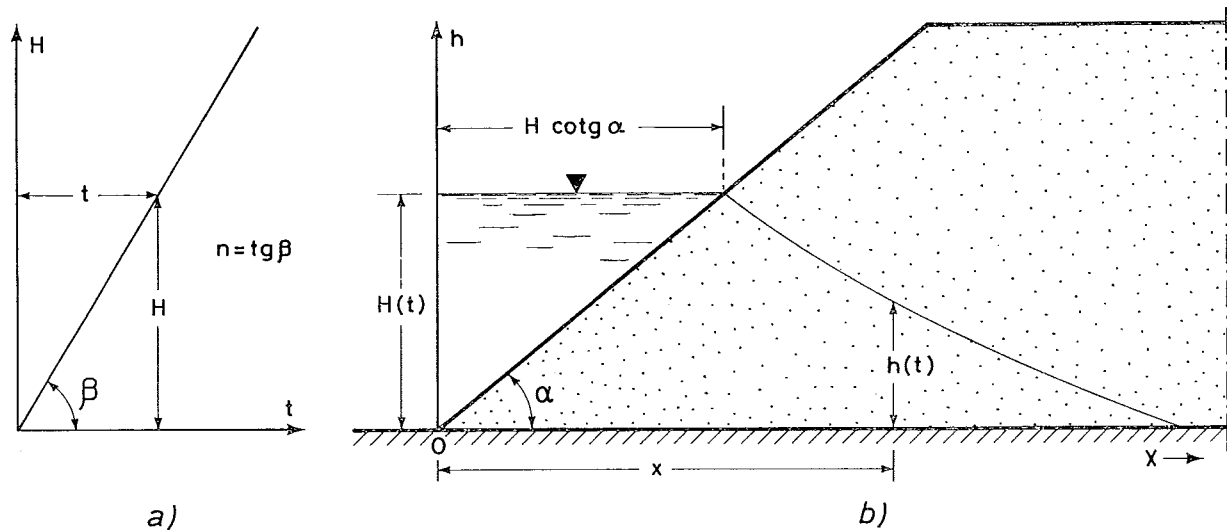


Fig. 3. - Schema del filtro in fase di riempimento e legge di riempimento del serbatoio di alimentazione.

necessario, infatti, assumere tale intercapedine pari a 2 mm, per rendere trascurabile l'influenza della capillarità e perché si è constatato che con intercapedini più piccole si esaltano le deformazioni indotte nella curvatura delle linee libere dalle inevitabili imperfezioni di cui sono affette le lastre di vetro costituenti il filtro.

La installazione sperimentale ha invece consentito di attuare velocità di riempimento variabili in un intervallo sufficientemente ampio (da 0,025 a 1,58 cm/s circa), come si evince dai valori n riportati nella quinta colonna della tab. I, dedotti, come si vedrà, dalle « leggi di riempimento » ricostruite in base alla sequenza fotografica di ciascuna prova.

Si osserverà che talora per una stessa prova possono aversi più valori di n ; la legge di riempimento presenta in tal caso un andamento concavo verso l'asse dei tempi che, allo scopo di avere diversi intervalli ciascuno con legge lineare, è possibile trasformare in una spezzata i cui lati interpolano i punti sperimentali nel piano t, H . Tale andamento era stato già osservato in occasione della esecuzione delle esperienze [SANTORO, 1974] di cui già si è detto, ed attribuito principalmente alla circostanza per cui durante il riempimento della vaschetta di alimentazione si verifica già la contemporanea immissione di una parte della corrente entro il filtro, di portata crescente al crescere del livello nella vaschetta stessa; ed attribuito in parte all'efflusso rigurgitato a cui dava luogo la installazione sperimentale.

Alla luce delle nuove esperienze si ritiene di potere ribadire l'influenza determinante della prima delle due cause sull'andamento tipico descritto per la legge di riempimento; non solo perché si è

modificato infatti il sistema di alimentazione dei nuovi filtri, evitando l'efflusso rigurgitato, ma perché i punti sperimentali nel piano t, H tendono a disporsi secondo una unica retta, al crescere della velocità di riempimento: per i più elevati valori di n , infatti, la vaschetta di alimentazione si riempie prima ancora che la derivazione della corrente nel filtro divenga apprezzabile.

La sesta colonna riporta infine i valori dei parametri k/n attribuiti ad ogni curva del piano $\frac{x}{H \cotg \alpha}, \frac{h}{H}$, secondo quanto si è accennato nel paragrafo precedente.

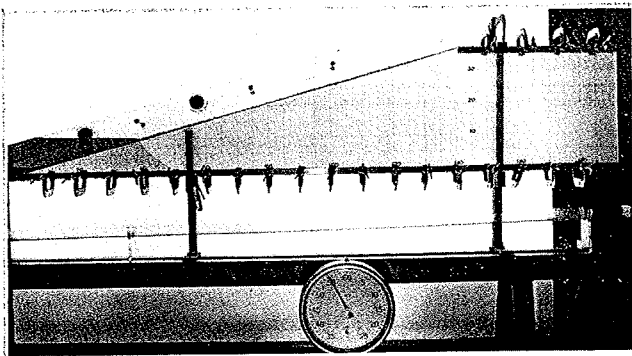
Non sembra superfluo, a questo punto, un cenno sulla tecnica adottata per la elaborazione dei risultati sperimentali.

Dalla sequenza di fotografie relativa a ciascuna prova (in fig. 4 si riporta come un esempio quella relativa alla prova n. 2), è stata ricavata innanzitutto la legge di riempimento $H(t)$ che ha consentito di valutare la velocità di riempimento n .

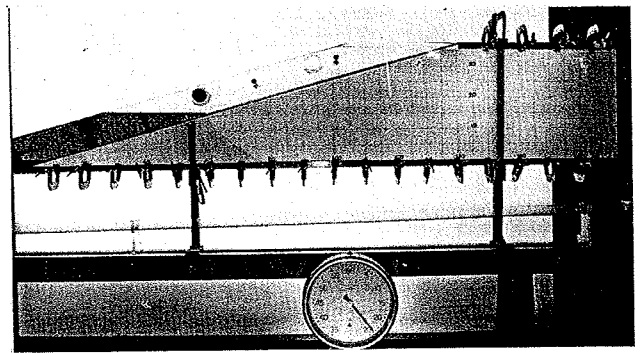
Da ogni foto della sequenza sono state ricavate inoltre le ascisse x e le corrispondenti ordinate h dei punti della linea libera ad ogni istante t , ad intervalli Δx prefissati.

Trasformate tali coordinate in termini adimensionali, i punti dedotti da tutte le foto della sequenza sono stati riportati nel piano $\frac{x}{H \cotg \alpha}, \frac{h}{H}$,

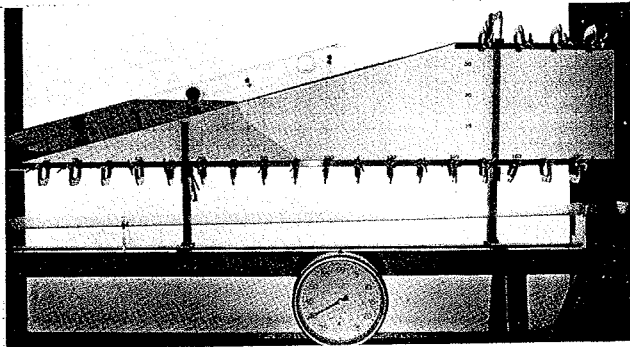
e interpolati con una curva secondo quanto espresso dal grafico di fig. 5, che si riporta a titolo di esempio e nel quale è pure disegnata la



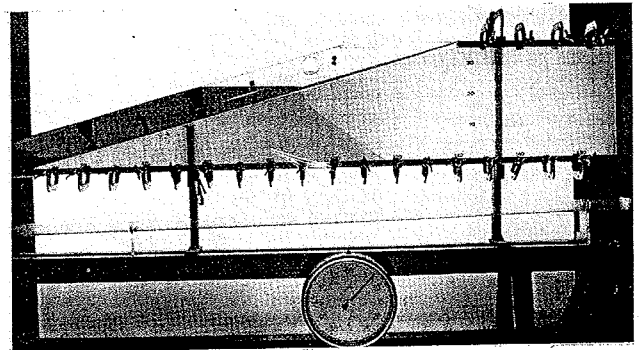
a)



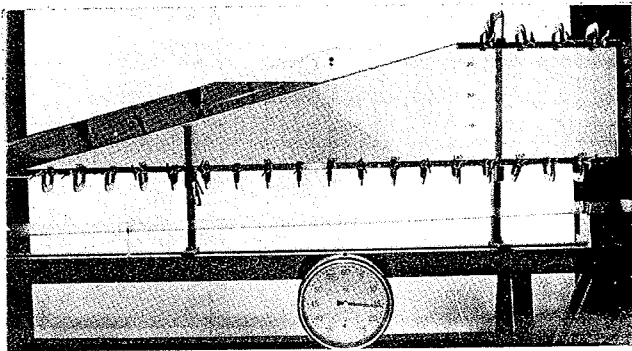
b)



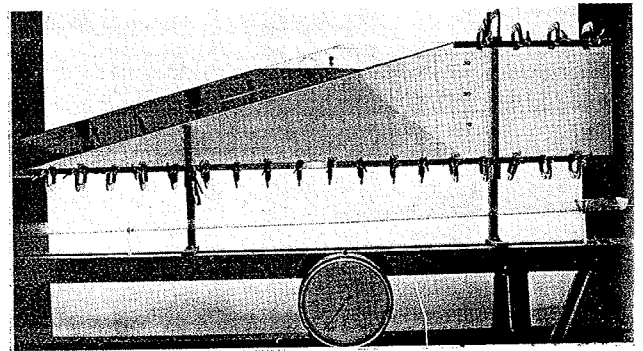
c)



d)



e)



f)

Fig. 4. - Sequenza fotografica relativa alla prova n. 2.

legge di riempimento relativa alla prova n. 2 in questione.

Nel caso in cui la legge di riempimento assume invece la configurazione di una spezzata, i punti sperimentali si dispongono nel piano $\frac{x}{H \cotg \alpha}$,

$\frac{h}{H}$, in coordinate adimensionali secondo due

o più curve interpolari, tante quante sono i lati della spezzata, del piano t, H ed alle quali competono ovviamente diversi parametri k/n .

È ovvio che essendo qualsiasi e non programmati i valori di k e di n , caratteristici di ogni prova, il parametro k/n di ogni curva così ricavata risulta, nella quasi totalità dei casi, di valore generico non intero.

Per ottenere curve di parametro intero, è stato necessario allora ricorrere ad una diversa elaborazione dei dati sperimentali, costruendo dei grafici intermedi, nei quali i valori di $\frac{h}{H}$ e di k/n scambiano il loro ruolo.

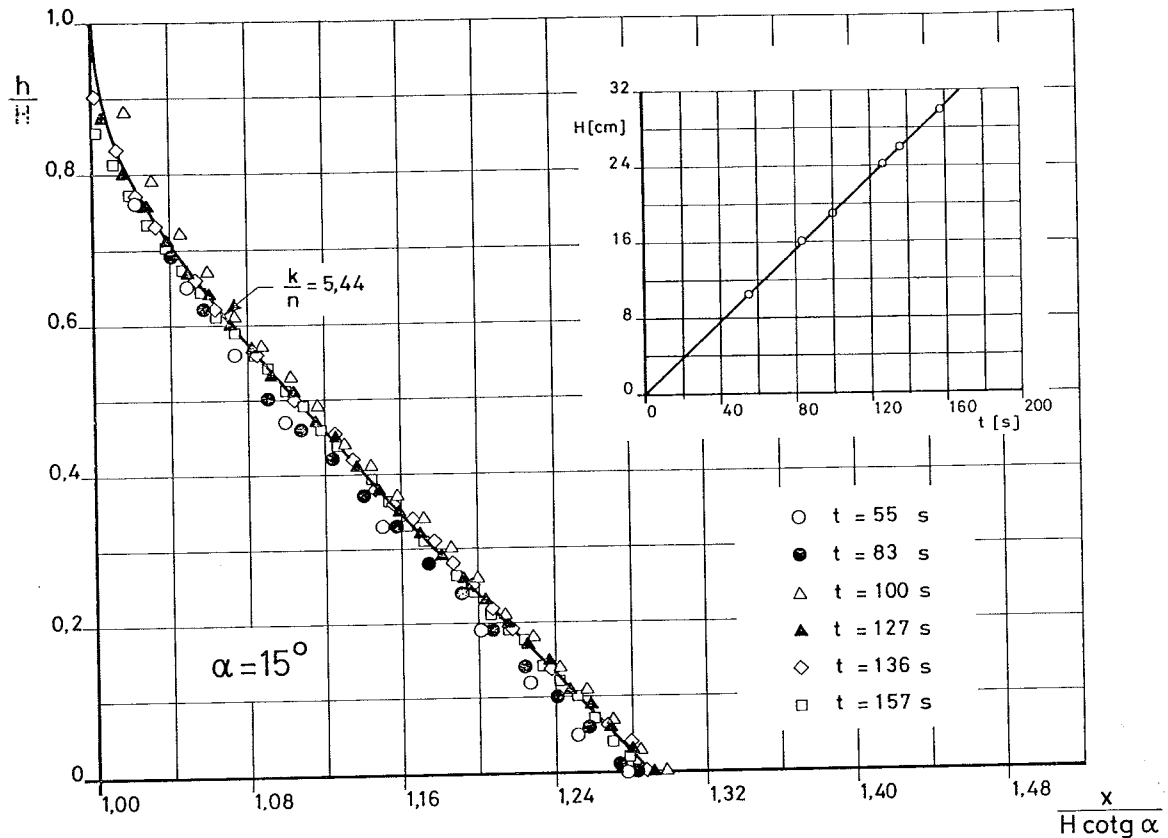


Fig. 5. - Esempio di interpolazione dei punti sperimentali nel piano $\frac{x}{H \cotg \alpha}$, $\frac{h}{H}$ per la prova n. 2 e relativa legge di riempimento del serbatoio di alimentazione.

Precisamente le curve di parametro k/n , di valore qualsiasi, ottenute dalle sequenze fotografiche, sono state intersecate con rette orizzontali, di equazione $h/H = \text{cost.}$, ricavando quindi per ogni h/H di valore prescelto, le ascisse $x/H \cotg \alpha$ dei punti intersezione.

Riportando in assi cartesiani i punti che hanno come coordinate le ascisse $x/H \cotg \alpha$, sopra ricavate, e i valori generici k/n che competono alle singole curve, sono state tracciate, appunto nel piano $x/H \cotg \alpha$, k/n , curve di parametro h/H il cui andamento è riportato indicativamente in fig. 6.

L'intersezione di tali curve con le orizzontali $k/n = \text{cost.}$ e di valore intero, ha consentito infine di ricavare nel piano $x/H \cotg \alpha$, h/H , curve, ancora di parametro k/n , ma questa volta intero.

La elaborazione dei risultati di tutte le prove condotte su un modello, caratterizzato da un « angolo di alimentazione » α , si traduce in definitiva in un diagramma riportato a titolo indicativo in fig. 7 in cui compaiono curve di parametro k/n intero crescente nel verso degli assi coordinati. È evidente infatti che fissato t , di una

ordinata h del punto della linea libera, l'ascissa corrispondente x è tanto più grande quanto più elevata è la permeabilità del mezzo filtrante k ; viceversa fissato H , di una ascissa x del punto della linea libera, l'ordinata h corrispondente è tanto più grande quanto più lenta è la manovra di invaso del serbatoio di alimentazione e quindi più

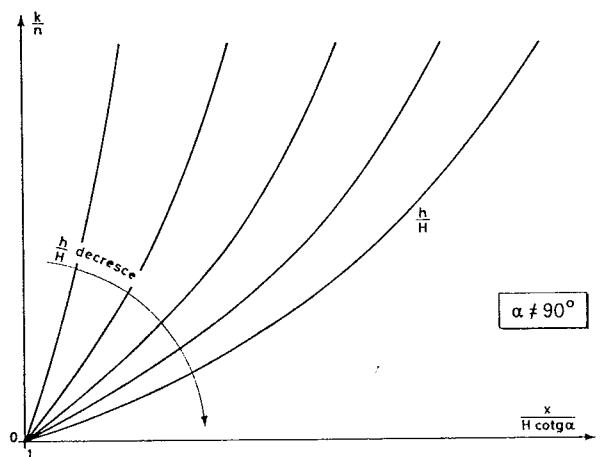


Fig. 6. - Diagramma indicativo dell'andamento delle curve sperimentali, di parametro $\frac{h}{H}$, nel piano $\frac{x}{H \cotg \alpha}$, $\frac{k}{n}$.

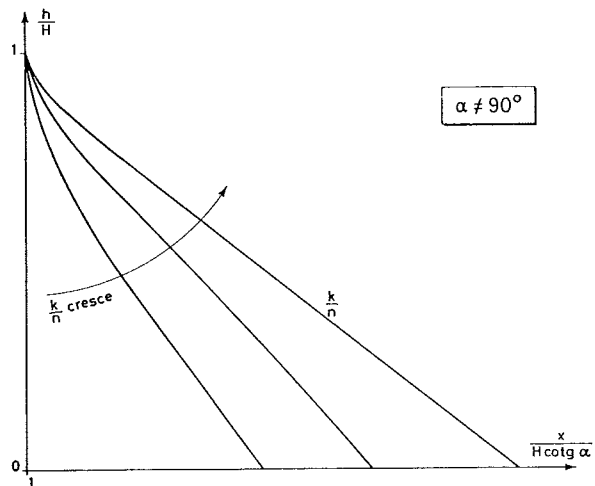


Fig. 7. - Diagramma indicativo dell'andamento delle curve sperimentali, di parametro $\frac{k}{n}$, nel piano $\frac{x}{H \cotg \alpha}$, $\frac{h}{H}$.

piccolo è n ; circostanze queste che si traducono entrambe in più grandi valori del parametro k/n .

L'esito conclusivo della elaborazione dei risultati sperimentali è offerto dai diagrammi delle figg. 8, 9, 10, 11 e 12 relativi agli angoli di alimentazione $\alpha = 15, 30, 45, 60$ e 90° rispettivamente.

Le curve di tali diagrammi riproducono ovviamente, come si è avvertito all'inizio, la forma delle linee libere registrate nelle fotografie e si presen-

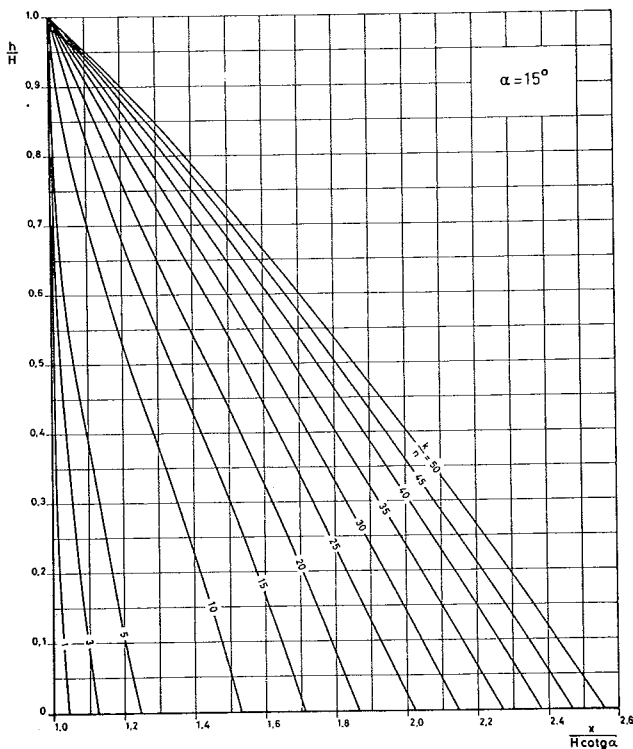


Fig. 8. - Diagramma per il posizionamento della linea libera nel filtro, per $\frac{k}{n}$ variabile da 1 a 50 ed $\alpha = 15^\circ$.

tano in genere molto tese con unica curvatura, concava verso l'alto, per i più bassi valori di k/n (riempimenti piuttosto rapidi); quando si attuano invece riempimenti lenti, e quindi per gli usuali valori di k si hanno valori elevati di k/n , le curve hanno origine sull'asse delle ordinate, di norma con andamento concavo verso l'alto, presentano un punto di flesso e raggiungono l'asse delle ascisse con la concavità verso di esso.

È evidente che questi diagrammi vanno utilizzati per lo studio dei moti di filtrazione nei mezzi naturali che hanno una porosità m , nel modello considerata invece pari all'unità (1).

Nei prototipi, infatti, quando ci si riferisca a materiali di tipo sabbioso, per i quali i valori della permeabilità k siano orientativamente compresi, ad es., fra 10^{-3} e $0,5$ cm/s, i valori di m sono compresi fra $0,25$ e $0,50$ circa, come hanno messo in evidenza specifiche prove di permeabilità eseguite su campioni di terreni sabbiosi di diversa provenienza [LAMBE, WHITMAN 1969].

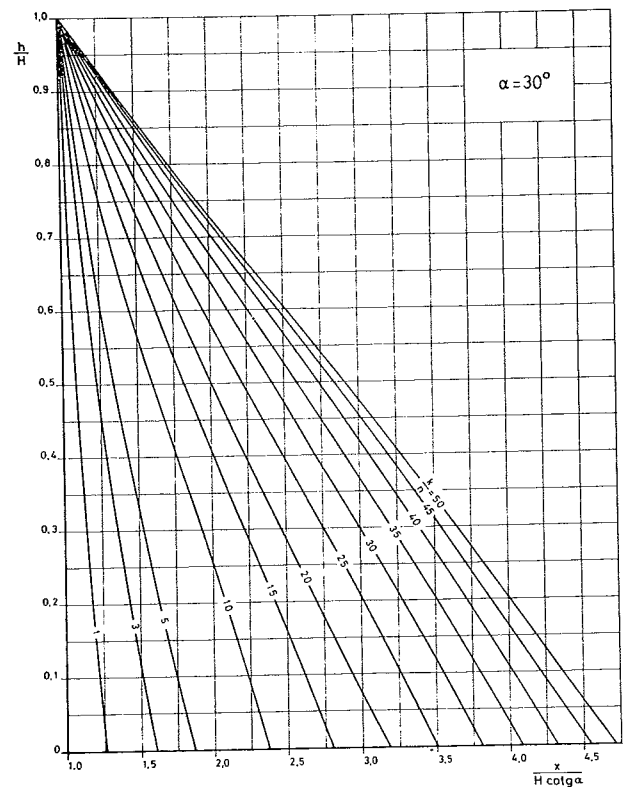


Fig. 9. - Diagramma per il posizionamento della linea libera nel filtro, per $\frac{k}{n}$ variabile da 1 a 50 ed $\alpha = 30^\circ$.

(1) Si ricorda che la corrispondenza fra il moto di filtrazione realizzato in un modello Hele-Shaw e quello che si attua nel prototipo si verifica quando si ha eguaglianza dei rapporti adimensionali $\lambda_m = k_m/n_m$ e $\lambda_v = k_v/m n_v$, relativi rispettivamente al modello ed al prototipo, con le ovvie notazioni dei simboli [SCHNITZER, ZELLER 1957, THIRRIOT 1968].

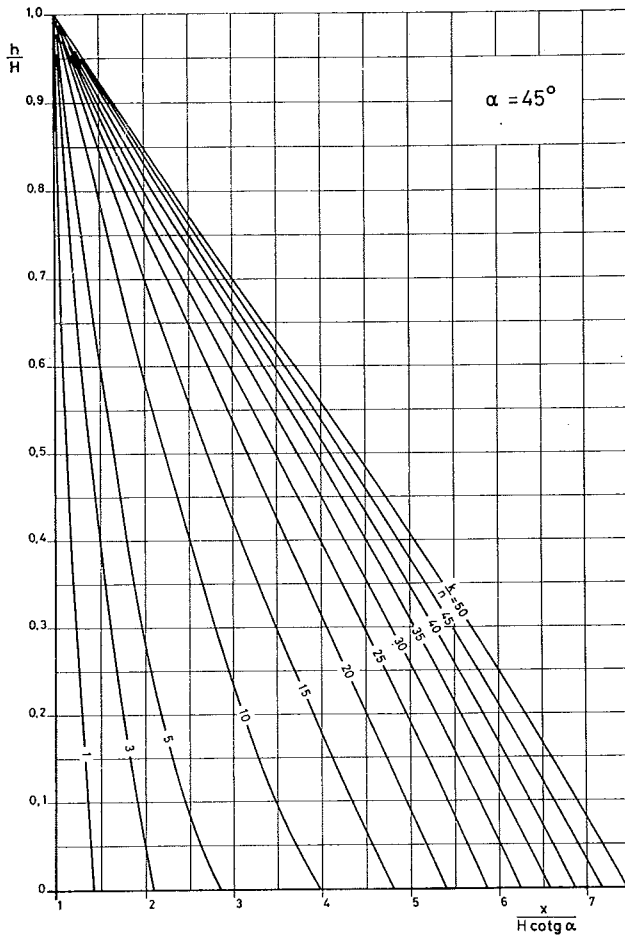


Fig. 10. - Diagramma per il posizionamento della linea libera nel filtro, per $\frac{k}{n}$ variabile da 1 a 50 ed $\alpha = 45^\circ$.

Pertanto il numero che caratterizza ogni curva va inteso pari al rapporto k/mn e non k/n .

Per utilizzare le curve dei diagrammi nell'intervallo di valori del parametro k/mn , nel quale esse sono state tracciate, bisogna che i valori di k e di n , nei casi concreti, siano compresi negli intervalli $10^{-3} \div 0,5$ cm/s e $10 \div 100$ cm/h circa, rispettivamente nel campo dei valori di m sopra riportati.

Un esempio numerico servirà a chiarire ulteriormente l'utilizzazione dei grafici.

Supponiamo di voler determinare la posizione del punto della linea libera sul piano orizzontale di base ($h = 0$), per un ammasso filtrante con fronte di alimentazione inclinato di 30° ($\cot 30^\circ = 1,73$), caratterizzato da una permeabilità $k = 1,05 \times 10^{-2}$ cm/s e porosità $m = 0,25$, nell'istante in cui il pelo libero nel serbatoio ha raggiunto la quota di 10 m sul piano di base.

Nella ipotesi che il serbatoio si riempia con velocità costante pari a 30 cm/h, corrispondenti a

0,0084 cm/s, risulta $\frac{k}{mn} = 5$.

Dalla curva di parametro 5 del diagramma di fig. 9, si ha per $\frac{h}{H} = 0$, $\frac{x}{H \cot \alpha} = 1,86$.

La distanza cercata, misurata dalla traccia della intersezione tra il fronte di alimentazione e il piano di base, risulterebbe allora pari a:

$$x = 1,86 \times 10 \times 1,73 = 32 \text{ m} .$$

In modo ovvio possono essere ricavate le posizioni degli altri punti della linea libera nello stesso istante, restando con ciò il problema completamente definito.

Una ultima osservazione riguarda il caso in cui l'inclinazione del fronte di alimentazione sia intermedia fra quelle prese in considerazione.

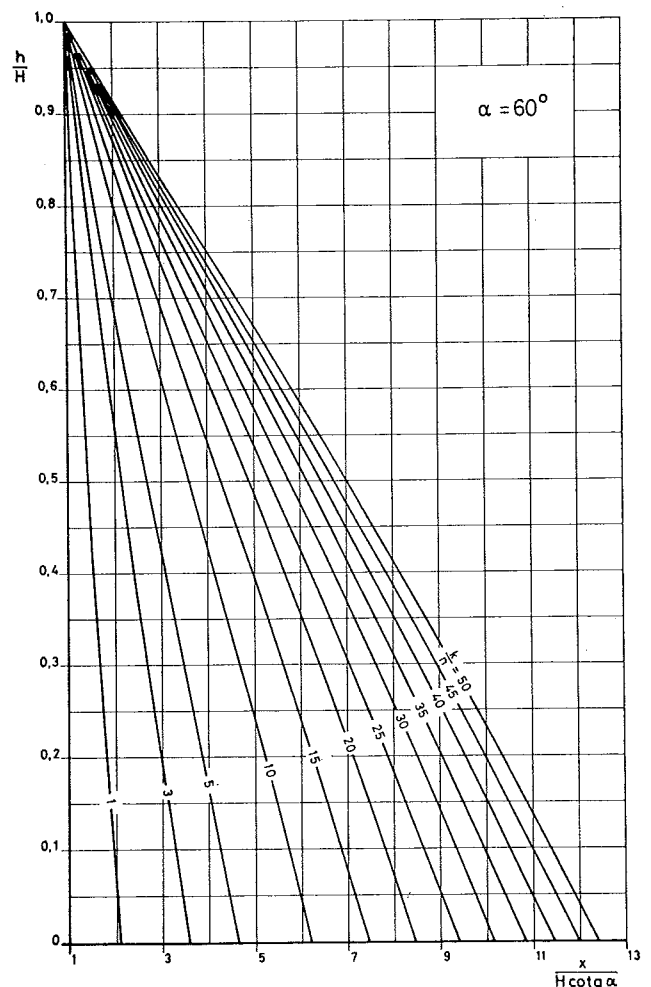


Fig. 11. - Diagramma per il posizionamento della linea libera nel filtro, per $\frac{k}{n}$ variabile da 1 a 50 ed $\alpha = 60^\circ$.

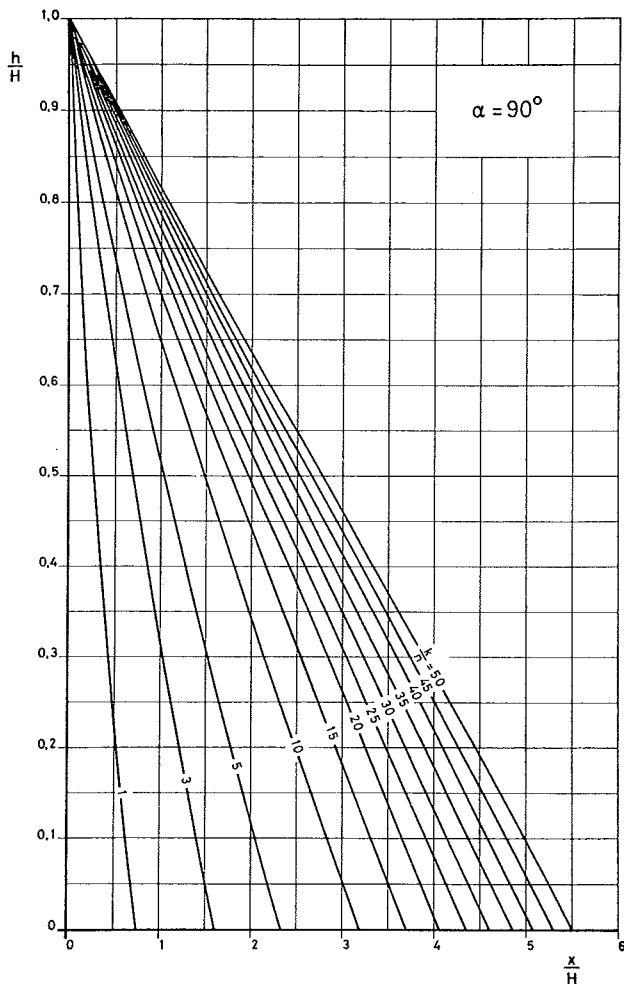


Fig. 12. - Diagramma per il posizionamento della linea libera nel filtro, per $\frac{k}{n}$ variabile da 1 a 50 ed $\alpha = 90^\circ$.

La fig. 13 mostra che, fissato un valore di k/n , le curve del piano nelle solite coordinate adimensionali presentano andamento distinto a seconda

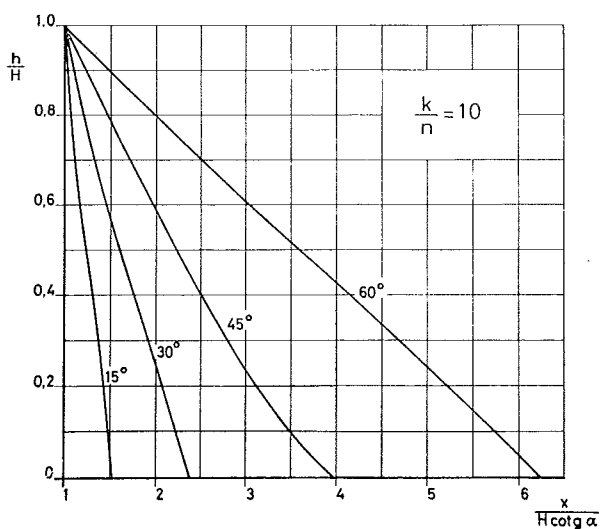


Fig. 13. - Diagramma per il posizionamento della linea libera nel filtro, per $\frac{k}{n} = 10$ ed α variabile minore di 90° .

dell'angolo α cui si riferiscono, che pertanto assume il significato di parametro.

Si riconosce in definitiva che il criterio seguito, di aver introdotto $\cotg \alpha$ al denominatore del raggruppamento adimensionale della ascissa, di cui si è detto nel par. 3, è senz'altro utile alla definizione di una unica origine delle curve dei diagrammi; evidentemente tale criterio non elimina l'inconveniente della interpolazione, che può anzi essere doppia per α e k/n qualsiasi.

5. Considerazioni riassuntive e conclusive

Nell'affrontare il problema di definire la posizione istantanea della linea libera in un ammasso poroso, alimentato su un fronte obliquo, si è riconosciuta innanzitutto la difficoltà di pervenire, per via teorica, a risultati significativi durante la « prima » fase di riempimento del serbatoio di alimentazione.

Una precedente ricerca teorica e sperimentale, rivolta ad esplorare le possibilità di utilizzazione di un procedimento alle differenze finite soprattutto per la « seconda » fase di moto vario a livello ormai stabilizzato nel serbatoio, aveva confermato l'esistenza di scarti sensibili fra risultati teorici e sperimentali relativamente alla prima fase, e suggerito quindi, per essa, di proseguire per via sperimentale la ricerca, allo scopo di fornire i necessari mezzi di valutazione delle caratteristiche del moto.

Si è allora impostata una serie di nuove prove su una batteria di modelli alla Hele-Shaw, aventi fronte di alimentazione variamente inclinato, asserviti ad una installazione sperimentale progettata per la simulazione di manovre di riempimento con velocità finita e variabile in un campo sufficientemente ampio.

Dopo la descrizione dei particolari costruttivi dei modelli e delle modalità di esecuzione delle esperienze, sono state richiamate le grandezze che intervengono nel processo di moto e sono stati individuati facilmente i relativi raggruppamenti adimensionali, utili per una rappresentazione grafica dei risultati sperimentali sintetica e ad un tempo espressiva.

Si è pervenuti in definitiva a numerosi diagrammi, uno per ciascuno degli angoli α del fronte di alimentazione, i quali comprendono in un piano cartesiano ortogonale le curve che esprimono, in termini adimensionali, il legame fra le ascisse e le ordinate dei punti delle linee libere, a ciascuna delle quali curve compete un valore del rapporto,

anch'esso adimensionale, fra la permeabilità dell'ammasso poroso, e la velocità di riempimento del serbatoio di alimentazione.

Una applicazione numerica esemplificativa ha dimostrato la semplicità dello strumento grafico fornito, pur riconoscendogli gli ovvi limiti di validità nel campo sperimentale, ridotto soprattutto alle grandi permeabilità realizzate in modello, e di precisione, per le interpolazioni che si richiedono nei casi sia di inclinazioni del fronte di alimentazione intermedie fra quelle prese in considerazione, e sia di valori generici di k/n (2).

Si ritiene, tuttavia, con la ricerca sperimentale compiuta, e con quella teorico-sperimentale che la ha preceduta e suggerita, di aver puntualizzato

(2) È chiaro che invece della interpolazione si potrebbe costruire un grafico nel piano $\frac{x}{H \cot \alpha}$, $\frac{h}{H}$, avente proprio il voluto valore del parametro $\frac{k}{n}$, ripetendo il procedimento che si serve dei grafici che abbiamo chiamato intermedi.

Experiences on the transient seepage flow during the filling of a reservoir

The results of experimental investigations on the unsteady seepage flow in an unconfined homogeneous filter with an inclined upstream slope are reported. The present paper deals with the first phase of filling of the headwater reservoir, and the study was carried out in order to solve the problem of determining the instant location of the free surface in the filter. The technical features of the Hele-Shaw models which were used in the research and the experimental equipment connected are described,

i principali problemi che riguardano le più volte richiamate due fasi del moto vario di riempimento di filtri indefiniti, alimentati su fronte obliquo, e fornito anzi la soluzione per alcuni di questi e indicato la via per i necessari e auspicabili approfondimenti degli altri.

BIBLIOGRAFIA

- CURTO G. (1968-69) - *Sul moto vario di riempimento e di vuotamento di un filtro omogeneo orizzontale*. Atti Acc. Sc. Lett. di Palermo, Serie IV, Vol. XXIX, Parte I.
- CURTO G. (1969) - *Ricerca sperimentale sul riempimento di un filtro omogeneo*. L'Acqua, 6.
- CURTO G. (1973) - *Further experiences on unsteady seepage flow*. Meccanica, 1.
- LAMBE T. W., WHITMAN R. W. (1969) - *Soil mechanics*. J. Wiley, New York.
- SANTORO M. (1974) - *Riempimento di un filtro omogeneo indefinito alimentato su un fronte obliquo*. Rivista Italiana di Geotecnica.
- SCHNITTER G. ZELLER J. (1957) - *Sickerströmungen als folge von stauspiegelschwankungen in erddämmen*. Schweizerische Bauzeitung, Dic.
- THIRRIOT C. (1968) - *Écoulement non permanent de filtration dans les barrages en terre*. Atti dell' XI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Genova.

SUMMARY

and the basic variables are recalled, as well as the dimensionless groups.

The results of the experiences were worked out and allowed to establish diagrams with dimensionless coordinates.

These can be used in determining the position of the free surface in the filter in a generic instant of unsteady motion, for some entrance angles, once the dimensionless ratio between the permeability of the porous medium and the rate of filling in the reservoir has been fixed.

A numeric application contributes to explain the possible use of the diagrams shown.