

Comportamento della fondazione di una macchina vibrante

G. CALABRESI, L. LOJELO *

SOMMARIO: È stata effettuata una serie di osservazioni sperimentali sul comportamento di una macchina vibrante posta su un terreno pozzolanico. La macchina è solidale a un basamento in calcestruzzo sospeso elasticamente e può vibrare in una gamma di frequenze molto estesa. La determinazione della relazione tra ampiezza e frequenza di vibrazione è stata affiancata da misure geosismiche sul terreno di fondazione. L'applicazione del metodo del « lumped parameter » con i dati ricavati da queste prove ha portato a una previsione molto accurata del comportamento della macchina e del terreno. I risultati del calcolo sono confrontati con quelli ottenuti, in fase di progetto, con il metodo della « massa in fase ».

Introduzione

Le teorie sulle fondazioni delle macchine si sono sviluppate negli ultimi anni parallelamente alla ingegneria sismica e allo studio del comportamento dinamico dei terreni. Ma l'origine degli sviluppi teorici attuali può essere identificata in una memoria di Lamb del 1904 sulla propagazione delle vibrazioni in un mezzo elastico, mentre le prime ricerche sperimentali sistematiche sono state compiute dalla DEGEBO⁽¹⁾ tra il 1928 e 1936.

Dalle esperienze tedesche ha tratto origine il metodo di analisi approssimato detto della *massa in fase*, nel quale si fa l'ipotesi che un certo volume di terreno segua il moto di vibrazione della fondazione delle macchine. Un metodo alternativo consiste nell'assumere il modello di Winkler per descrivere il comportamento del terreno [TERZAGHI 1943, BARKAN 1962].

Infine la teoria del semispazio elastico, che si collega direttamente al lavoro di LAMB [1904], ulteriormente sviluppata da REISSNER [1936] e HSIEH [1962], ha trovato recentemente la possibilità di una pratica applicazione attraverso il metodo del *lumped parameter* [LYSMER 1965].

* Prof. Ing. Giovanni CALABRESI, libero docente, incaricato di *Meccanica delle Terre e Tecnica delle Fondazioni* presso la Facoltà di Ingegneria di Roma.

Dott. Ing. Leonardo LOJELO, collaboratore esterno della stessa Cattedra.

Gli autori esprimono la loro gratitudine alla Selenia S.p.A., Roma, che ha permesso di effettuare questo studio ed ha messo a disposizione la macchina e il personale per l'esecuzione delle esperienze, e in particolare all'ing. Francesco SORDA, per la attiva collaborazione prestata. Le prove geosismiche sono state eseguite dall'Istituto di *Geofisica Mineraria* della Facoltà di Ingegneria, le misure sperimentali dal personale e con le apparecchiature degli Istituti di *Scienza delle Costruzioni* della Facoltà di Ingegneria e di *Tecnica delle Costruzioni* della Facoltà di Architettura dell'Università di Roma.

A questa evoluzione teorica non fa riscontro, tuttavia, un proporzionale incremento delle osservazioni sperimentali sulle fondazioni di macchine. I dati rilevati e pubblicati sono relativamente scarsi.

Queste considerazioni hanno suggerito un programma di rilevamenti del comportamento della fondazione di una macchina vibrante che, per le caratteristiche proprie e del terreno, presenta aspetti interessanti sotto il profilo geotecnico. La macchina ha la funzione di collaudare la resistenza alle vibrazioni di apparecchiature elettroniche da installare su mezzi mobili diversi, e perciò variamente sollecitate, e consiste in un vibratore (fig. 1) posto su un basamento sospeso elasticamente. La direzione, l'intensità e la frequenza delle accelerazioni impresse agli apparati da collaudare possono essere variate entro un larghissimo campo. Il terreno di fondazione è costituito da uno strato relativamente omogeneo di depositi piroclastici.

L'apparecchiatura di collaudo e le strutture murarie in cui è alloggiata sono state realizzate nel 1964; le prove di cui si riferisce nel seguito sono state effettuate nel 1973.

Criteri di progetto

Il basamento del vibratore, in cemento armato, ha forma di T, ed è appoggiato su una struttura di fondazione scatolare, con l'interposizione di elementi elastici (fig. 2). È stato progettato in modo che il baricentro di tutto l'insieme sospeso elasticamente, il cui peso è di 131,9 t, si trovasse sul piano orizzontale passante per il centro degli elementi elastici. La struttura di fondazione pesa 269 t e ha il piano di posa a 6 metri di profondità dal piano di campagna. Il

⁽¹⁾ Deutschen Forschungs Gesellschaft für Bodenmechanik.

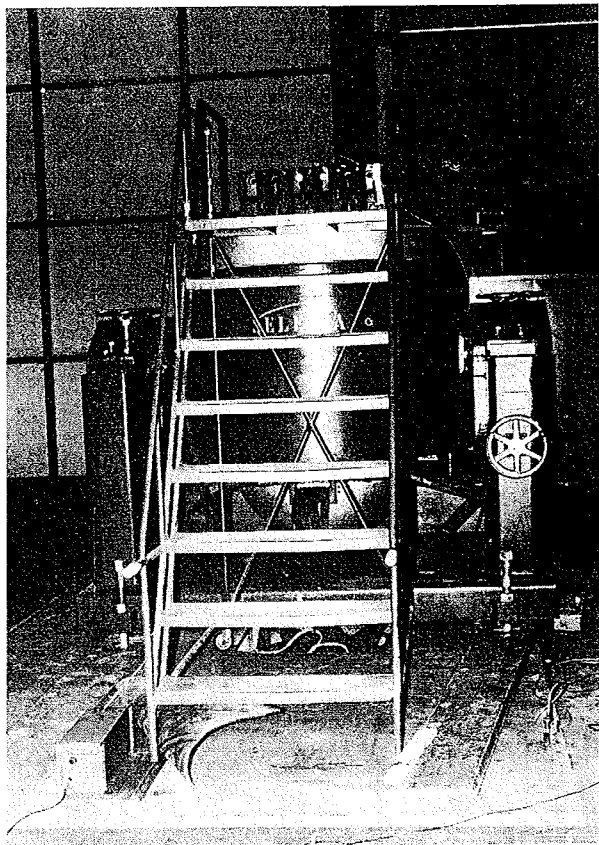


Fig. 1. - La macchina vibrante sul basamento.

terreno circostante è sostenuto da una struttura esterna chiusa, indipendente dalla fondazione della macchina. Gli spazi compresi tra la massa sospesa e la fondazione scatolare e tra questa e la struttura di sostegno sono accessibili dall'esterno.

La sospensione elastica del basamento e della macchina è costituita da 32 apparecchi (fig. 3), contenenti molle elicoidali e segmenti di gomma, in parallelo con morsetti ad attrito dei quali è possibile regolare o escludere l'intervento.

Tutto il complesso è ubicato in un capannone isolato dagli altri edifici dello stabilimento, su un altipiano costituito da depositi piroclastici del vulcano laziale.

Dalle indagini effettuate in sede di progetto sul terreno interessato dalla fondazione della macchina è emersa la seguente successione stratigrafica: una coltre di circa 2 m di terreno vegetale, pozzolane e tufti alterati e argillificati; stratificazioni di pozzolane, talvolta alterate, per uno spessore complessivo di 18 m; sedimenti argillosi sovraconsolidati, fino alla profondità massima esplorata, di 36 m.

Dalle prove di laboratorio eseguite sui campioni prelevati nelle stratificazioni pozzolaniche tra 5 e 16 m di profondità si sono ricavati i dati caratteristici medi riportati nella tabella seguente.

TABELLA 1

Caratteristiche del terreno di fondazione

Peso specifico dei granuli	$\gamma = 2,27 \text{ t/m}^3$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 1,76 \text{ t/m}^3$
Contenuto in acqua	$w = 49 \%$
Indice di porosità	$e = 1,22$
Limite di liquidità	$w_L = 51 \%$
Indice di plasticità	$I_p = 21 \%$
Coesione	$c' = 0,40 \text{ Kg/cm}^2$
Angolo di attrito	$\varphi' = 35^\circ$

La macchina, il basamento oscillante e la struttura scatolare di fondazione, con un peso complessivo di 401 t, applicano sul piano di posa una pressione media di $0,8 \text{ kg/cm}^2$.

Per evitare di porre la fondazione su una stratificazione di pozzolana sensibilmente alterata presente tra 6 e 7 m di profondità, lo scavo è stato approfondito di 1 metro oltre il necessario e uno strato di calcestrutto magro di pari spessore è stato interposto tra il terreno e la piastra di fondazione. Alla profondità di 7 m si ha allora una pressione media di $1,26 \text{ kg/cm}^2$, appena superiore a quella preesistente allo scavo ($1,14 \text{ kg/cm}^2$).

In fase di progetto l'analisi del moto della macchina e delle vibrazioni della fondazione è stato effettuato con il metodo della *massa in fase*.

Il sistema costituito dalla macchina con il blocco oscillante a cui è fissata rigidamente, dalla struttura scatolare di fondazione e dal terreno è stato rappresentato perciò con due masse collegate in serie da elementi elastici (fig. 4).

La costante di elasticità delle sospensioni è stata dedotta dal valore della frequenza propria $f_0 = 4 \text{ Hz}$ fornita dalle specifiche costruttive.

Al terreno è stata attribuita la costante di elasticità ottenuta assumendo un coefficiente di sottofondo $k = 6 \text{ kg/cm}^3$ sull'area di appoggio A. Il valore di k è stato scelto empiricamente tenendo conto di dati pubblicati [BARKAN, 1962].

La massa di terreno che, secondo il metodo adottato, si suppone che partecipi del moto della fondazione, può essere valutata solo empiricamente. Tenuto conto della scarsa influenza che essa ha sulle caratteristiche del moto di un sistema come quello studiato, il suo valore è stato supposto nullo.

Con le ipotesi fatte le due frequenze proprie del sistema sono le radici dell'equazione [TIMOSHENKO 1937]:

$$(2\pi f)^4 m_1 m_2 - (2\pi f)^2 (K_1 m_2 + K_2 m_1 + K_1 m_1) + K_1 K_2 = 0$$

dove: f è la frequenza

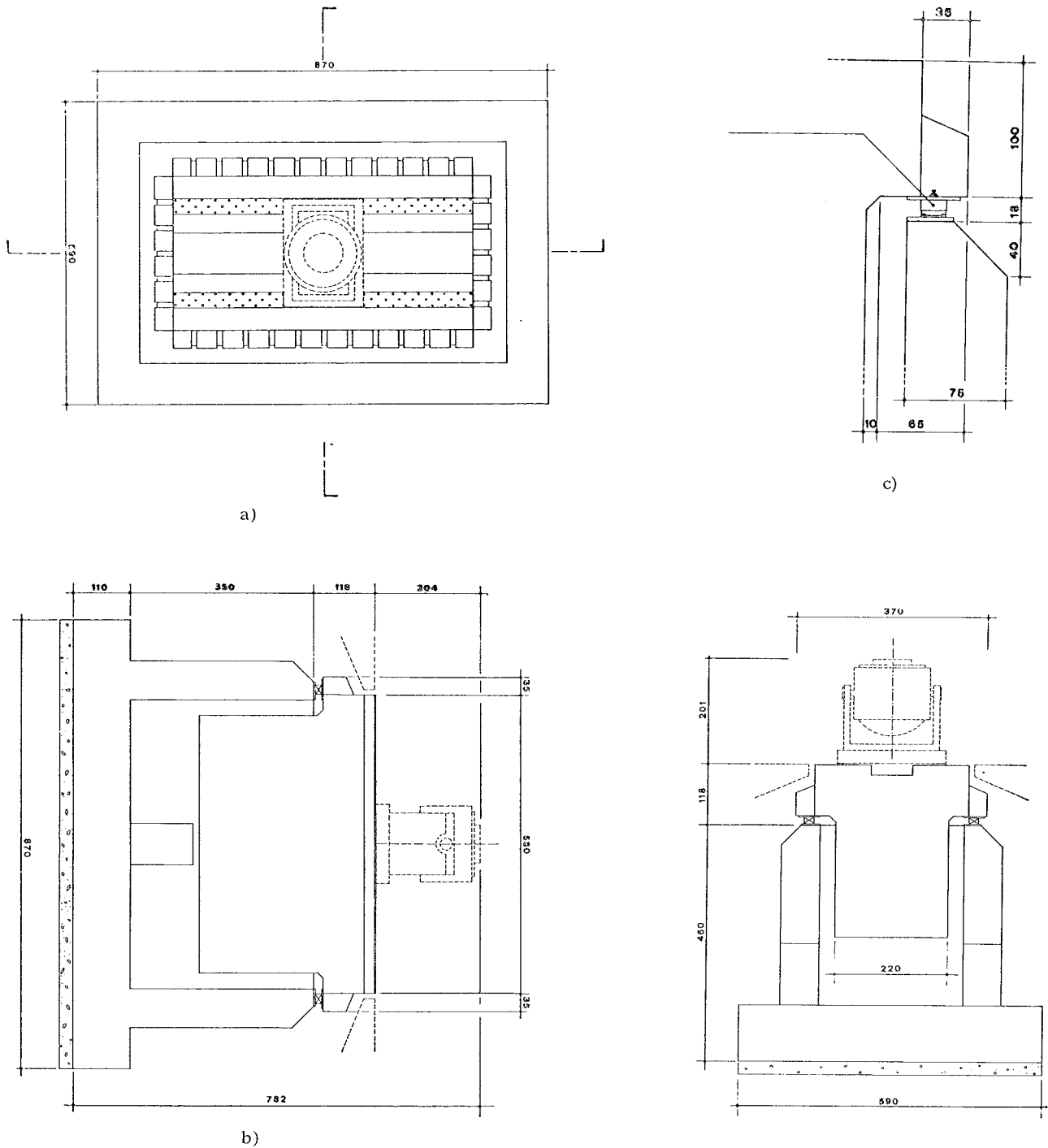


Fig. 2. - Fondazione scatolare e basamento sospeso elasticamente. a) Pianta. b) Sezioni. c) Particolare della mensola con elemento della sospensione elastica.

m_1 e m_2 le masse oscillanti

K_1 e K_2 le costanti di elasticità

Introducendo i valori delle masse $m_1 = \frac{W_1}{g}$

e $m_2 = \frac{W_2}{g}$, essendo $W_1 = 131,9$ t il peso del basamento con la macchina e $W_2 = 269,0$ t quello della struttura di fondazione, e i valori delle costanti

delle sospensioni elastiche $K_1 = (2 \pi f_0)^2 m_1 = 83,3$ t/cm e del terreno $K_2 = k A = 3.050$ t/cm, si ricavano le radici $f_1 = 3,9$ Hz e $f_2 = 17,0$ Hz.

Nella fig. 5 è riportata la curva di risposta del sistema a una forza verticale oscillante. Mancando qualsiasi elemento dissipativo l'ampiezza delle oscillazioni diviene infinita quando la frequenza dell'oscillazione impressa coincide con una delle frequenze proprie del sistema. Nell'eser-

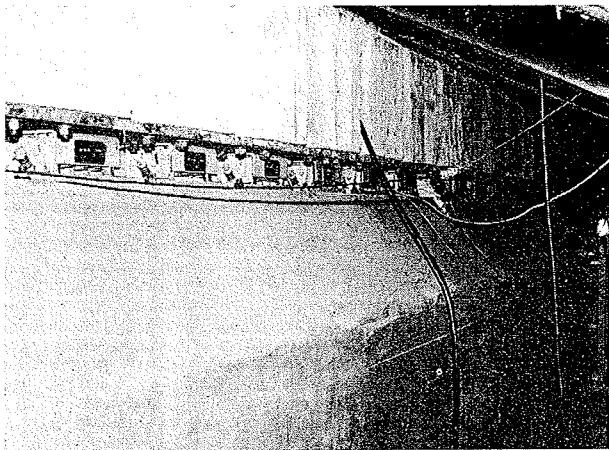


Fig. 3. - Sospensioni elastiche.

cizio della macchina nel periodo 1965-73 è stato osservato soltanto un effetto di risonanza approssimativamente alla prima frequenza propria, che del resto è quasi coincidente con quella delle sole sospensioni elastiche. Le ampiezze di oscillazione, nello stesso periodo di esercizio, non sono state rilevate.

Riesame del problema con il metodo del lumped parameter

È noto che un impulso applicato alla superficie di un semispazio elastico si diffonde in forma di onde elastiche di caratteristiche diverse, denominate onda di compressione (P), onde di taglio (S) e onda piana, o di Rayleigh, (R). La prima e la seconda si propagano con un fronte emisferico, l'ultima con un fronte cilindrico e solo nella zona più superficiale.

Nel propagarsi ogni onda interessa volumi via via crescenti del mezzo elastico; la densità di energia trasmessa, e perciò l'ampiezza delle oscillazioni, diminuisce di conseguenza all'aumentare della distanza dalla sorgente. In ogni punto del semispazio si produce uno smorzamento delle vi-

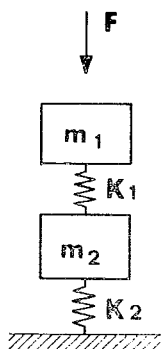


Fig. 4. - Modello adottato nel calcolo di progetto.

brazioni, a causa della diffusione dell'energia comunicata dall'impulso in una massa infinita. A questo effetto si dà il nome di *smorzamento geometrico*, perché dipende solamente dalla diffusione spaziale dell'energia e non dalla presenza di fenomeni dissipativi nelle proprietà meccaniche del mezzo [RICHART, *et al.*, 1970].

Lo *smorzamento geometrico* è un fenomeno caratteristico di un semispazio elastico ed interviene quindi come elemento fondamentale nei moderni metodi di analisi della fondazione di macchine che assimilano il terreno a un mezzo elastico infinitamente grande.

Il caso di un corpo rigido a pianta circolare posto sulla superficie di un semispazio elastico e sollecitato da una forza $F(t)$, oscillante in direzione normale a questa, è stato studiato da HSIEN [1962]. Il moto del corpo può essere ancora descritto dall'equazione canonica

$$m \ddot{z} + C_z \dot{z} + K_z z = F(t)$$

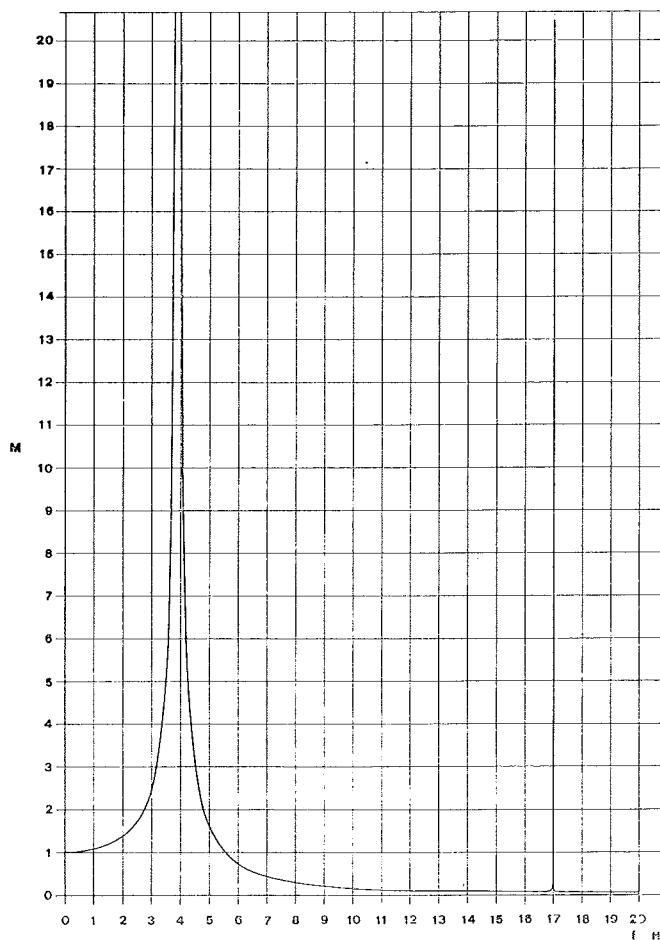


Fig. 5. - Curva di risposta del modello adottato per il progetto. Le frequenze proprie del sistema sono $f_1 = 3,9$ e $f_2 = 17,0$ Hz. con M è stata indicata l'amplificazione dinamica.

nella quale però C_z e K_z risultano funzioni delle frequenze della vibrazione e delle caratteristiche elastiche del mezzo: C_z rappresenta lo *smorzamento geometrico*; LYSMER [1965] ha mostrato che assumendo C_z e K_z indipendenti dalla frequenza si ottengono soluzioni sufficientemente approssimate per i problemi applicativi, con evidente semplificazione del calcolo. Da questa osservazione ha origine il metodo del *lumped parameter* che sostituisce al sistema fondazioni-terreno masse oscillanti vincolate da molle e ammortizzatori viscosi.

Le relazioni tra le caratteristiche geometriche e meccaniche del sistema fondazione-terreno e le costanti del modello sono state studiate da LYSMER [1965] per le oscillazioni verticali e da HALL [1967] per quelle di rotazione intorno ad un asse orizzontale o verticale. Il criterio seguito si basa sul confronto delle curve di risposta del modello con quelle che si ricavano dalle analisi del comportamento dinamico del semispazio elastico.

Il metodo del *lumped parameter* può essere applicato allo studio del comportamento della fondazione di una macchina vibrante per la determinazione delle frequenze di risonanza e delle ampiezze di oscillazione.

Nel caso esaminato il moto di oscillazione verticale del sistema macchina-fondazione-terreno è descritto dal modello di fig. 6. Con la massa m_1 è rappresentata la macchina e il basamento sospeso e con m_2 la struttura scatolare di fondazione.

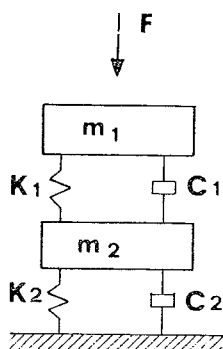


Fig. 6. - Modello adottato nel riesame con il metodo del *lumped parameter*.

L'ammortizzatore e la molla di caratteristiche C_1 e K_1 rappresentano il sistema di sospensione; se questo può essere considerato privo di effetti dissipativi l'ammortizzatore ovviamente è assente.

La molla e l'ammortizzatore di caratteristiche K_2 e C_2 descrivono rispettivamente la risposta elastica e lo smorzamento geometrico del terreno di fondazione.

A questo modello si è fatto riferimento nel riesaminare la fondazione della macchina vibrante. Perché il confronto tra comportamento reale e previsione teorica fosse significativo era necessaria la determinazione sperimentale indipendente dei parametri che definiscono le caratteristiche del terreno e della sospensione: le prove relative sono state perciò effettuate parallelamente a quelle sulla macchina vibrante.

Caratteristiche elastiche della sospensione

La relazione tra abbassamento della sospensione e carico applicato è stata determinata staticamente su uno degli apparecchi mediante una pressa meccanica. I morsetti ad attrito sono stati mantenuti aperti come avviene nell'impiego della macchina. L'esperienza ha mostrato che, contrariamente a quanto previsto in base alle specifiche costruttive, i segmenti di gomma disposti in parallelo alle molle elicoidali entravano in funzione a un carico inferiore a quello applicato dalla massa sospesa. La relazione tra carico verticale e deformazione dell'apparecchio di sospensione è perciò rappresentata da due segmenti rettilinei, come appare dal diagramma di fig. 7 che riporta i risultati delle prove statiche. Il vertice della spezzata si trova in corrispondenza del carico di 4.100 kg. Per carichi inferiori a questo, non intervenendo i segmenti di gomma, la costante di elasticità dell'apparecchio risulta molto prossima a quella indicata nelle specifiche della fabbrica ed introdotta nel calcolo originario di progetto:

$$K'_A = 335 \text{ t/m.}$$

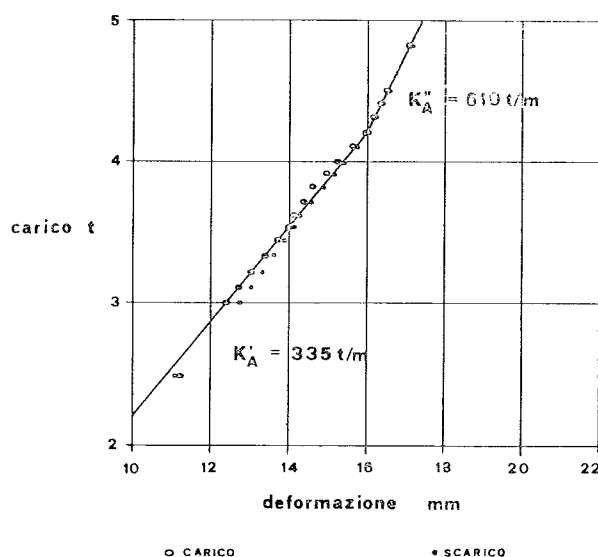


Fig. 7. - Risultati delle prove statiche su un elemento della sospensione.

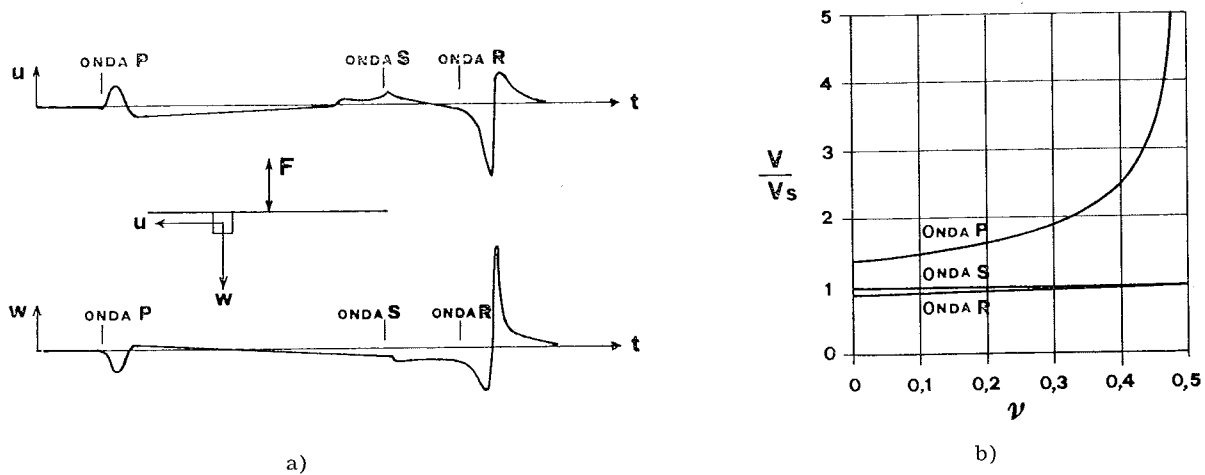


Fig. 8. - Propagazione delle vibrazioni in un semispazio elastico. a) Spostamenti verticali e orizzontali. b) Relazione tra le velocità delle onde P, R e S.

A carichi superiori la costante di elasticità vale invece

$$K''_A = 610 \text{ t/m.}$$

Ognuno dei 32 apparecchi sopporta in condizioni di esercizio un carico di 4,12 t, ed opera perciò nel secondo tratto della curva caratteristica, in corrispondenza del valore più alto della costante. In queste condizioni la frequenza propria di vibrazione della sospensione elastica risulta di 6,07 Hz anziché 4 Hz, come previsto.

Caratteristiche elastiche del terreno di fondazione

Per la determinazione delle caratteristiche di elasticità del terreno l'Istituto di Geofisica Mineraria dell'Università di Roma ha effettuato una serie di prove geosismiche. I geofoni usati per il rilevamento delle vibrazioni, prodotte con cariche esplosive, erano del tipo con galvanometro a riflessione, che non permette di rilevare le onde R e S, in ritardo rispetto all'onda P (fig. 8). Con la sola determinazione del tempo di arrivo dell'onda P è possibile ricavare il modulo dinamico di elasticità normale E del terreno, ma non il coefficiente di Poisson. Le misure sono state eseguite con 12 geofoni allineati a intervalli di 5 m lungo una base di misura

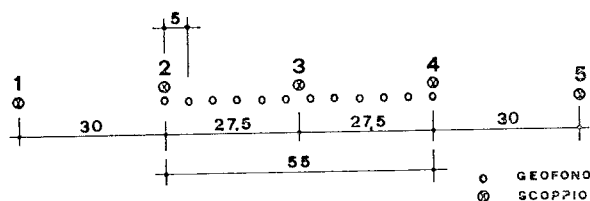


Fig. 9. - Disposizione planimetrica dei geofoni e delle cariche esplosive.

di 55 m in un'area pianeggiante immediatamente adiacente allo stabilimento (fig. 9). Le cariche sono state fatte esplodere in posizioni diverse rispetto alla base di misura ed entro lo strato pozzolanico sottostante la coltre di terreno vegetale.

Nella fig 10 i tempi di rilevamento delle vibrazioni sono messi in relazione con la distanza dei geofoni dal punto di esplosione.

Dal diagramma si ricavano tre velocità dell'onda

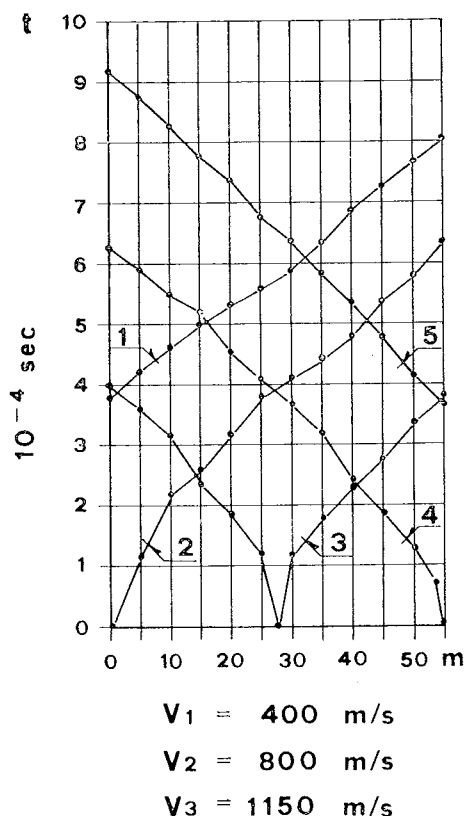


Fig. 10. - Correlazione dei rilevamenti ai diversi geofoni.

di compressione (onda P): 400, 800 e 1150 m/sec. La prima è da attribuire allo strato pozzolanico, compreso tra la coltre superficiale e la profondità di 20 m, che più interessa il comportamento della fondazione della macchina, le altre alle stratificazioni profonde.

Il rapporto tra le velocità dell'onda P e dell'onda S è funzione del coefficiente di Poisson ν . Assumendo per lo strato pozzolanico $\nu = \frac{1}{3}$, ed es-

sendo allora $\frac{V_p}{V_s} = 2$, si si ricava la velocità dell'

onda S: $V_s = 200$ m/sec. Questo valore può essere confrontato con quello che si ottiene dalla espressione semiempirica di HARDIN e RICHART [1963]:

$$V_s = 1,16 [159 - 53,5 e] \sigma^{0,25}$$

dove $\bar{\sigma}$ è la tensione efficace media, espressa in t/m² ed e è l'indice di porosità. Alla profondità $z = 7$ m essendo $e = 1,22$ e il peso volume medio del terreno soprastante $\gamma = 1,76$ t/m³, e assumendo un coefficiente di pressione orizzontale in quiete

$k_0 = 0,5$, in assenza di acqua, si ha $\bar{\sigma} = \frac{1}{3} \gamma z \cdot$

$(1 + 2 k_0) = 8$ t/m² e l'espressione precedente fornisce $V_s = 185$ m/sec, un valore quindi molto prossimo a quello ricavato dalle misure geosismiche.

Dalla velocità dell'onda P nel semispazio elastico si risale al modulo di elasticità tangenziale G , essendo

$$G = \frac{V_p^2 \gamma (1 - 2\nu)}{2g(1 - \nu)}$$

Da $V_p = 400$ m/sec, $\gamma = 1,76$ t/m³ e $\nu = \frac{1}{3}$ risulta $G = 7.200$ t/m².

Calcolo della curva di risposta

Con i dati ricavati dalle prove sull'apparecchio di sospensione e dall'indagine geofisica è stata ricalcolata la curva di risposta del basamento della macchina applicando il metodo del *lumped parameter*. Riferendosi al modello di fig. 4, il moto della macchina con il basamento e della fondazione scatolare in condizioni di vibrazione verticale forzata è descritto dal sistema di equazioni:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 + c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + K_1 (z_1 - z_2) - F_0 \sin \omega t = 0 \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 + c_1 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + K_2 z_2 + K_1 (z_2 - z_1) = 0 \end{cases}$$

dove t è il tempo; m_1 e m_2 sono le masse del basamento con le macchine e della fondazione scatolare e z_1 e z_2 i rispettivi spostamenti verticali; c_1 e c_2 le costanti di smorzamento della sospensione e del terreno; K_1 e K_2 le relative costanti di elasticità e $F_0 \sin \omega t$ è la forza di eccitazione, con pulsazione $\omega = 2 \pi f$. La soluzione del sistema fornisce le ampiezze di vibrazione Z_1 e Z_2 e gli angoli di fase φ_1 e φ_2 :

$$Z_1 = F_0 \sqrt{\left(\frac{AC + BD}{C^2 + D^2}\right)^2 + \left(\frac{BC - AD}{C^2 + D^2}\right)^2}$$

$$Z_2 = F_0 \sqrt{\left(\frac{EC + FD}{C^2 + D^2}\right)^2 + \left(\frac{FC - ED}{C^2 + D^2}\right)^2}$$

$$\varphi_1 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{BC - AD}{AC + BD} \right) \quad \varphi_2 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{FC - ED}{EC + FD} \right)$$

In queste espressioni

$$A = K_1 + K_2 - m_2 \omega^2$$

$$B = (c_1 + c_2) \omega$$

$$C = (K_1 - m_1 \omega^2)(K_1 + K_2 - m_2 \omega^2) - (K_1^2 + c_1 c_2 \omega^2)$$

$$D = \omega c_1 K_2 - c_1 \omega^3 (m_1 + m_2) + c_2 \omega (K_1 - m_1 \omega^2)$$

$$E = K_1$$

$$F = c_1 \omega$$

Il rapporto fra il carico Q applicato a un corpo rigido, posto sulla superficie di un semispazio elastico, e il corrispondente spostamento verticale δ è la costante che descrive il comportamento del terreno. Se la superficie caricata è circolare, con raggio r_0 ,

$$\delta = \frac{Q}{2 r_0 E} (1 - \nu^2) = \frac{Q}{4 r_0 G} (1 - \nu)$$

da cui:

$$K = \frac{Q}{\delta} = \frac{4 G}{1 - \nu} r_0 ;$$

analogamente, nel caso di superficie rettangolari di lati c e d si può scrivere

$$K = \frac{G}{1 - \nu} \beta_z \sqrt{c d} ,$$

dove β_z è un coefficiente di forma, funzione del rapporto tra i lati c e d [BARKAN, 1962]. Se l'area caricata non è posta sulla superficie del semispazio, si può tener conto della sua profondità t in-

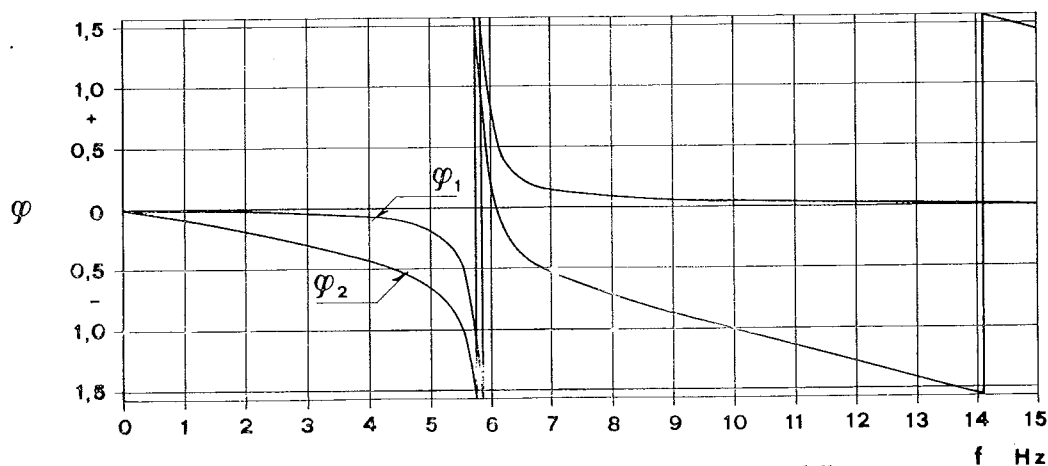
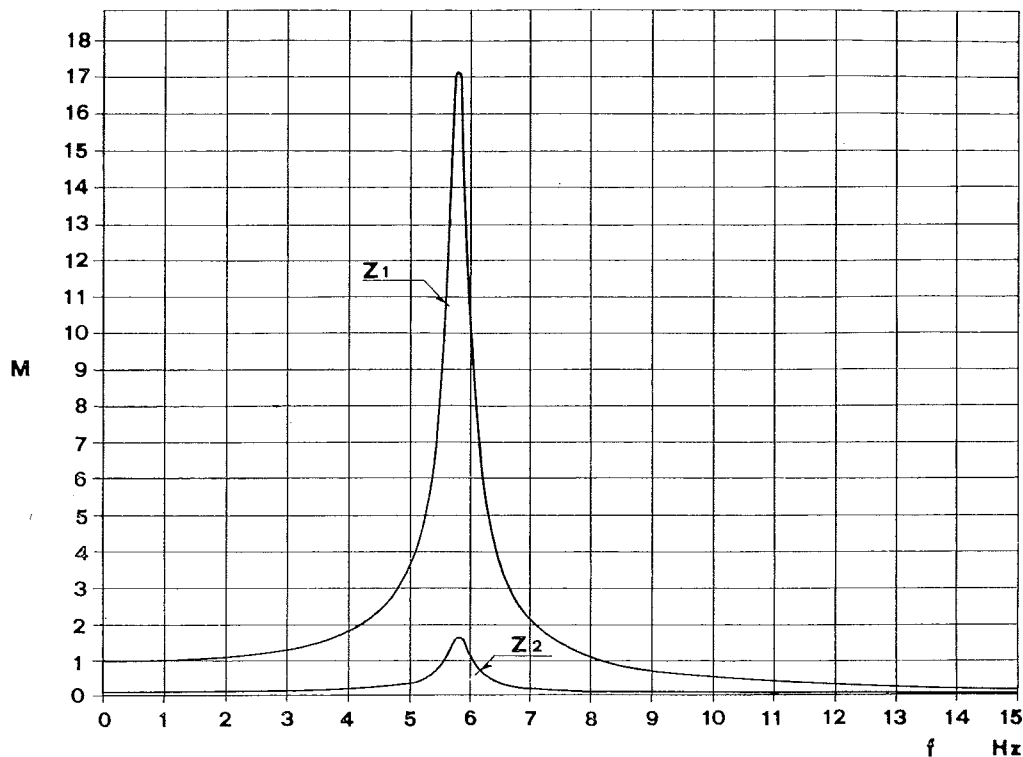


Fig. 11. - Curva di risposta calcolata con il nuovo modello.

troducendo nelle espressioni precedenti un coefficiente correttivo

$$\alpha = f \left(\frac{t}{r_0} \right)$$

Nel caso presente, essendo $c = 5,90$ m, $d = 8,70$ m, $t = 6,80$ m risulta $\beta_z = 2,18$ e $\alpha = 1,15$ (2).

Posto $\nu = \frac{1}{3}$ si è perciò ottenuto:

$$K_2 = \frac{G}{1 - \nu} \alpha \beta_z \sqrt{c d} = 192.500 \text{ t/m}$$

Nella scelta del coefficiente che descrive gli effetti dissipativi del terreno si è tenuto conto dello smorzamento geometrico secondo quanto proposto da LYSMER [1965] per una fondazione circolare di raggio r_0 :

(2) Il coefficiente α applicato è quello ricavato da KALDIJIAN [1969] per una fondazione che non ha contatto laterale con il terreno, come nel caso esaminato, e pianta circolare. Per il raggio di questa è stato assunto quello medio della fondazione rettangolare:

$$r_0 = \sqrt{\frac{c d}{\pi}} = 4,04 \text{ m.}$$

$$c_2 = \frac{3,4 r_0^2 \sqrt{\frac{\gamma G}{g}}}{1 - \nu}$$

Onde sostituendo:

$$\gamma = 1.76 \text{ t/m}^3, \quad r_0 = 4.04 \text{ m} \quad \text{e} \quad G = 7.200 \text{ t/m}^2$$

si è ricavato:

$$c_2 = 3.000 \text{ t sec/m} .$$

Per la costante elastica delle sospensioni (32 elementi) secondo i risultati delle prove sperimentali si è assunto

$$K_1 = 32 \cdot K_{a''} = 19.520 \text{ t/m}$$

e si è trascurato ogni effetto dissipativo di queste ponendo $C_1 = 0$.

Con la sostituzione di questi valori numerici nelle relazioni precedenti, si sono ricavati le quantità caratteristiche Z_1, Z_2, φ_1 e φ_2 in funzione della frequenza f . Il calcolo è stato programmato su un elaboratore Olivetti P 602 e ripetuto automaticamente per frequenze comprese tra 0 e 20 Hz a intervalli di 0,2 Hz.

Nella fig. 11 sono riportati, in funzione della frequenza, i valori degli angoli di fase φ e dei rapporti M tra le ampiezze Z_1 e Z_2 e lo spostamento statico del basamento:

$$S_1 = F_0 \frac{K_1 + K_2}{K_1 K_2}$$

Le frequenze naturali del sistema in assenza di smorzamento

$$f_{1,2} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \sqrt{\frac{K_1}{m_1} + \frac{K_1 + K_2}{m_2} \mp \sqrt{\left(\frac{K_1}{m_1} - \frac{K_1 + K_2}{m_2}\right)^2 + 4 \frac{K_1^2}{m_1 m_2}}}$$

risultano: $f_1 = 5,72 \text{ Hz}$ e $f_2 = 14,14 \text{ Hz}$.

Si rileva immediatamente dalla fig. 11 che l'elemento viscoso introdotto per rappresentare lo smorzamento geometrico nel terreno di fondazione è sufficiente ad eliminare la risonanza in corrispondenza della seconda frequenza naturale.

Si ha ancora risonanza in prossimità della prima

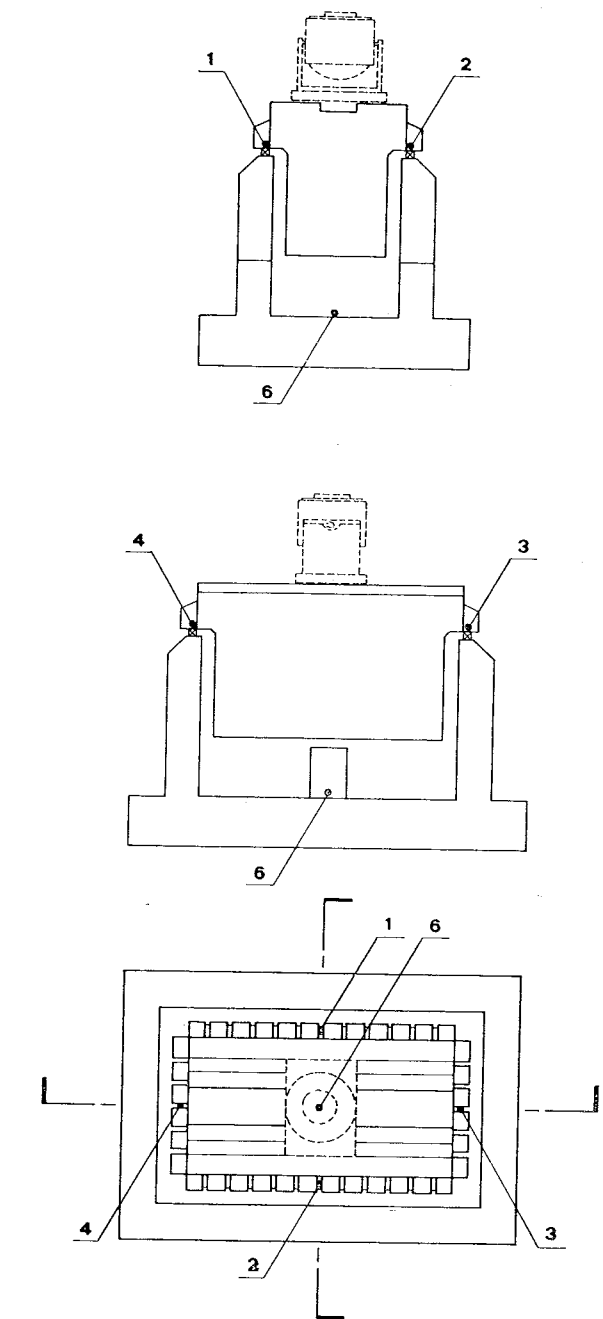


Fig. 12. - Disposizione degli strumenti di misura.

frequenza naturale, più precisamente per $f = 5,82 \text{ Hz}$, ma le corrispondenti ampiezze di oscillazione risultano limitate.

Già un esame qualitativo mostra che il nuovo modello descrive il comportamento della fondazione della macchina più realisticamente del modello precedentemente adottato.

Determinazione sperimentale della curva di risposta

Il controllo del comportamento del sistema macchina-fondazione è stato effettuato mediante la misura delle accelerazioni e delle ampiezze di oscillazione in alcuni punti del basamento sospeso elasticamente e della struttura di fondazione. Nelle prove il peso complessivo dell'organo oscillante e degli elementi ad esso collegati rigidamente era di 250 kg. La macchina è stata orientata verticalmente e le apparecchiature di controllo sono state programmate per variare la frequenza linearmente nel tempo, da 4,5 a 12 Hz; la vibrazione impressa aveva forma sinusoidale, con un'accelerazione massima di 1 g. Le prove sono state ripetute più volte disponendo diversamente gli strumenti di misura per controllare l'entità dei movimenti di rullio e beccheggio del basamento sospeso e per avere una attendibile misura degli spostamenti.

La disposizione dei diversi strumenti in una delle prove finali è illustrata nella figura 12.

L'acquisizione dei dati avveniva attraverso una centralina di misura pluricanale HP, dotata di registratore analogico in funzione del tempo.

La misura contemporanea della accelerazione e della fase sulle mezzerie dei lati del basamento sospeso ha confermato che, con la disposizione adot-

tata per la macchina vibrante, i movimenti di rullio e beccheggio erano assolutamente trascurabili e che l'oscillazione avveniva, come desiderato, solo verticalmente.

L'accelerazione verticale massima del basamento è stata quindi ottenuta come media delle misure in punti diversi, e si è calcolata l'ampiezza corrispondente

$$Z_1 = \frac{(\ddot{Z}_1)_{\max}}{\pi^2 4 f^2}$$

Per la struttura di fondazione l'ampiezza di oscillazione₂ è stata misurata con il sismografo disposto al centro della piastra di base (n. 6, fig. 12).

Nella fig. 13 le ampiezze misurate Z_1 e Z_2 sono diagrammate in funzione della frequenza e confrontate con la risposta del modello, rielaborata per un valore della forza eccitante $F_0 = 250$ Kg.

La concordanza tra risultati sperimentali e previsioni del calcolo è eccezionalmente buona per l'ampiezza delle oscillazioni del blocco sospeso Z_1 in tutto il campo di frequenza esplorato. In particolare è confermata l'assenza di una seconda frequenza di risonanza.

Nel comportamento della struttura di fondazione si rileva la similitudine tra l'andamento di Z_2

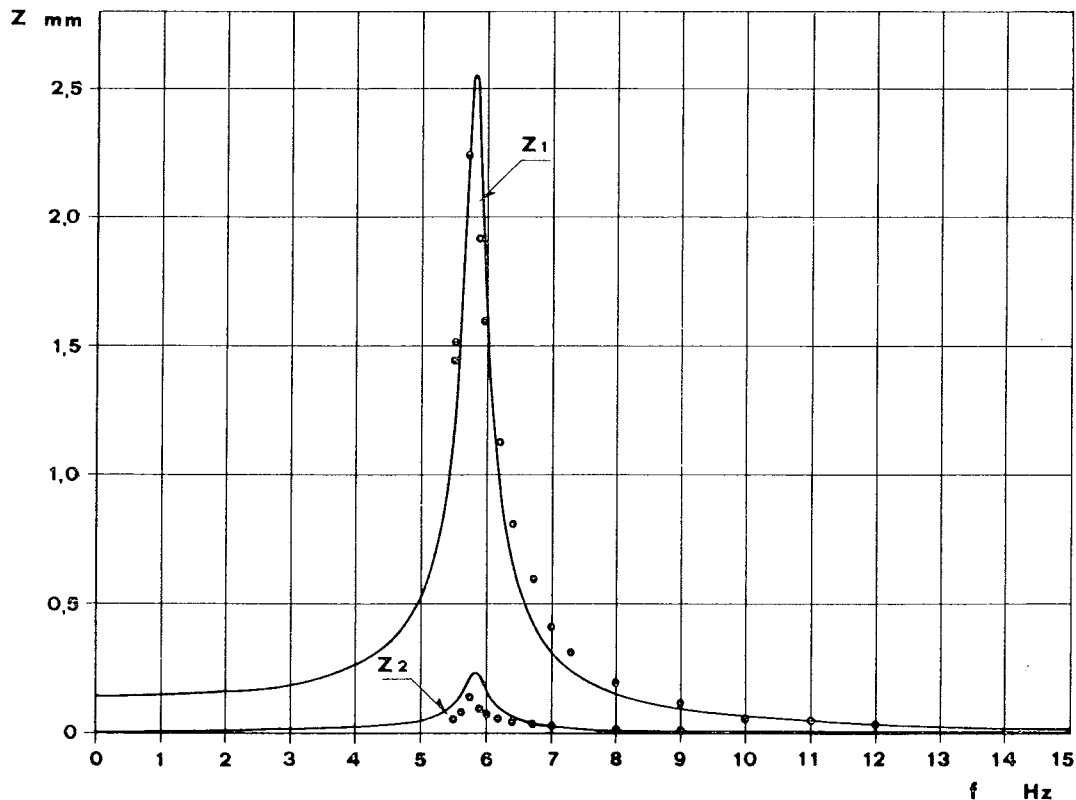


Fig. 13. - Confronto delle ampiezze misurate con i valori calcolati. Z_1 e Z_2 , ampiezza delle vibrazioni del basamento e della fondazione, rispettivamente.

e la previsione teorica, ma un certo scostamento dei valori numerici.

La similitudine delle curve di risposta teoriche e sperimentali conferma di per sè la validità del metodo di calcolo del *lumped parameter* e dell'ipotesi di Lysmer sulla possibilità di descrivere con un unico parametro lo smorzamento geometrico del terreno.

La concordanza tra previsioni teoriche di Z_1 e risultati sperimentali non può derivare soltanto da una esatta valutazione della costante elastica delle sospensioni; infatti tutti i parametri che definiscono il modello di calcolo hanno una influenza sensibile sulla curva di risposta e in particolare sull'ampiezza di oscillazione in prossimità della prima frequenza naturale.

La minore concordanza tra valori calcolati e misurati di Z_2 è probabilmente da attribuire alla approssimazione dei dati sperimentali: il sismografo impiegato infatti era adatto a campi di misura più larghi del necessario e sono stati perciò utilizzati rapporti di amplificazione molto elevati.

Conclusioni

L'insieme delle determinazioni sperimentali effettuate ha permesso di calcolare curve di risposta molto aderenti al reale comportamento del sistema a due gradi di libertà costituito dalla macchina con il basamento sospeso, dalla struttura scatolare di fondazione e dal terreno.

Appare sostanzialmente confermata la possibilità di utilizzare un semplice modello costituito da

pochi elementi e di descrivere con un ammortizzatore lineare lo smorzamento prodotto dal terreno per diffusione dell'energia vibrante. La determinazione delle caratteristiche meccaniche del terreno, che ne determinano il comportamento dinamico, attraverso prove sismiche, sembra necessaria per una razionale applicazione del metodo di calcolo seguito. Questo è risultato da un esame degli effetti prodotti sulle curve di risposta da variazioni dei parametri che definiscono il comportamento del terreno.

BIBLIOGRAFIA

- BARKAN D. D. (1962) - *Dynamics of Bases and Foundations*. Mc Graw Hill.
- HALL H. R. (1967) - *Coupled rocking and sliding oscillations of rigid circular footings*. Inter. Symposium Albuquerque Aug. 1967.
- HSIEH Y. H. (1962) - *Foundation vibrations*. Proc. I.C.E. London, Vol. 22.
- LAMB H. (1904) - *On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid*. Phil. Trans. Royal Society. London. Ser. A, Vol. 203.
- LYSMER J. (1965) - *Vertical motion of rigid footings*. Dept. of Civ. Eng. Rep. to W.E.S. Contract Rep. 3-115.
- REISSNER E. (1936) - *Stationäre, axialsymmetrische durch eine Schüttel de Masse erregte Schwingungen eines Homogenen elastischen Halbraumes*. Ingenieur Archiv, Vol. 7, Part. 6.
- RICHART F. E., HALL J. R., WOODS R. D. (1970) - *Vibrations of Soils and Foundations*. Prentice Hall Inc.
- TERZAGHI K. (1943) - *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley and Sons Inc.
- TIMOSHENKO S. P. (1937) - *Vibrations Problems in Engineering*. Van Nostrand.

SUMMARY

The behavior of the foundation of a vibrating machine

The paper illustrates an experimental investigation on the behaviour of a vibrating machine founded on pozzolanic soil. The machine is connected to a concrete block supported by a series of elastic elements. As the vibration frequency can be varied continuously in a large range, it has been possible to evaluate the response curve of the system having two degrees of freedom.

The dynamic properties of the foundation soil have been determined by means of a series of geo-seismic tests

and the damping effects produced but the propagation of the vibration energy in an infinite mass have been evaluated according to the expression suggested by Lysmer, from the velocity of the shear wave.

The response curve obtained by the application of the « lumped parameter » method has been compared with the results of the experimental investigation. It appears that the predicted displacements are very close to the measured values in the whole range of tested frequencies and especially near the value of the first resonant frequency.