

Carico limite delle fondazioni inclinate soggette a carichi obliqui in terreni incoerenti

G. URBANO *

SOMMARIO: Sono esaminati brevemente i diversi criteri di calcolo del carico limite dei terreni finora proposti. Oggetto della nota è la determinazione del carico limite di fondazioni inclinate soggette a carichi obliqui su terreno incoerente. La ricerca viene condotta in campo piano mediante il metodo dell'equilibrio plastico di Sokolowskii. Il metodo sfrutta le equazioni indefinite di equilibrio e la condizione di plasticità di Mohr-Coulomb. Imponendo alcune ipotesi semplificative riguardo alla distribuzione dello stato di sforzo nella zona di terreno interessata dalla rottura, vengono ricavati coefficienti adimensionali N_γ , N_q che consentono di determinare la capacità portante limite di fondazioni superficiali e profonde. Viene esposta un'ampia gamma di valori N_γ e N_q in funzione di: φ , angolo di attrito del terreno; δ , angolo formato dalla retta d'azione dei carichi con la normale alla fondazione; β , angolo formato dal piano di fondazione con la verticale; α , angolo formato dalla superficie libera del terreno con l'orizzontale. I valori ottenuti vengono messi a confronto con quelli ricavati da altri Autori.

1. Premessa

Il calcolo del carico limite delle fondazioni è stato affrontato da numerosi Autori i quali hanno impostato e risolto il problema per via analitica sempre per condizioni di terreno e di carico particolari, e per fondazioni di tipo nastriforme (quelle in cui una dimensione è prevalente rispetto all'altra: travi di fondazione o muri) al fine di studiare il problema in campo piano.

Tutti gli studi sul carico limite delle fondazioni fanno riferimento ad un terreno inteso come mezzo rigido plastico non dilatante, che ubbidisca alla condizione di plasticità di Mohr Coulomb e prescindono dal comportamento e dalle deformazioni che avvengono prima e durante la rottura.

I primi risultati sono stati proposti da PRANDTL [1920] come estensione degli studi compiuti sul punzonamento dei metalli. PRANDTL considera solamente la resistenza di attrito dovuta a sovraccarichi gravanti sul piano orizzontale passante per il piano di fondazione, senza considerare il contributo alla capacità portante della coesione e del peso della zolla di terreno interessato alla rottura. Successivamente CAQUOT [1956] ha esteso i risultati di Prandtl introducendo il contributo della coesione, ma ancora non viene introdotto l'effetto stabilizzante del peso e dell'attrito del terreno che refluisce. Questa approssimazione,

ampiamente giustificata nel caso di fenomeni riguardanti il punzonamento dei metalli in quanto il suo contributo è piccolo rispetto alle forze in gioco, non può essere ammessa nel caso di fondazioni superficiali, il cui valore viene sostanzialmente modificato introducendo questo fattore, soprattutto in caso di terreni non coesivi.

I primi risultati che introducono nel calcolo del carico limite anche questo contributo sono quelli proposti da TERZAGHI [1943] il quale ha applicato il metodo della spirale logaritmica usata per il calcolo della spinta passiva.

Questo metodo tiene conto: a) della resistenza dovuta all'attrito, b) della coesione, c) dell'approfondimento del piano di fondazione rispetto al piano campagna, considerando il contributo di quest'ultimo come un sovraccarico distribuito uniformemente sul piano orizzontale passante per il piano di fondazione. Questa semplificazione è ritenuta accettabile per fondazioni superficiali (quelle in cui la larghezza della fondazione è minore della profondità).

Il carico limite dovuto ad ognuno dei singoli fattori esposti precedentemente, è il minimo che si ottiene al variare della posizione della superficie di rottura. Il carico limite totale della fondazione viene ottenuto sommando i contributi dei 3 fattori. Poiché però la superficie che dà luogo alla capacità portante minima per uno dei fattori predetti non coincide in generale con quella che dà il minimo per gli altri, ne segue che qualunque sia la superficie di rottura reale, il valore del carico limite sarà più grande di quello ottenuto sommando le 3 condizioni di minimo.

* Dr. ing. Gianni URBANO, assistente incaricato presso l'Istituto di *Scienza e Tecnica delle Costruzioni* del Politecnico di Milano.

I valori che si ottengono applicando i coefficienti di Terzaghi sono pertanto a favore della sicurezza.

Per fondazioni circolari e quadrate Terzaghi ha proposto fattori correttivi ottenuti in via sperimentale.

Al fine di ampliare il campo di validità delle formule di Terzaghi, BRINCH-HANSEN [1961] ha proposto di applicare ai coefficienti del carico limite di Terzaghi, una serie di coefficienti correttivi, i quali tengono conto: a) della forma della fondazione, b) dell'eventuale inclinazione della risultante dei carichi gravanti sulla fondazione, rispetto al piano di fondazione, c) della profondità del piano di fondazione rispetto al piano campagna. I coefficienti sono ricavati nell'ipotesi di terreno a peso specifico nullo applicando la teoria di Prandtl. Si può dimostrare come anche questa semplificazione, ripresa poi da molti Autori, porti a risultati a favore della stabilità. Anche MEYERHOF [1951, 1953, 1957, 1961] ha indagato il problema del carico limite proponendo formule formalmente simili a quelle di Terzaghi, nelle quali però il contributo dovuto all'attrito ed alla profondità viene considerato contemporaneamente, estendendo la superficie di rottura cilindrica con direttrice a spirale logaritmica anche al terreno compreso tra il piano di fondazione ed il piano del terreno.

Il metodo di Meyerhof è valido anche per fondazioni profonde ed ha pertanto una validità più generale di quello di Terzaghi.

Meyerhof ha esteso il metodo di calcolo anche al caso di carichi obliqui al piano di fondazione per terreno e piano di fondazione orizzontale ed al caso di fondazioni orizzontali con carico verticale poste su terreno in pendio. I valori del carico limite che si ottengono con coefficienti di Meyerhof sono risultati elevati rispetto a quelli ottenuti per via sperimentale, su modelli in grande scala.

I precedenti Autori hanno ricavato la soluzione da loro proposta supponendo cilindrica con direttrice a spirale logaritmica, la forma della superficie di rottura; BALLA [1962] ha studiato lo stesso problema, sempre limitatamente a fondazioni di tipo continuo con carico verticale centrato, ipotizzando che la forma della superficie di rottura sia di tipo cilindrico a direttrice circolare e che lungo di essa possa ritenersi valida la relazione di KÖTTER che, qualora il materiale rispetti la condizione di plasticità di Mohr-Coulomb, in condizioni di rottura, dà la variazione dello stato di sforzo lungo la curva medesima.

Imponendo l'equilibrio rigido di quella parte

di terreno limitato dalla fondazione, dalla superficie orizzontale del terreno e dalla superficie di rottura, soggetta al peso proprio del terreno ed alla distribuzione nota dagli sforzi lungo la superficie di scivolamento, Balla ricava il valore incognito del carico limite, nonché la posizione del centro della superficie di rottura.

Gli Autori citati hanno risolto il problema limitatamente al caso di carichi verticali e piano di fondazione orizzontale.

Come si è detto MEYERHOF [1953] ha studiato con i criteri già esposti e limitatamente al caso di carichi normali al piano di fondazione la capacità portante delle fondazioni con suola inclinata rispetto al piano campagna. GATTI [1964] ha proposto una soluzione più generale, considerando fondazioni orizzontali con carico normale ed inclinato rispetto al piano di fondazione, ma limitatamente a due valori dell'angolo di attrito. Il problema è stato risolto ipotizzando la forma della superficie di rottura ed applicando un criterio di calcolo simile a quello proposto da JANBU [1957] per il calcolo delle spinte attive e passive. Questo metodo è una generalizzazione del più noto « Slices metode » di Fellenius.

Tutti gli Autori citati hanno proposto soluzioni del problema partendo dall'ipotesi che: a) sia nota la forma della superficie di rottura, b) lungo la superficie di rottura sia verificata la legge di plasticità di Mohr-Coulomb, c) sia nota la distribuzione dello stato di sforzo lungo la superficie della fondazione.

SOKOLOWSKII [1954] considera anch'egli il terreno come un mezzo rigido plastico, ed assume la validità del criterio di Mohr-Coulomb, ma introduce l'ipotesi che la condizione di plasticità debba essere realizzata in ogni punto del terreno interessato dalla rottura. In questo caso, purché in condizione di deformazione piana, le equazioni indefinite di equilibrio, unite alla condizione di plasticità, con opportune condizioni al contorno, danno luogo ad un problema staticamente determinato che permette di ricavare: a) il valore del carico limite, b) la distribuzione degli sforzi sotto la fondazione, c) la forma della superficie di rottura come luogo dei punti in cui il sistema di equazioni risolvibili il problema, perde significato. Per i casi di fondazioni non superficiali, oppure nel caso di fondazioni superficiali, con terreno dotato oltre che di attrito, anche di coesione, il SOKOLOWSKII risolve il problema delle distribuzioni degli sforzi e della forma delle superfici di rottura con il metodo delle caratteristiche. Nel caso di fondazioni superficiali e terreno non coesivo, l'Autore propone una soluzione

approssimata che sarà illustrata nel paragrafo 2.

Con questa soluzione l'Autore ricava coefficienti di carico limite limitatamente al caso di fondazioni orizzontali caricate con carichi verticali od obliqui, e ad alcuni casi di fondazioni su pendio, limitatamente al caso di carichi verticali.

I valori del carico limite ricavati con questi ultimi coefficienti sono talvolta notevolmente più bassi di quelli ottenuti da altri Autori [TERZAGHI, MEYERHOF, BALLA, GATTI] soprattutto per angoli di attrito ridotti. Una interpretazione di questi risultati verrà data più avanti.

La presente nota estende i risultati del Sokolowskii al caso più generale di fondazioni inclinate caricate con cariche obliqui sia nel caso di terreno orizzontale che inclinato per terreni non coerenti.

Si è ritenuto che il problema fosse degno di qualche interesse perché rientra in questo ambito la verifica della stabilità dei muri di sostegno. In questo tipo di strutture infatti l'inclinazione del piano di fondazione rispetto all'orizzontale risulta particolarmente favorevole ed è poi molto frequente il caso di terreno inclinato.

2. Posizione del problema

La trattazione è svolta nell'ambito della teoria dell'equilibrio limite proposta da Sokolowskii per materiali dotati di peso proprio con coesione nulla ed attrito diverso da zero. Con riferimento alla fig. 1a le condizioni indefinite di

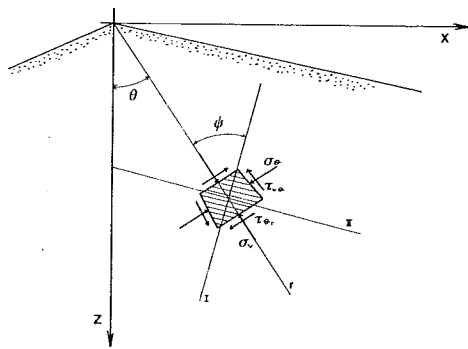


Fig. 1 a

equilibrio possono essere scritte nella seguente forma:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \gamma_t \sin \theta \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2 \tau_{\theta r}}{r} = \gamma_t \cos \theta$$

La condizione di plasticità di Mohr-Coulomb per terreni non coerenti viene espressa dalla equazione:

$$|\tau_n| = \sigma_n \operatorname{tg} \varphi$$

Cioè

$$\tau_n^2 = (\sigma_n \operatorname{tg} \varphi)^2$$

Indicando con R il raggio del cerchio di Mohr (fig. 1b) e con \overline{OC} l'ascissa del centro, risulta:

$$\tau_n^2 = R^2 \cos^2 \varphi = \left\{ \left(\frac{(\sigma_\theta - \sigma_r)^2}{4} + \tau_{r\theta}^2 \right) \right\} \cos^2 \varphi$$

$$(\sigma_n \operatorname{tg} \varphi)^2 = \overline{OC}^2 \cos^4 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi = \left\{ \frac{(\sigma_\theta + \sigma_r)^2}{4} \right\} \cos^4 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi$$

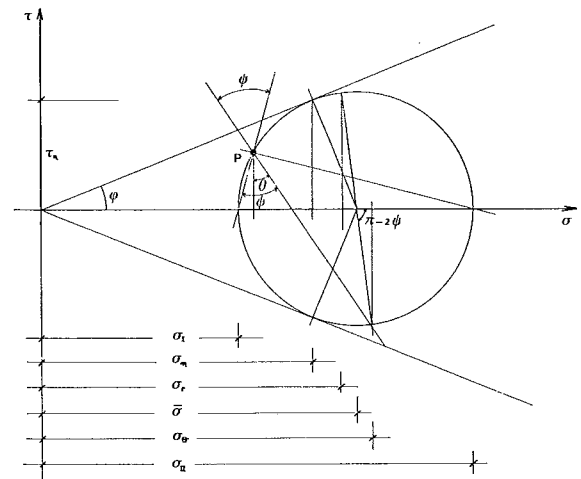


Fig. 1 b. — Rappresentazione nel piano di Mohr dello stato di sforzo in un generico punto del terreno.

La condizione di plasticità può pertanto essere così espressa:

$$\frac{(\sigma_\theta - \sigma_r)^2}{4} + \tau_{\theta r}^2 = \frac{\sin^2 \varphi}{4} (\sigma_r + \sigma_\theta)^2 \quad (2.2)$$

Indicando con $\bar{\sigma} = (\sigma_i + \sigma_{ii})/2$ il valore medio degli sforzi principali e con ψ l'angolo formato dalla σ_i (tensione principale maggiore) con il raggio vettore nel punto, risulta (con riferimento alla fig. 1b):

$$R = \bar{\sigma} \sin \varphi$$

$$\sigma_\theta = \bar{\sigma} + \bar{\sigma} \sin \varphi \cos(\pi - 2\psi) = \bar{\sigma} (1 - \sin \varphi \cos 2\psi)$$

$$\sigma_r = \bar{\sigma} - \bar{\sigma} \sin \varphi \cos(\pi - 2\psi) = \bar{\sigma} (1 + \sin \varphi \cos 2\psi)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = \bar{\sigma} \sin \varphi \sin(\pi - 2\psi) = \bar{\sigma} \sin \varphi \sin 2\psi \quad (2.3)$$

A questo punto si introduce l'ipotesi che le componenti specifiche di tensione $\sigma_\theta, \sigma_r, \tau_{r\theta}$ siano

funzioni di r e che ψ dipenda dalla sola θ . Pertanto si può scrivere:

$$\sigma = \gamma_r \chi(\theta) \quad (2.4)$$

L'ambito di validità dell'ipotesi ora introdotta sarà discussa nel successivo paragrafo:

Sostituendo la 2.4 nella 2.3 e le 2.3 nelle 2.1 e 2.2 dopo alcune elaborazioni si giunge al seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\frac{d\chi}{d\theta} = \frac{\cos(2\psi + \theta) + \chi \sin 2\psi}{\cos 2\psi - \sin \varphi} \quad (2.5)$$

$$\frac{d\psi}{d\theta} + 1 = \frac{\sin \theta - \sin \varphi \sin(2\psi + \theta) - \chi \cos^2 \varphi}{2\chi \cos(2\psi - \sin \varphi) \sin \varphi}$$

La soluzione del sistema di equazioni differenziali (2.5) con le condizioni al contorno che definiscono il particolare problema in studio, permette di calcolare lo stato di sforzo in ogni punto del terreno interessato alla rottura ed in particolare quello che deve esistere lungo il piano di fondazione affinché in ogni punto sia verificata la (2.2). Quest'ultimo definisce la capacità portante limite della fondazione. La conoscenza di ψ in funzione di θ permette di ricavare la forma delle superfici di rottura del terreno in quanto esse formano in ogni punto un angolo di $\pi/4 - \varphi/2$ con la direzione della tensione principale maggiore.

3. Deduzione dei risultati

Numerosi Autori in accordo con risultati sperimentali introducono l'ipotesi che la zona interessata dalla rottura possa essere suddivisa in due zone (fig. 2):

Nella zona II il terreno si trova in equilibrio limite superiore; la zona I è una zona di transizione in equilibrio radiale. Il sistema di equazioni

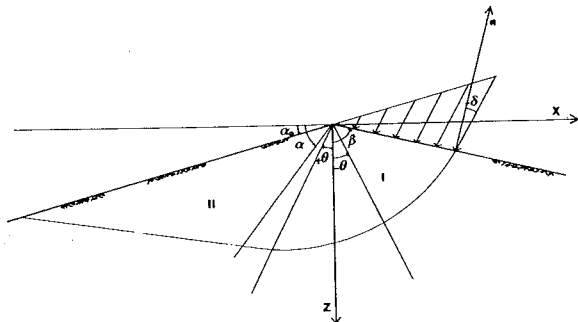


Fig. 2. — Schematizzazione della zona interessata dalla rottura per il calcolo della capacità portante.

(2.5) regola lo studio e l'equilibrio nella zona I.

Lo stato di sforzo lungo la retta di separazione tra la zona I e la zona II può essere studiato rappresentando sul piano di Mohr lo stato di sforzo nel generico punto distante r dall'origine. Poiché il terreno si trova in equilibrio limite superiore conosciamo sia il valore degli sforzi principali che la loro retta di applicazione e quindi le direzioni delle linee di rottura.

La retta di separazione delle due zone coincide con una linea di rottura estrema della zona di equilibrio limite superiore.

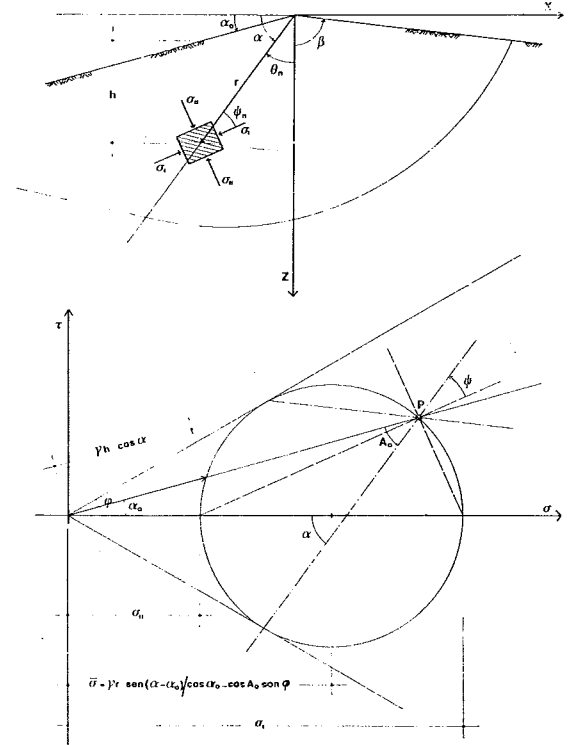


Fig. 3. — Rappresentazione nel piano di Mohr dello stato di sforzo che si verifica sulla linea di separazione tra la zona in equilibrio radiale e la zona in equilibrio limite superiore.

Da semplici considerazioni geometriche sul circolo di Mohr relativo allo stato di sforzo esistente sulla retta di separazione delle due zone, con riferimento alla fig. 3, risulta:

per

$$\theta_n = \pi/2 - \alpha$$

$$\psi_n = \pi/4 - \varphi/2 \quad (3.1)$$

$$\chi_1(\theta = \pi/2 - \alpha) = \sin(\alpha - \alpha_0) / (\cos \alpha_0 + \cos A_0 \sin \varphi)$$

dove

$$\alpha = (\pi/4 - \varphi/2) + (A_0 + \alpha_0)/2$$

$$A_0 = \arcsin(\sin \alpha_0 / \sin \varphi)$$

Per quanto riguarda lo stato di sforzo sotto il piano di fondazione, supponendo assegnata la retta d'azione dei carichi esterni, le condizioni che

debbono essere verificate riguardano solamente la direzione delle tensioni principali e quindi il parametro ψ .

Poiché lo stato di sforzo che deve verificarsi sotto alla fondazione è uno stato di equilibrio limite inferiore (con riferimento alla fig. 4) da

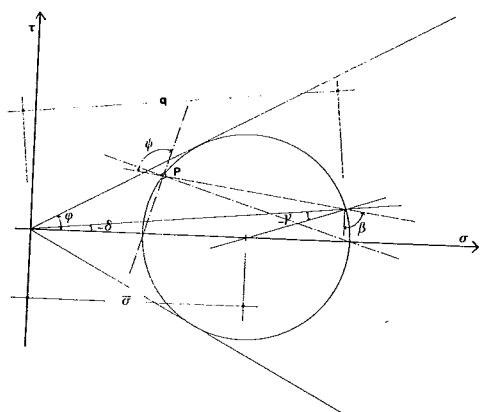
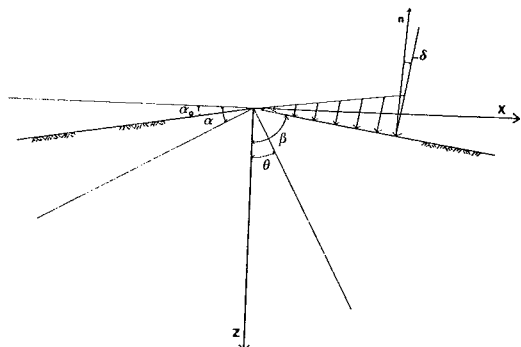


Fig. 4. — Rappresentazione nel piano di Mohr dello stato di sforzo che si realizza lungo il piano di fondazione.

semplici considerazioni geometriche sul cerchio di Mohr relativo allo stato di sforzo che si verifica sotto il piano di fondazione, risulta:

per: $\theta_0 = -\beta$
 $\psi_0 = \pi/2 - (\delta + \gamma)/2$ (3.2)

dove $\gamma = \arcsin(\sin \delta / \sin \varphi)$

Il problema è pertanto quello di ricavare le funzioni $\chi = \chi(\theta)$ e $\psi = \psi(\theta)$ che soddisfino sia al sistema di equazioni (2.5) che alle condizioni al contorno (3.1) e (3.2).

Il valore $\chi_0 = \chi(\theta = -\beta)$ e di $\psi_0 = \psi(\theta = -\beta)$ permette di calcolare attraverso la (2.4) e (2.3) lo stato di sforzo sotto al piano di fondazione per cui il terreno entra in equilibrio plastico.

Il valore della pressione limite può venire espresso nella seguente forma:

$$q(r) = \chi_0 \gamma_t r (\cos \delta + \cos \gamma \sin \varphi) = \gamma_t r N_\gamma$$

dove γ e δ hanno il significato indicato in precedenza ed N_γ è una funzione di δ , β , α_0 e φ .

Il valore della capacità portante limite totale di una fondazione di dimensione R vale pertanto

$$Q_L = \int_0^R q(r) dr$$

Se indichiamo, come d'uso, con la B la dimensione della fondazione, la espressione diventa uguale a quella più nota del tipo

$$Q_L = \frac{1}{2} \gamma_t B^2 N_\gamma$$

Dove N_γ è il coefficiente che per fondazioni superficiali tiene conto del solo contributo alla capacità portante del peso del terreno interessato alla rottura.

4.

Se si introducono le condizioni 3.1 nel sistema 2.5 si può vedere come esse annullino contemporaneamente sia il numeratore che il denominatore della parte sinistra delle equazioni che formano il sistema. Ciò significa che esse individuano un punto singolare del sistema. Per integrare il sistema 2.5 si sarebbe potuto procedere, secondo quanto proposto da HEURTAUX [1959], sviluppando le funzioni χ e ψ in serie di Taylor e considerando solamente i termini del primo ordine.

Si è invece preferito ricorrere al metodo proposto dal SOKOLOWSKII che, essendo di tipo iterativo, permette una agevole soluzione con metodi numerici.

I valori di ψ sono noti lungo le rette che delimitano la zona di transizione (condizioni 3.1 e 3.2) ed è conosciuto il valore di χ lungo la retta di separazione fra la zona I e la zona II in cui si realizza l'equilibrio limite superiore (3.2). Si assume un valore arbitrario di χ_0 lungo la retta che delimita la fondazione (stato di equilibrio limite inferiore) e si integra il sistema 2.5 col metodo delle differenze finite. Si modifica il valore di χ_0 fino, a che il valore finale di χ_n coincide con quello noto; il valore di ψ_n è ottenuto simultaneamente.

Nei diagrammi di fig. 5 sono riportati i valori di N_γ in funzione dell'angolo δ di applicazione dei carichi rispetto alla normale alla fondazione, per differenti valori dell'angolo di attrito φ , dell'angolo β formato dal piano di fondazione con

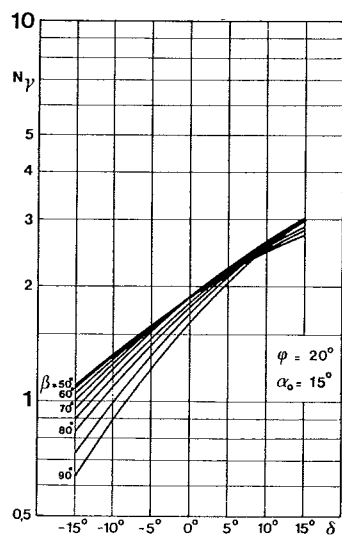
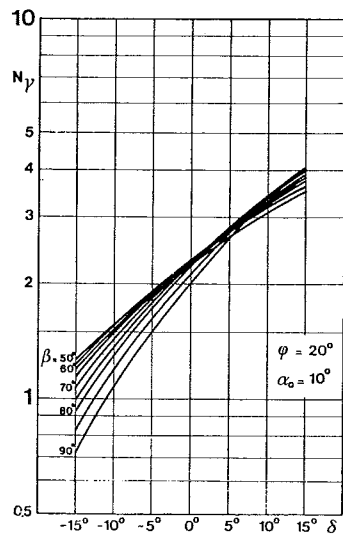
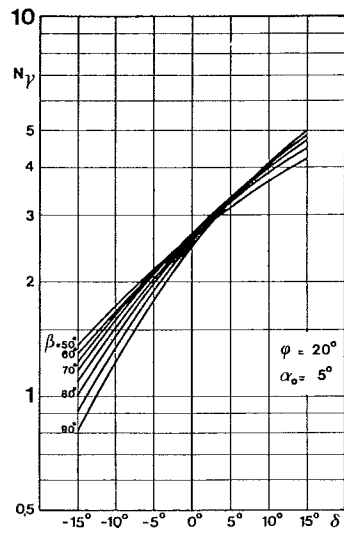
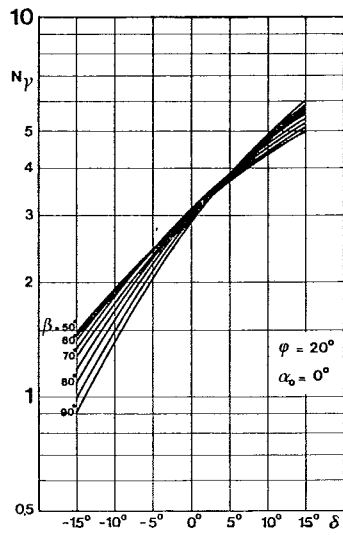
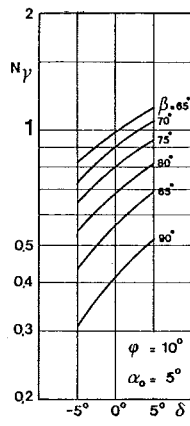
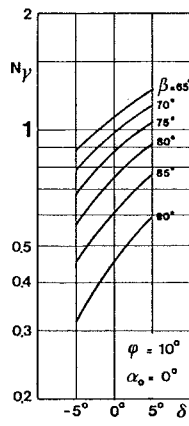


Fig. 5 a

Fig. 5. — Coefficienti di capacità portante N_γ in funzione di δ per terreni aventi angolo di attrito $\varphi = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ per vari valori di β e α_0 .

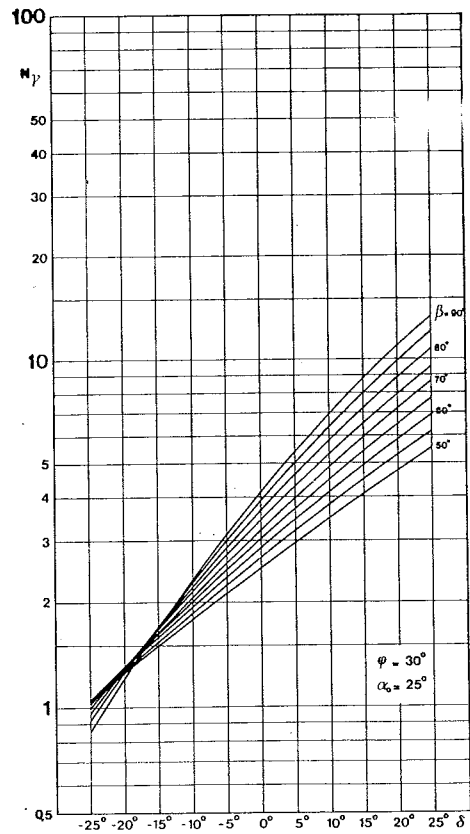
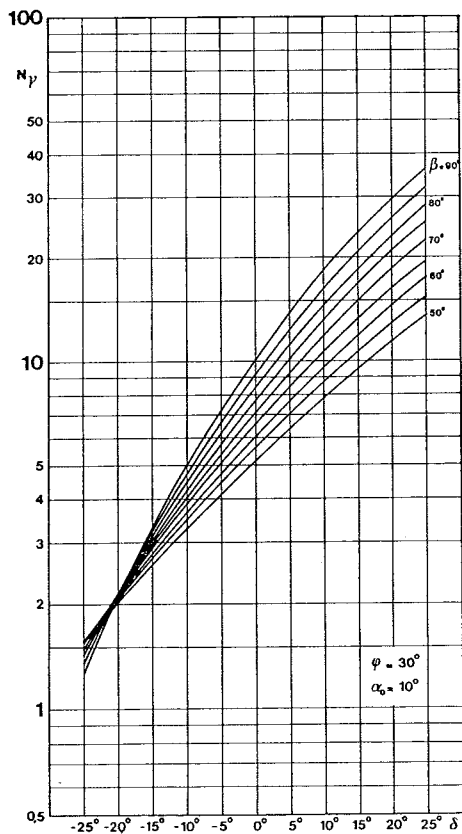
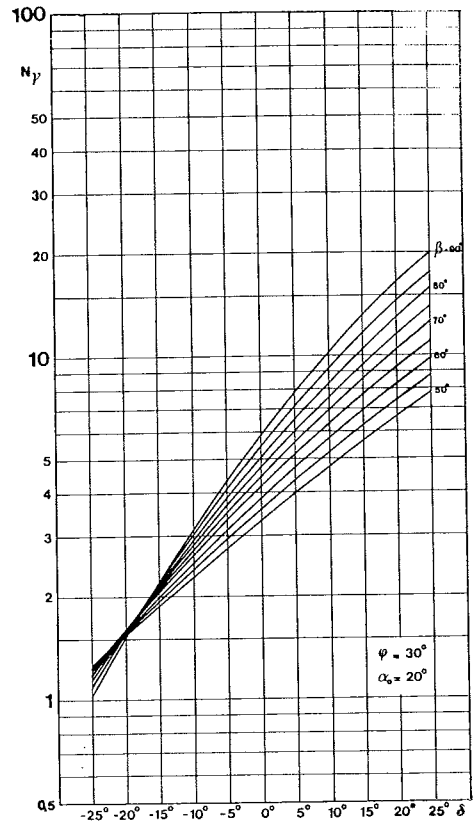
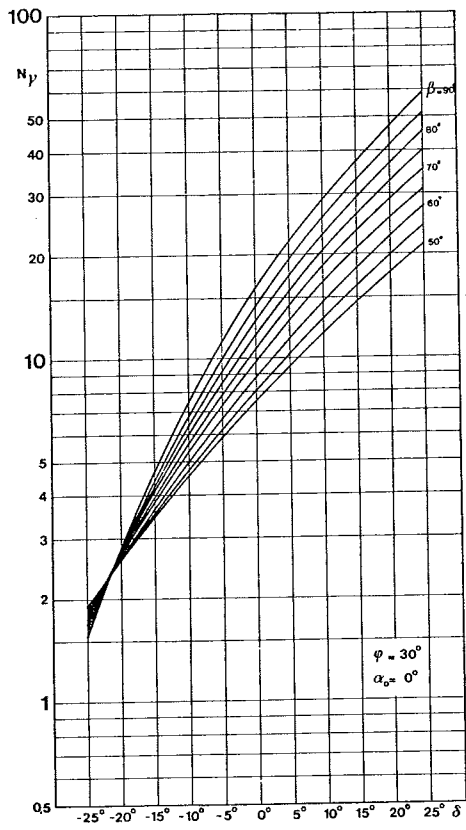


Fig. 5 b

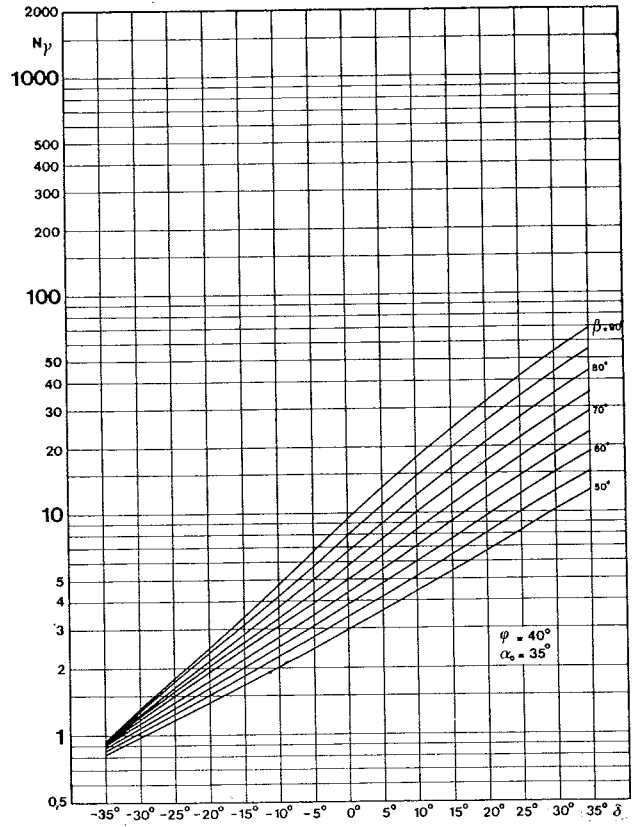
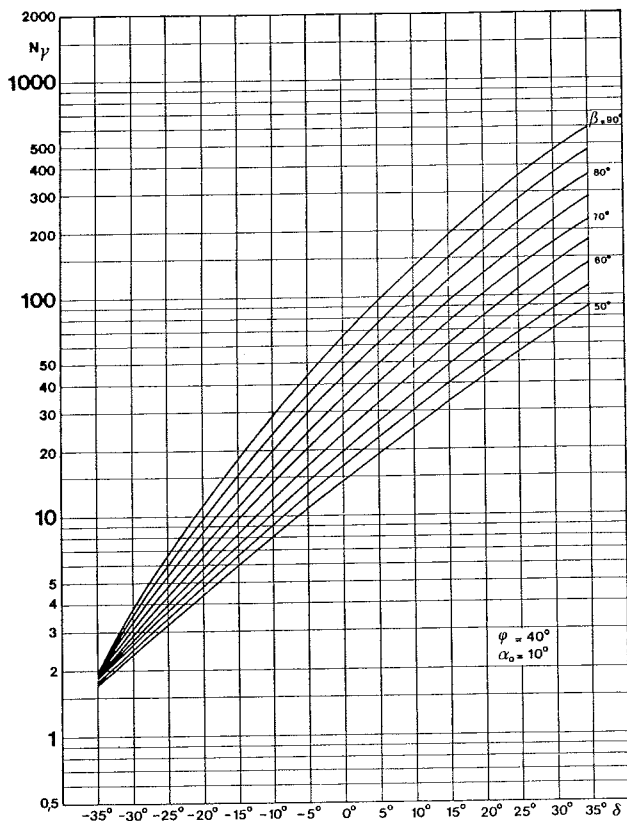
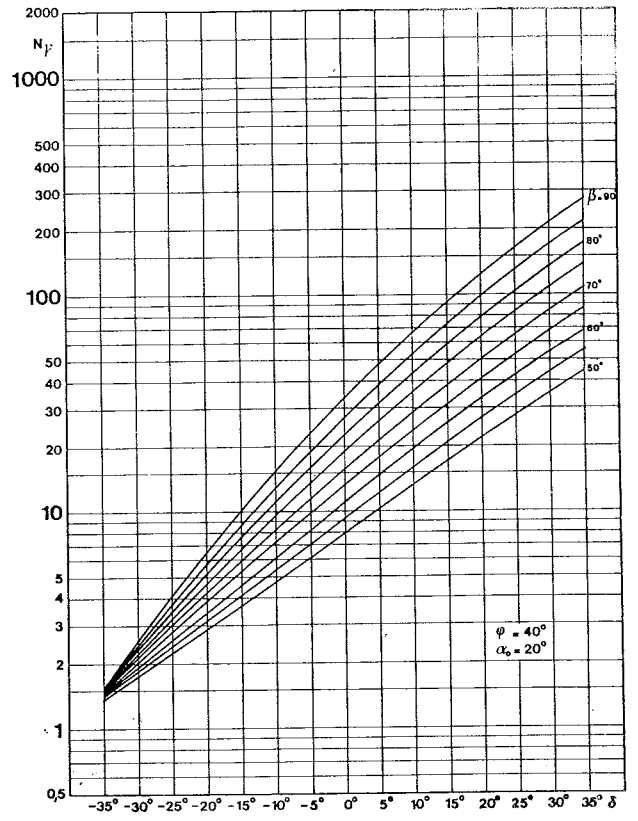
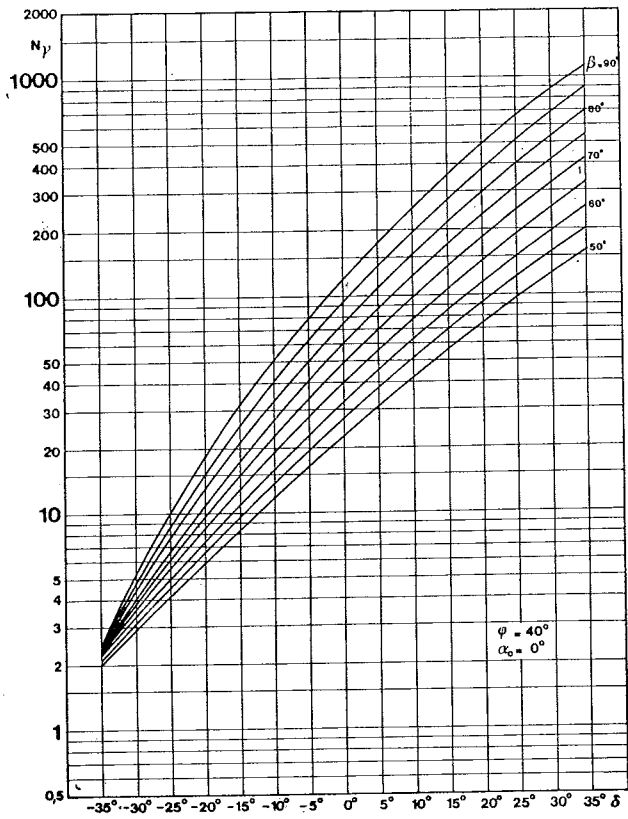


Fig. 5 c

la verticale, e dell'angolo α_0 di inclinazione del terreno rispetto all'orizzontale.

Il valore di δ si è assunto negativo quando la componente tangenziale della capacità portante limite è diretta dalla parte verso cui si verifica la rottura del terreno e positivo in caso contrario; si è immaginato che la rottura possa avvenire in una unica direzione e pertanto i casi reali in cui si considera un valore di δ positivo sono in realtà molto difficili a realizzarsi (fondazioni di muri contro terra in particolari condizioni di carico).

Dall'analisi dei risultati ottenuti si è notato come il coefficiente N^{γ} per angoli di attrito bassi ($\varphi = 10^\circ$, $\varphi = 20^\circ$ e $\varphi = 30^\circ$ con $\delta < -18^\circ$), risulta maggiore quanto minore è l'angolo β , che rappresenta l'inclinazione del piano di fondazione rispetto alla verticale. Questo fenomeno di non facile intuizione probabilmente legato alla forma delle superfici di rottura, è stato riscontrato anche nella soluzione proposta da BIAREZ, BUREL, WACK [1961] per il calcolo del coefficiente di spinta passiva condotto con il metodo delle caratteristiche proposto da SOKOLOWSKII.

5. Influenza della profondità del piano di fondazione

Nel caso in cui il vertice della fondazione attorno a cui si studia l'equilibrio alla rotazione del terreno non venga a trovarsi sul piano del terreno (condizione che si realizza nella maggior parte dei casi reali) la zona di terreno interessato alla rottura può, come nel caso precedentemente esaminato, essere distinta in due zone (fig. 6). La zona II viene a trovarsi in condizioni di equilibrio limite superiore, mentre la zona I è una zona di transizione tra l'equilibrio limite superiore della zona II e quello limite

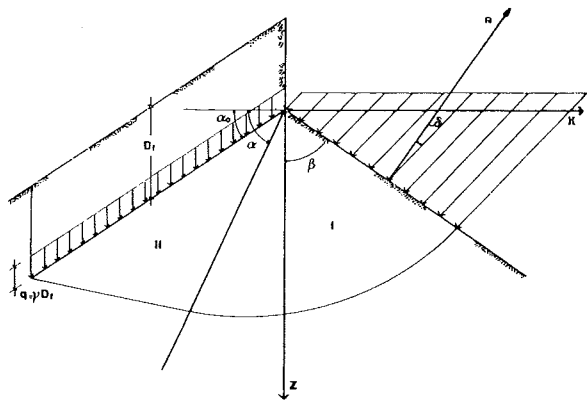


Fig. 6. — Schematizzazione della zona di terreno interessato dalla rottura per il calcolo del contributo alla capacità portante della profondità del piano di fondazione.

inferiore che si realizza sotto al piano di fondazione stesso.

Osserviamo come in queste ipotesi non è più lecita la (2.4) in quanto essa non è più verificata neppure lungo la linea di separazione tra le zone I e II. In questo caso la 2.4 assumerà una forma del tipo

$$\bar{\sigma} = \sigma^* + \gamma_c r \chi(\theta)$$

Se consideriamo inoltre il vertice della zona di transizione osserviamo che in un punto infinitamente vicino ad esso lungo la retta di separazione tra le zone I e II ed in un punto lungo il piano di fondazione debbono coesistere contemporaneamente lo stato di equilibrio limite superiore e quello inferiore. Questa incongruenza non compariva nel caso di fondazioni superficiali. (Paragrafo 2), in quanto in questo punto lo stato di sforzo era identicamente nullo. Nel caso di fondazioni non superficiali questo punto risulta invece un punto di discontinuità dello stato di sforzo e nulla può essere detto per illustrare le condizioni che vi si realizzano, almeno se si affronta il problema puramente dal punto di vista statico.

Per superare la difficoltà, in accordo con quanto proposto da Terzaghi ed altri Autori, si tiene conto dell'effetto della profondità della fondazione considerando il terreno come un sovraccarico uniformemente distribuito gravante su di un piano parallelo al piano del terreno passante per il vertice della fondazione. In prima approssimazione si può supporre che lo stato di sforzo nel terreno, all'istante della rottura, possa essere ricavato con la sovrapposizione degli effetti; da una parte si determinano gli effetti del solo peso proprio del terreno sotto al piano di fondazione, dall'altra gli effetti del solo sovraccarico.

La prima di queste condizioni è stata studiata nel paragrafo 2, mentre la seconda coincide con quella studiata da PRANDTL per il punzonamento dei materiali, in cui le forze in gioco sono molto grandi rispetto al peso delle masse in movimento. In questa ipotesi Prandtl ha dimostrato che, nella zona di transizione il valore medio delle σ principali è indipendente dal raggio vettore r e dipende dalla sola anomalia con la legge

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 \exp(-2 \Delta \theta \operatorname{tg} \varphi)$$

Le linee di rottura sono costituite da un fascio di rette con centro nel vertice della fondazione e da una famiglia di spirali logaritmiche con centro nel vertice della fondazione.

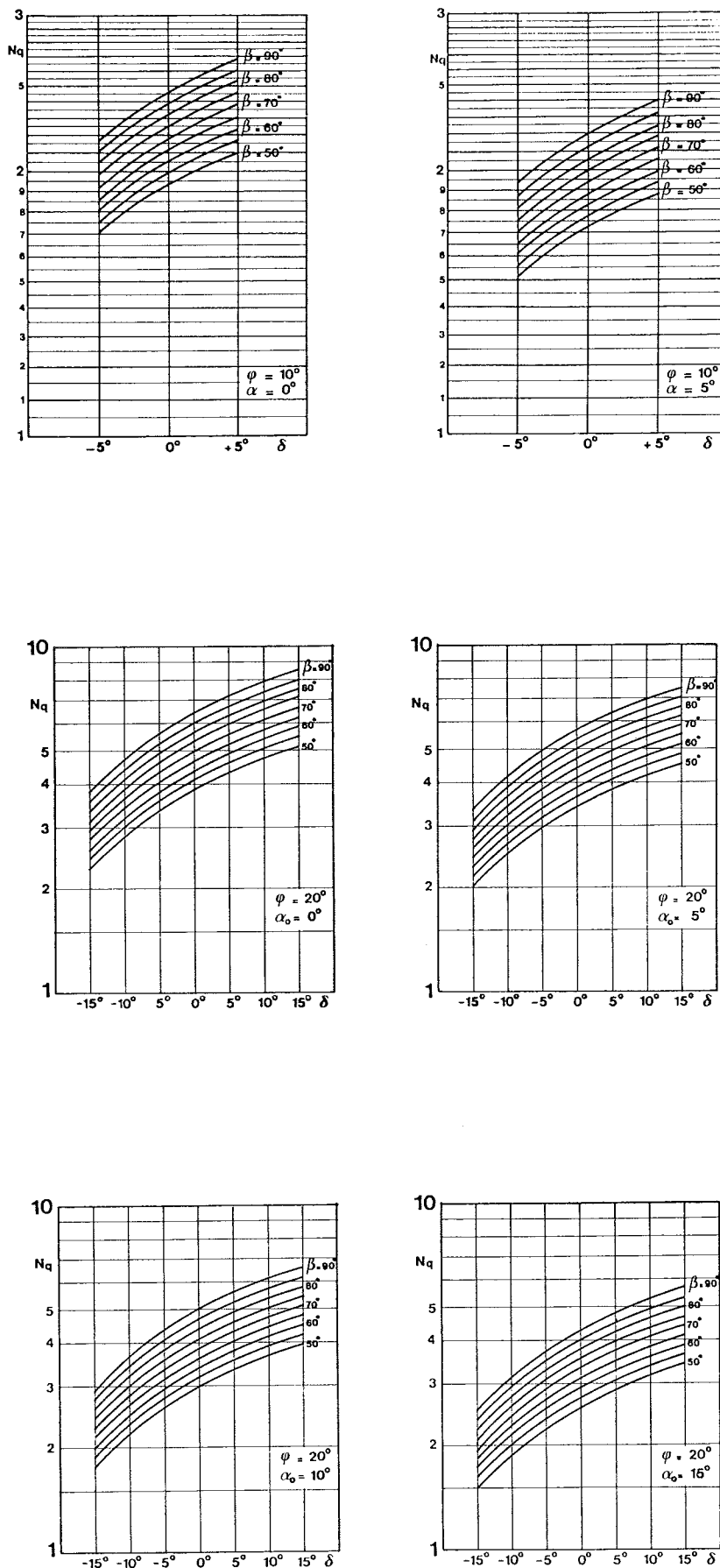


Fig. 7 a

Fig. 7. — Coefficienti di capacità portante N_q in funzione di δ per terreni aventi angolo di attrito $\varphi = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$, per vari valori di β e α_0 .

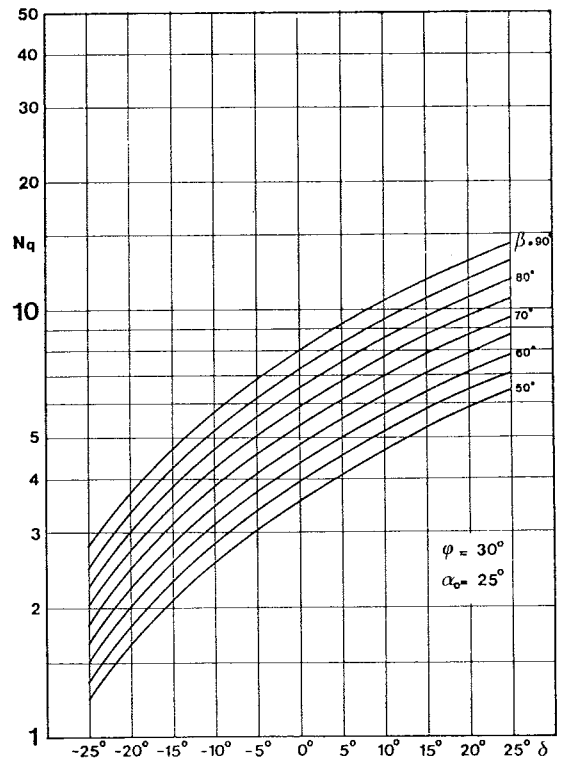
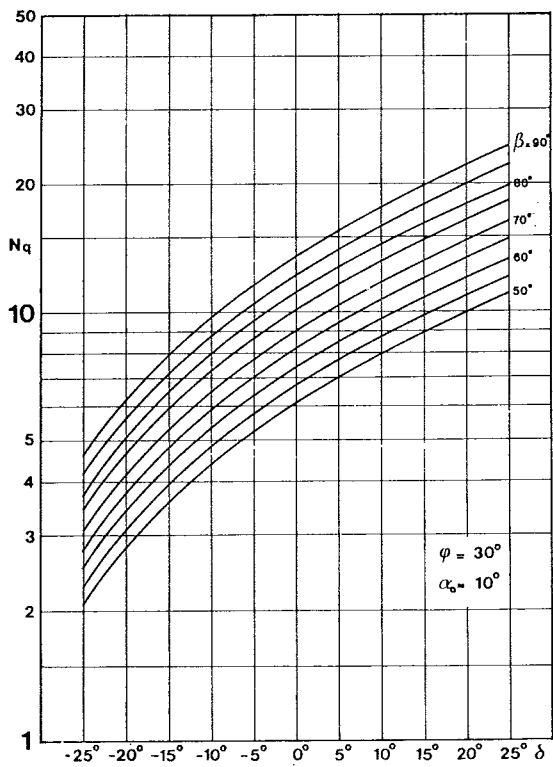
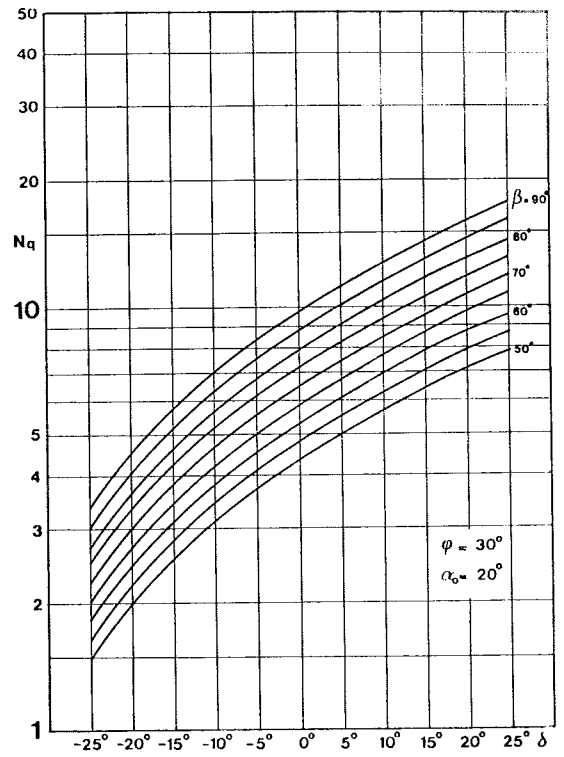
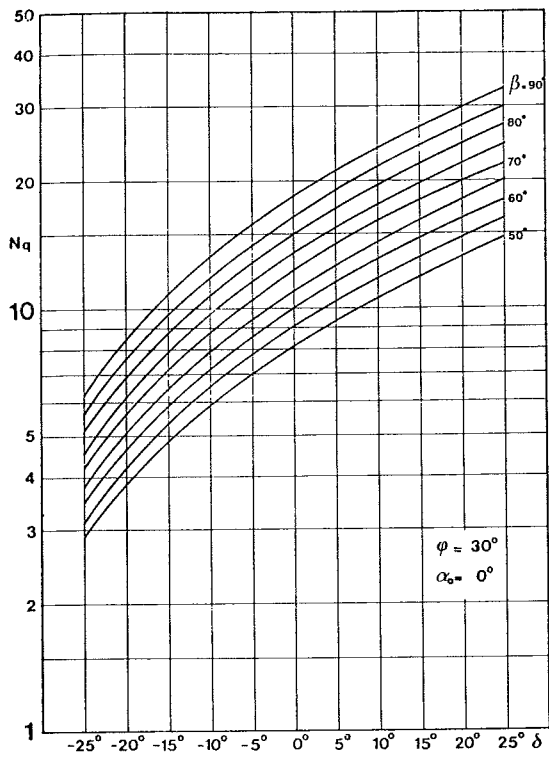


Fig. 7 b

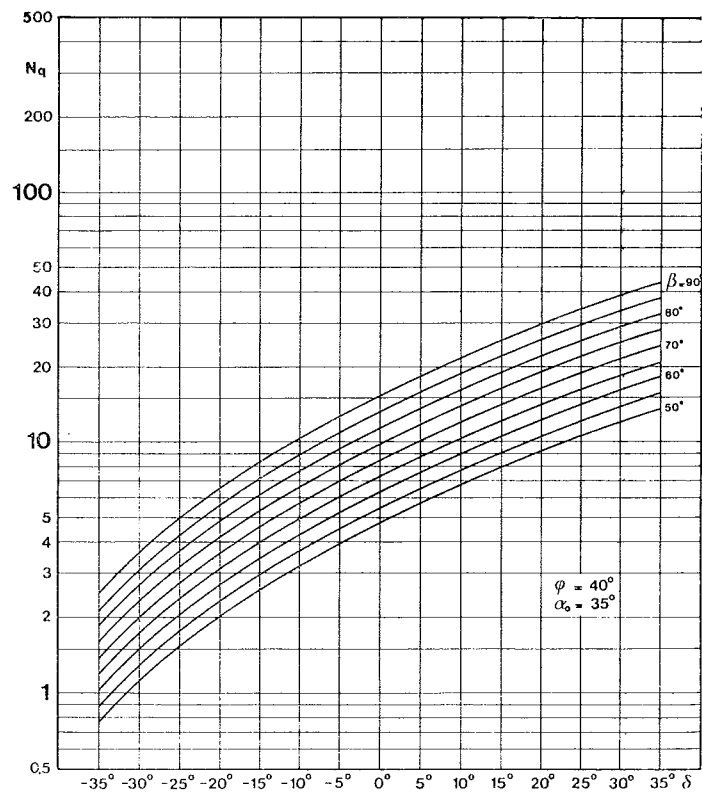
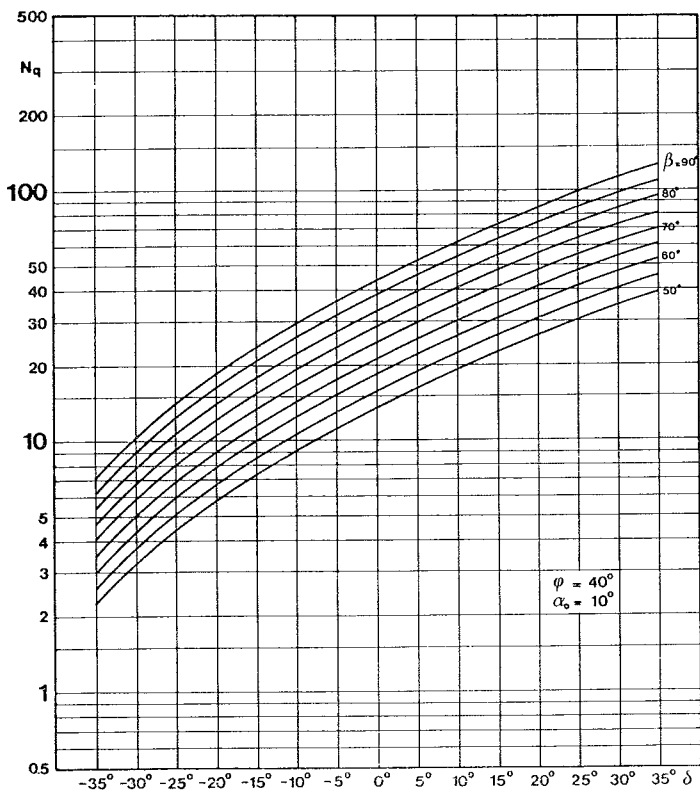
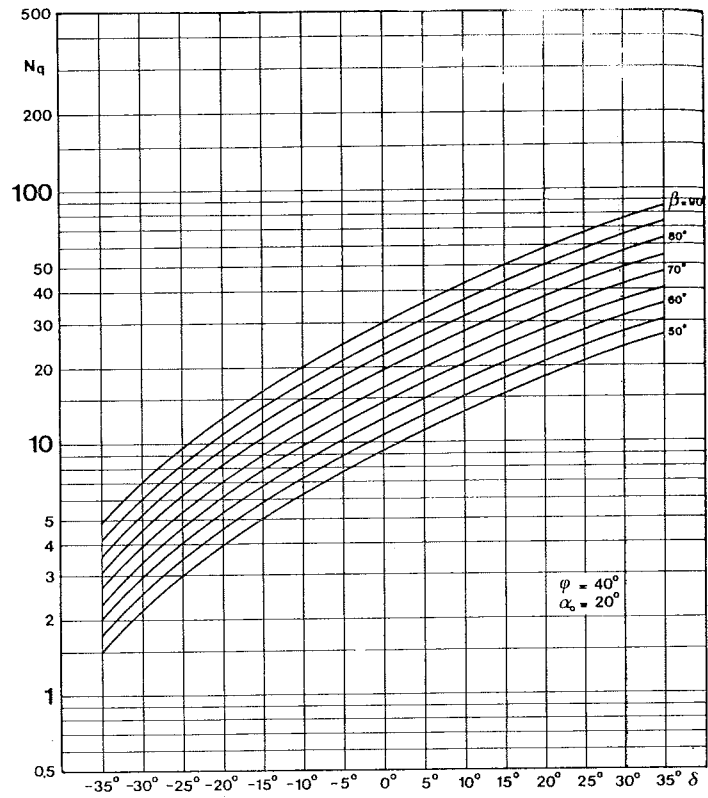
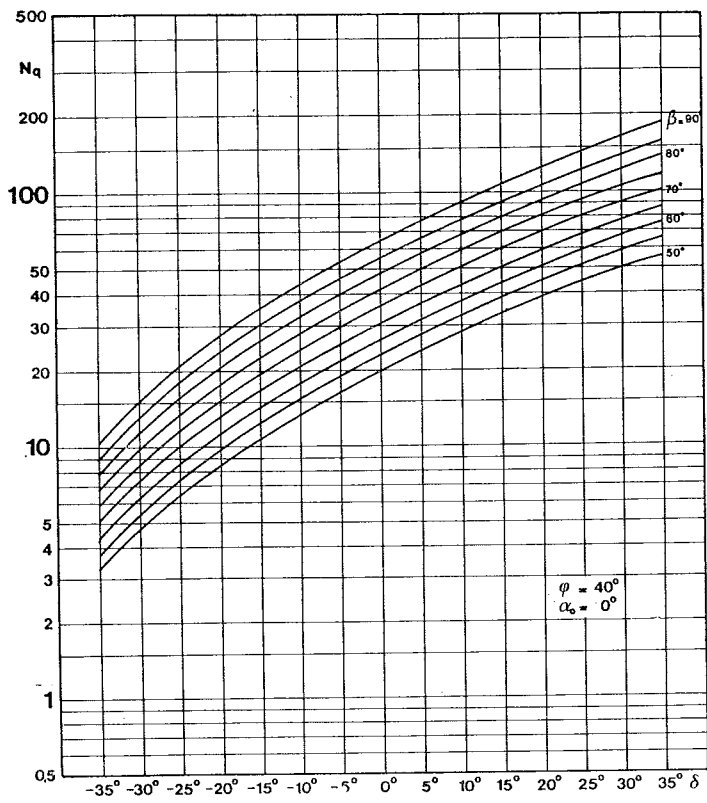


Fig. 7 c

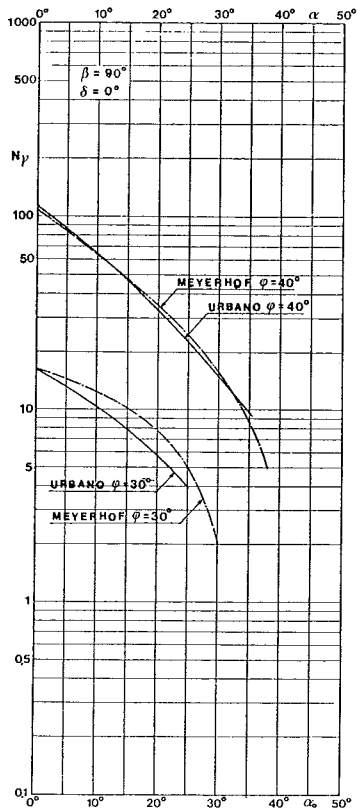


Fig. 8. — Confronto fra i risultati qui ottenuti ed i corrispondenti valori proposti da Meyerhof per fondazioni orizzontali su pendio con carico verticale.

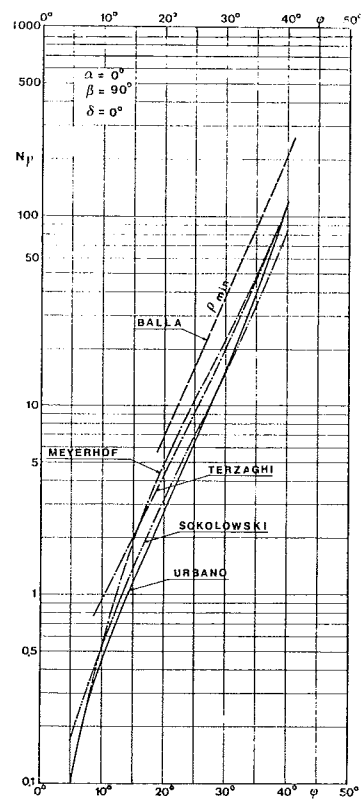


Fig. 9. — Confronto fra i risultati qui ottenuti ed i corrispondenti valori proposti da vari autori per fondazioni orizzontali e carico verticale su terreno orizzontale.

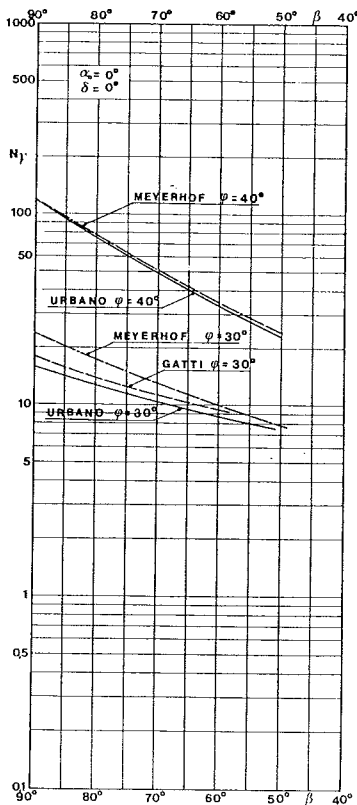


Fig. 10. — Confronto tra i risultati qui ottenuti ed i corrispondenti valori proposti da Meyerhof e Gatti per fondazioni inclinate con carico normale alla fondazione e terreno orizzontale.

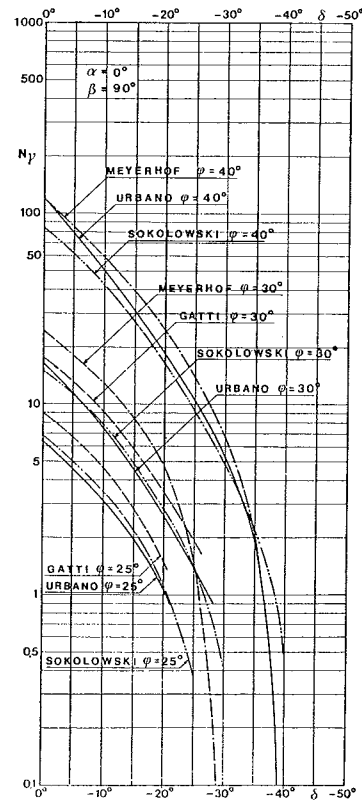


Fig. 11. — Confronto fra i risultati qui ottenuti ed i corrispondenti valori proposti da Meyerhof, Sokolowski e Gatti per fondazioni orizzontali con carico inclinato rispetto al piano di fondazione e terreno orizzontale.

Se indichiamo con $\gamma_t D_t$ il valore del sovraccarico considerato gravante sulla retta, OA_0 , il suo contributo alla capacità portante risulta:

$$c_t = \frac{\cos \delta + \cos \gamma \sin \varphi}{\cos \alpha_0 - \cos A_0 \sin \varphi} \gamma_t D_t \exp((2\beta + \delta + \gamma - \alpha_0 - A_0) \operatorname{tg} \varphi) = \gamma_t D_t N_q$$

dove α_0 , β , A_0 , γ e φ hanno il significato illustrato nel caso precedente. I valori di N_q sono espressi sotto forma di diagramma al variare di δ per vari valori di φ , α_0 , β nella figura 7.

In realtà la presenza del sovraccarico modifica la forma delle linee di rottura, rispetto al caso di assenza del sovraccarico e la distribuzione di sollecitazioni che devono nascere sul piano di fondazione, affinché in ogni punto sia verificato l'equilibrio plastico, non è più di tipo lineare, ma di tipo curvilineo asintotico.

SOKOLOWSKII ha dimostrato come con questa soluzione si ricavano valori di portata a favore della sicurezza.

6. Conclusione

I risultati ottenuti son stati confrontati con quelli proposti da altri Autori [TERZAGHI, MEYERHOF, BALLA, SOKOLOWSKII] (figg. 8-11) per il caso più comune, e cioè con fondazioni con piano orizzontale, carico verticale centrate e superficie del terreno orizzontale; essi risultano in accordo con quelli di Sokolowskii solo per valori piccoli dell'angolo di attrito. Questa differenza non giustificabile dal punto di vista teorico, va probabilmente ricercata nel metodo di calcolo, che essendo di tipo numerico, viene influenzato sia dalla precisione del calcolatore e sia dall'ampiezza degli intervalli di interpretazione usati per la soluzione 2.5. I medesimi si avvicinano a quelli di TERZAGHI e MEYERHOF per valori elevati dell'angolo di attrito; sono in ogni caso sempre notevolmente minori dei valori minimi proposti dal BALLA, valori che, per terreni incoerenti ed angoli di attrito elevati sono in buon accordo con i risultati delle esperienze su modelli di grande scala eseguite da MUHS e MILOVIC [1965].

La discordanza tra i risultati sperimentali e le previsioni teoriche fondate sulla plasticità ideale non sono dovute tanto all'insufficienza degli algoritmi di calcolo, quanto ad una schematizzazione del comportamento del terreno molto lontana dalla realtà. Infatti, nel modello teorico si suppone che lo stato di equilibrio plastico venga raggiunto contemporaneamente in ogni

punto della zona interessata dalla rottura, che la condizione di plasticità sia la stessa in tutti i punti e che fino a quell'istante non avvengano apprezzabili spostamenti del piano di fondazione. Le esperienze del TERZAGHI hanno invece mostrato che, per realizzare completamente le condizioni di spinta passiva sono necessari grandi spostamenti dell'ordine del 35 % della dimensione della superficie spingente per sabbie sciolte, e del 5 % per sabbie compatte. Ne segue che per angoli di attrito bassi (sabbie sciolte), affinché in ogni punto sia realizzata la condizione di plasticità, devono verificarsi scorrimenti notevoli tra i granuli nella zona di taglio radiale.

Queste grandi deformazioni provocano un progressivo assestamento dei granuli del terreno ed un aumento dell'angolo di attrito; ciò comporta un aumento di resistenza che viene trascurato nel modello teorico assunto, ma che allo stato attuale della ricerca teorica e sperimentale non si è in grado di valutare.

Sembra dunque di poter ragionevolmente concludere che i risultati ottenuti possono essere utili per la progettazione di fondazioni inclinate soggette a carichi obliqui anche nei casi di terreno in pendenza, perché certamente in favore di sicurezza in quanto ottenuti come moltiplicatori di collasso staticamente ammissibili di un sistema idealmente rigido plastico.

BIBLIOGRAFIA

- BALLA A. (1962) - *Bearing Capacity of Foundation* - Journal of the Soil Mechanics and Foundation, ASCE, SM5.
- BIAREZ J., BUREL M., WACK B. (1961) - *Contribution a l'etude de la force portante des fondations*. Proc. 5th I.C.S.M.F.E.
- BRINCH-HANSEN J. (1961) - *A General Formula for Bearing Capacity*. Ingenioren International Edition, June, Copenhagen.
- CAQUOT A., KERISEL J. (1956) - *Traité de mécanique de sols*, Gauthier-Villars, Paris.
- DE BEER E. E. (1970) - *Experimental Determination of the Shape Factors and the Bearing Capacity Factors and Sand*, Geotechnique 20 No L. 387-411.
- FEDA J. (1961) - *Research on the Bearing Capacity of loose Soils*. Proc. 5th I.C.S.M.F.E.
- GATTI G. (1964) - *Capacità portante di una fondazione sottoposta a carichi obliqui con diverse inclinazioni della base di appoggio*. Geotecnica n. 7.
- GORBUNOV M. T., PASSADOV (1965) - *Calculations for the Stability of a Sand Bed by a Solution Combining the Theories of Elasticity and Plasticity*. Proc. 6th I.C.S.M.F.E.
- HARR M. E. (1966) - *Foundation of Theoretical Soil Mechanics*. Mc. Graw Hill Book, Company.
- HERTAUX J. (1959) - *Sur certains types de singularités des états limites plans des sols pulvérulents*. Compens Rendus de L'Académie des Sciences, Gauthier-Villars, Paris.

- HILL R. (1960) - *The Mathematical Theory of Plasticity*. Mc. Graw, Hill Book, Company.
- JAMBU N. (1957) - *Earth Pressure and Bearing Capacity Calculations by Generalized Procedure of Slices*. Proc. 4th I.C.S.M.F.E.
- LUNDGREN H. (1953) - *Determination by the Theory of Plasticity of the Bearing Capacity of Continuous Footings on Sand*. Proc. 3th I.C.S.M.F.E.
- MEYERHOF G. G. (1951) - *The Ultimate Bearing Capacity of Foundations*. Geotechnique II 301.
- MEYERHOF (1953) - *The Bearing Capacity of Foundations under Eccentric and Inclined Loads*. Proc. 3th I.C.S.M.F.E.
- MEYERHOF G. G. (1957) - *The Ultimate Bearing Capacity of Foundations of Slopes*. Proc. 4th I.C.S.M.F.E.
- MEYERHOF G. G. (1961) - *The Ultimate Bearing Capacity of Wedge - Shaped Foundations*. Proc. 5th I.C.S.M.F.E.
- MILOVIC D. M. (1965) - *Comparison between the Calculated and Experimental Values of the Ultimate Bearing Capacity*. Proc. 6th I.C.S.M.F.E.
- MINTSKOVSKY M. (1965) - *On the Stability of Strip Foundation Footings*. Proc. 6th I.C.S.M.F.E.
- PRANDTL L. (1920) - *Über die Härte plastischer Körper*. Nachr. Kgl. Ges. Wiss., Göttingen, Math Phys.
- SOBOTKA Z. (1961) - *The Slip lines and Slip surfaces in the Theory of Plasticity and Soil mechanics*. Applied Mechanics Reviews.
- SOKOLOWSKII V. V. (1960) - *Static of Soil Media*. Butterworths Scientific Publication.
- TERZAGHI K. (1943) - *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley and Sons.

SUMMARY

On the bearing capacity of inclined foundations under inclined loads

The paper reports the results of numerical investigations on the bearing capacity of inclined foundations under inclined loads, resting on slopes of cohesionless soils.

A critical review of the calculation methods proposed by many Authors, is first given.

The present analysis assumes plane stress, according to Sokolowskii's method. Soil is treated as a rigid-plastic non dilatant continuum, which behaves according to the Mohr-Coulomb strength relationship.

The equilibrium equations (2.1), the flow rule (2.2) and the boundary conditions give a statically determinate problem. By introducing some assumptions on the stress distribution for shallow footing, the system (2.5) is obtained. The boundary conditions (3.1) and (3.2) are deduced from the analysis of the state of stress along two lines:

- a) the boundary between the maximum stress state zone and the radial shear zone;
- b) the base of the footing.

The system (2.5) is solved by a numerical method; the depth of the footing is taken into account assuming weight less material in radial shear.

The ultimate bearing capacity of the foundations can be put in the form:

$$Q_2 = \frac{1}{2} \gamma_T B^2 N_y + \gamma_T D_f N_q$$

where N_y and N_q are functions of:

φ = Angle of internal friction,

δ = Angle between the loads and the normal to the foundation,

β = Angle between the foundation and the vertical.

α_o = Inclination of slope

The value of N_y and N_q are reported in a series of graphs (fig. 5 and 7). They are compared in fig. 8 ÷ 11 to those obtained by various Authors.