

Analisi della prova di consolidazione a gradiente idraulico controllato*

A. EVANGELISTA **

SOMMARIO: La prova di compressione edometrica a gradiente idraulico controllato ha recentemente conosciuto una notevole diffusione a causa degli indubbi vantaggi che essa presenta, dal punto di vista applicativo, rispetto alla procedura tradizionale ad incrementi discontinui del carico.

Nel presente lavoro, dopo aver brevemente richiamato lo schema della prova, si analizza per via teorica il processo di consolidazione che si verifica durante la prova stessa.

L'analisi è basata sulla teoria lineare di Terzaghi e sulla teoria non lineare di Davis e Raymond.

I risultati ottenuti permettono una interpretazione della prova più accurata di quella finora adottata, e mostrano che in alcuni casi quest'ultima dà luogo ad inesattezze di entità non trascurabile.

1. Premessa

Le prove di consolidazione unidimensionale graduale, quali quelle a velocità di carico costante (CRL), a velocità di deformazione costante (CRS) ovvero a gradiente idraulico controllato (CHG) hanno avuto recentemente una notevole diffusione. Esse infatti consentono di ovviare a molti degli inconvenienti della prova edometrica condotta secondo la procedura convenzionale ad incrementi di carico discontinui.

Fra le prove sopra citate molto interessante dal punto di vista applicativo è la prova CHG, che consente un'agevole automazione dell'esperienza con notevoli vantaggi pratici.

Lo schema di tale prova è stato descritto dettagliatamente da LOWE *et al.* [1969] ⁽¹⁾, e viene qui di seguito brevemente richiamato.

Il provino edometrico (fig. 1), contenuto al solito lateralmente da un anello rigido, è drenante dalla superficie verso un ambiente che può trovarsi in contropressione (back pressure) mentre la base inferiore è in contatto con un apparecchio per la misura della pressione neutra. Il carico viene applicato mediante un dispositivo pneumatico.

* Il presente studio rientra in un programma di ricerche che l'Istituto di Tecnica delle Fondazioni e Costruzioni in Terra (Geotecnica) dell'Università di Napoli svolge con il contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche nell'ambito del Gruppo « Terreni e Strutture » sotto la guida del prof. ing. Arrigo Croce.

** Dr. Ing. Aldo EVANGELISTA, borsista presso l'Istituto di Tecnica delle Fondazioni e Costruzioni in Terra della Facoltà di Ingegneria, Università di Napoli.

⁽¹⁾ Si veda anche la recensione dell'articolo di Lowe dovuta a DOLCIMASCOLO [1970].

La prova viene iniziata applicando al provino, un incremento di carico $\Delta\sigma$; alla base si misura quindi una sovrappressione neutra $u_b = \Delta\sigma$. A carico costante ha quindi inizio un processo di

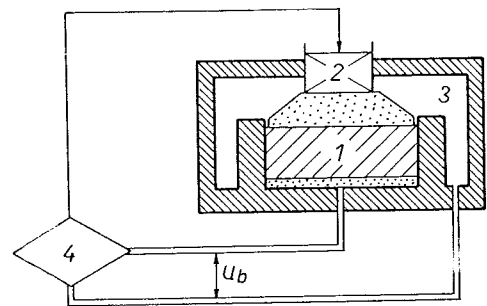


Fig. 1. — Schema della prova di consolidazione a gradiente idraulico controllato.

1. Provino
2. Dispositivo pneumatico per l'applicazione del carico
3. Ambiente in contropressione (back-pressure)
4. Dispositivo di misura della contropressione neutra e di controllo del carico

consolidazione analogo a quello che si verifica in una prova edometrica convenzionale.

Trascorso un certo tempo, la dissipazione della sovrappressione neutra iniziale interessa tutto lo spessore del provino, e quindi la pressione neutra alla base accenna a diminuire; non appena ciò si verifica, il dispositivo 4 di fig. 1 determina un incremento del carico applicato tale da ristabilire il valore di u_b . In altre parole il valore misurato di u_b costituisce il segnale che gradua la velocità di applicazione del carico in modo che la differenza di pressione neutra fra le due facce del provino (pari appunto ad u_b) — e quindi il gradiente idraulico medio — rimanga costante.

LOWE *et al.* interpretano la prova con un'analisi approssimata basata sulla teoria di TERZAGHI. Essi assumono che l'incremento di carico iniziale $\Delta\sigma$ resti costante fino ad un tempo corrispondente ad un valore del fattore tempo:

$$T = \frac{c_v}{h^2} t = 0,08;$$

a questo punto l'isocrona ha un andamento approssimativamente parabolico.

L'analisi di Lowe consiste nel ritenere che tale isocrona si mantenga stazionaria al crescere del carico e cioè che, per $T \geq 0,08$, si abbia:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

Come è noto l'equazione differenziale della teoria della consolidazione unidimensionale in presenza di carichi σ variabili si scrive:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (2)$$

ove l'asse z ha origine al bordo inferiore non drenato ed è orientato verso l'alto. Tenendo conto della (1), la (2) diventa:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = - \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

e, poiché il primo membro è indipendente da t , e σ è indipendente da z , deve aversi:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \text{cost.} = A \quad (3)$$

Si ha quindi

$$\frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{A}{c_v} \cdot z + B$$

Tenendo conto che, per $z = 0$, deve essere $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$, si ricava $B = 0$; si ha allora:

$$u = - \frac{A}{c_v} \cdot \frac{z^2}{2} + C$$

Imponendo che per $z = 0$, $u = u_b$; per $z = h$, $u = 0$ si ottiene:

$$A = \frac{2 c_v}{h^2} u_b; C = u_b \quad (4)$$

$$u = u_b \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \quad (5)$$

e cioè per l'appunto un andamento parabolico. Inoltre, dalla (3) e dalla (4) si ottiene:

$$c_v = \frac{h^2}{2 u_b} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{A h^2}{2 u_b} \quad (6)$$

formula con la quale è possibile la determinazione di c_v misurando il valore di A .

In realtà l'analisi su riportata è solo approssimata, come sarà mostrato nel paragrafo seguente. Inoltre il modello di Terzaghi non può essere considerato soddisfacente, come è provato fra l'altro dal fatto che, applicando la (6) a diversi momenti in una stessa prova si ottengono diversi valori di c_v [v. ad esempio LOWE *et al.*, JAMIOLKOWSKI e MARCHETTI, 1971]. Una interpretazione più soddisfacente del fenomeno può essere ottenuta sulla base del modello di DAVIS e RAYMOND [1965] che, pur conservando l'ipotesi di $c_v = \text{cost.}$, introduce una dipendenza lineare delle deformazioni non dalla pressione effettiva, ma dal suo logaritmo. L'analisi della prova in tali ipotesi verrà sviluppata nel paragrafo 3 della presente nota.

2. Analisi basata sulla teoria di Terzaghi

Nella fase iniziale della prova, come si è detto, la consolidazione avviene sotto carico costante finché la sovrappressione neutra alla base non accenna a diminuire; in tale fase possiamo quindi utilizzare la ben nota soluzione di TERZAGHI-FRÖHLICH [1936].

L'espressione della sovrappressione neutra u indotta da un incremento di carico $\Delta\sigma$ applicato al tempo $T = 0$ è la seguente:

$$\begin{aligned} \frac{u}{\Delta\sigma} &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{M} \cos MZ \exp(-M^2 T) \\ &= \varphi(Z, T) \end{aligned} \quad (7)$$

nella quale sono state impiegate le consuete variabili adimensionali $Z = z/h$; $T = c_v t/h^2$. L'asse z è assunto con origine al bordo inferiore non drenato ed orientato verso l'alto; si è posto

$$M = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$$

La (7) mal si presta ad una valutazione accurata dei valori numerici di u per $T \leq 0,1$, in quanto per tali valori del fattore tempo la serie a secondo membro converge molto lentamente. In questo campo di valori di T risulta più conveniente adottare l'espressione seguente, che equivale alla (7) [CARSLAW, JAEGER, 1959]:

$$\frac{u}{\Delta \sigma} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[\operatorname{erfc} \frac{(2n+1) - Z}{2\sqrt{T}} + \operatorname{erfc} \frac{(2n+1) + Z}{2\sqrt{T}} \right] = \varphi(Z, T) \quad (8)$$

in cui l'espressione $\operatorname{erfc}(x)$ indica il completamento ad uno della funzione di Gauss:

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$$

La (8), tabellata per $z = 0$, dà luogo ai valori riportati in tab. I.

TABELLA I
Valori della sovrappressione neutra alla base u_b per $\Delta \sigma = \text{cost.}$

| T | $u_b/\Delta \sigma$ | T | $u_b/\Delta \sigma$ | T | $u_b/\Delta \sigma$ |
|------|---------------------|------|---------------------|------|---------------------|
| 0,02 | 0,999999 | 0,08 | 0,975161 | 0,18 | 0,808840 |
| 0,03 | 0,999910 | 0,09 | 0,963155 | 0,20 | 0,772312 |
| 0,04 | 0,999186 | 0,10 | 0,949305 | 0,25 | 0,685446 |
| 0,05 | 0,996869 | 0,12 | 0,917546 | 0,30 | 0,606804 |
| 0,06 | 0,992215 | 0,14 | 0,882437 | 0,40 | 0,474488 |
| 0,07 | 0,984947 | 0,16 | 0,845800 | 0,50 | 0,327748 |

La Tabella I mette in evidenza che la sovrappressione neutra alla base inizia a diminuire a partire da valori del fattore di tempo T molto

minori di quelli ($T = 0,06 \div 0,08$) cui usualmente si fa riferimento sulla base delle tabellazioni pubblicate nella letteratura tecnica. Allo scopo di individuare con maggior precisione il tempo in corrispondenza del quale u_b comincia a diminuire, sono stati calcolati i valori della derivata $\partial u/\partial z$ nella parte inferiore del provino per valori molto piccoli di T ; i risultati ottenuti sono riportati in tabella II.

La tabella II mostra che la sovrappressione neutra alla base può essere ritenuta costante, con approssimazione molto spinta, fino ad un valore $T^* = 0,025$ del fattore di tempo. Per tale valore di T la figura 2 mostra che l'isocrona della u calcolata in base alla (8) differisce sensibilmente dalla parabola ipotizzata da LOWE *et al.*

D'altro canto l'analisi svolta nel par. 1 mostra che, una volta raggiunte le condizioni di sovrappressione neutra stazionaria, la distribuzione del-

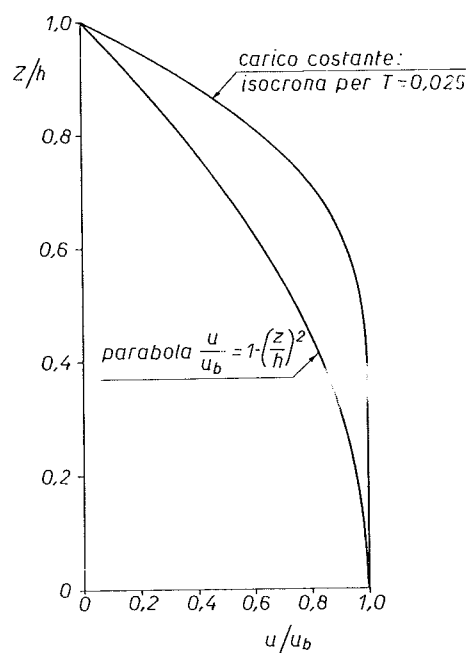


Fig. 2. — Isocrona per $T = T^* = 0,025$ paragonata alla parabola di LOWE *et al.* [1969].

TABELLA II

| | | $\partial u/\partial z$ | | | | | | | | |
|------|-----|-------------------------|-------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| z | 1 | 0,005 | 0,010 | 0,015 | 0,020 | 0,030 | 0,030 | 0,035 | 0,040 | 0,045 |
| 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,05 | | 0 | 0 | 0 | 0 | $0,22 \times 10^{-15}$ | $0,48 \times 10^{-13}$ | $0,40 \times 10^{-11}$ | $0,11 \times 10^{-9}$ | $0,14 \times 10^{-8}$ |
| 0,1 | | 0 | 0 | 0 | 0 | $0,67 \times 10^{-15}$ | $0,25 \times 10^{-12}$ | $0,17 \times 10^{-10}$ | $0,40 \times 10^{-9}$ | $0,45 \times 10^{-8}$ |
| 0,2 | | 0 | 0 | 0 | 0 | $0,27 \times 10^{-13}$ | $0,54 \times 10^{-11}$ | $0,24 \times 10^{-9}$ | $0,40 \times 10^{-8}$ | $0,36 \times 10^{-7}$ |
| 0,5 | | 0 | 0 | $0,22 \times 10^{-13}$ | $0,22 \times 10^{-11}$ | $0,54 \times 10^{-9}$ | $0,21 \times 10^{-7}$ | $0,28 \times 10^{-6}$ | $0,20 \times 10^{-5}$ | $0,88 \times 10^{-5}$ |

le sovrappressioni neutre lungo lo spessore del provino deve essere parabolica ed il carico applicato deve crescere con legge lineare. Vi è però una fase transitoria, che ha inizio per $T = T^*$, nel corso della quale la distribuzione delle sovrappressioni neutre passa dalla curva di fig. 2 alla parabola e contemporaneamente il gradiente del carico applicato passa da zero al valore finale costante.

Si è ritenuto utile analizzare in dettaglio tale fase, onde rendersi conto degli errori che comporta l'approssimazione di LOWE *et al.*; si è fatto ricorso a tal fine ad una soluzione numerica.

Ricorrendo, per $T > T^*$, alla tecnica dell'integrazione per sovrapposizione [HILDEBRAND, 1962] può scriversi:

$$\sigma'(Z, T) = u_b [1 - \varphi(Z, T)] + \int_{T^*}^T \frac{d\sigma}{d\tau} [1 - \varphi(Z, T - \tau)] d\tau \quad (9)$$

in cui con σ' si indica l'incremento di pressione effettiva e con σ l'incremento di pressione totale (coincidente con la effettiva) alla superficie superiore del provino ($Z = 1$). Nella 9 il primo termine del secondo membro rappresenta il contributo dovuto al carico costante $\Delta\sigma = u_b$, agente dall'origine dei tempi fino a T^* ; il secondo termine rappresenta il contributo del carico crescente σ ; la funzione $\varphi(Z, T)$ è data dalla (8).

Imponendo la condizione caratteristica della prova CHG:

$$\sigma(T) - \sigma'(0, T) = u_b = \text{cost.}$$

e ricordando la (9) si ottiene:

$$u_b = u_b [\varphi(0, T) - \varphi(1, T)] + \int_{T^*}^T \frac{d\sigma}{d\tau} [\varphi(0, T - \tau) - \varphi(1, T - \tau)] d\tau \quad (10)$$

Essendo, per qualsiasi valore di T , $\varphi(1, T) = 0$, la (10) diventa:

$$u_b = u_b \varphi(0, T) + \int_{T^*}^T \frac{d\sigma}{d\tau} \varphi(0, T - \tau) d\tau \quad (11)$$

ovvero, in termini finiti (fig. 3):

$$u_b = u_b \varphi(0, T_k) + \sum_{i=2}^k (\sigma_i - \sigma_{i-1}) \varphi\left(0, T_k - \frac{T_i + T_{i-1}}{2}\right) \quad (12)$$

essendo:

$$T_n = T^* + (n - 1) \Delta T.$$

Scegliendo l'intervallo ΔT sufficientemente piccolo perché sia:

$$\frac{T_k - T_{k-1}}{2} = \frac{\Delta T}{2} < T^*$$

si avrà:

$$\varphi\left(0, \frac{\Delta T}{2}\right) = 1 \quad (13)$$

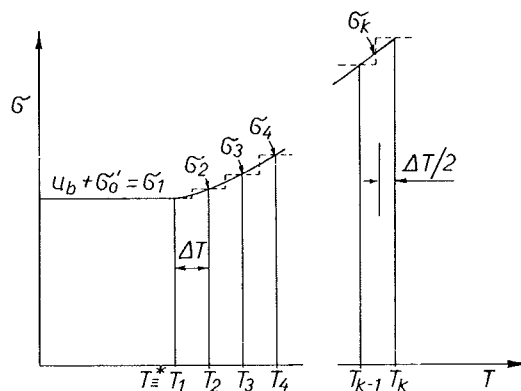


Fig. 3

La (12) può scriversi:

$$u_b [1 - \varphi(0, T_k)] = \sum_{i=2}^{k-1} (\sigma_i - \sigma_{i-1}) \varphi\left(0, T_k - \frac{T_i + T_{i-1}}{2}\right) = (\sigma_k - \sigma_{k-1}) \varphi\left(0, \frac{\Delta T}{2}\right) \quad (14)$$

La (14), tenendo conto della (13), permette per successive applicazioni il calcolo dei valori incogniti σ_k .

I calcoli, svolti con l'ausilio di un elaboratore elettronico e ponendo $\Delta T = 0,01 \ll 0,05 = 2 T^*$, hanno condotto ai risultati sintetizzati nella fig. 4.

Questa mostra che la fase transitoria della prova può considerarsi esaurita per $T = 0,2$; al di là di tale valore l'incremento di carico necessario a mantenere $u_b = \text{cost.}$ cresce con la legge lineare

$$\sigma = (0,833 + 2 T) u_b$$

L'andamento delle sovrappressioni neutre lungo lo spessore del provino tende alla parabola espressa dall'eq. (5) per cui il valor medio \bar{u} di u tende al valore costante

$$\bar{u} = \frac{2}{3} u_b$$

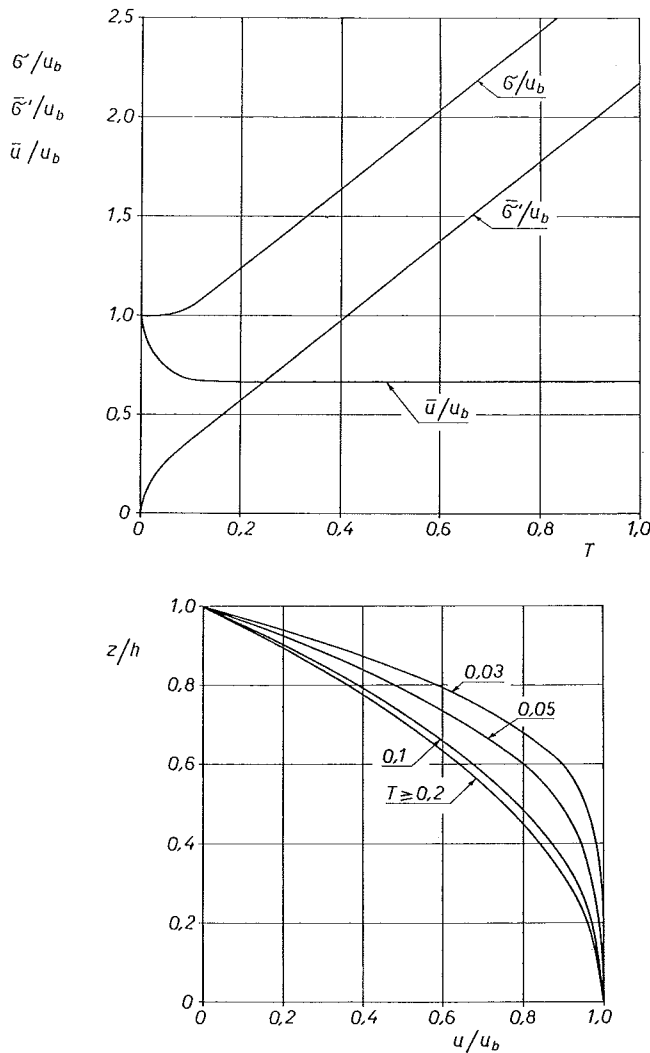


Fig. 4. — Risultati dei calcoli numerici; mezzo lineare

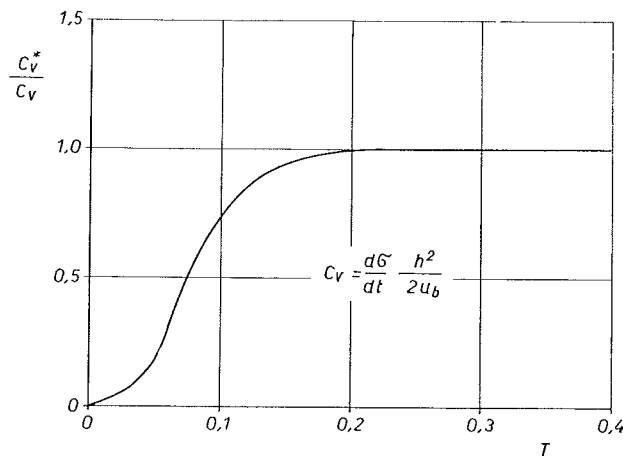


Fig. 5. — c_v^*/c_v mezzo lineare.

Il calcolo del coefficiente di consolidazione c_v può essere svolto con l'espressione (6) solo per $T \geq 0,2$.

Per valori di T compresi fra 0,025 e 0,2 l'impiego di tale espressione conduce a calcolare un valore c_v errato per difetto come mostra la fig. 5.

3. Analisi basata sulla teoria di Davis e Raymond

DAVIS e RAYMOND [1965] hanno sviluppato la equazione della consolidazione unidimensionale nell'ipotesi che la relazione fra indice dei pori e pressione effettiva sia: ⁽²⁾

$$e = e_0 - C_e \log \frac{\sigma'}{\sigma'_0} \quad (15)$$

ove C_e è una costante cui si dà il nome di indice di compressibilità. Come è noto, l'esperienza mostra che la (15) approssima molto bene i risultati sperimentali per le argille normalmente consolidate.

Se si ammette che il termine $(1 + e)$ possa essere considerato costante al variare di σ' (ipotesi di piccolezza degli spostamenti) la (15) può scriversi:

$$\varepsilon = C_\varepsilon \ln (\sigma'/\sigma'_0) \quad (16)$$

in cui

$$C_\varepsilon = \frac{C_e}{1 + e} \frac{1}{\ln 10} \quad (17)$$

Il modulo di compressione edometrica

$$E_{ed} = \frac{d \sigma'}{d \varepsilon}$$

risulta linearmente variabile con σ'

$$E_{ed} = \frac{d \sigma'}{d \varepsilon} = \frac{\sigma'}{C_\varepsilon}$$

e, poiché DAVIS e RAYMOND assumono $c_v = \text{cost}$, il coefficiente di permeabilità k risulta inversamente proporzionale a σ' .

Per l'analisi della prova CHG converrà basarsi sulla equazione della teoria della consolidazione espressa in termini di deformazioni unitarie, e cioè [JANBU, 1965; MIKASA, 1965; VIGGIANI, 1972]:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \quad (18)$$

La (18), come è noto, è valida nell'ipotesi di $c_v = \text{cost}$ per qualsiasi legge tensioni-deformazioni, e quindi anche per la (16).

La soluzione della (18) per la condizione iniziale della prova CHG, e cioè di carico applicato al tempo $T = 0$ e mantenuto costante, è stata ottenuta da DAVIS e RAYMOND [1965]. Supponendo

⁽²⁾ In questo paragrafo con i simboli σ' e σ si indicano rispettivamente la pressione effettiva e totale e non i loro incrementi. La pressione neutra iniziale è assunta nulla.

che la prova abbia inizio a partire da una pressione di consolidazione σ'_0 , che porti il campione sulla curva vergine, essa si scrive:

$$\varepsilon(Z, T) = \varepsilon_1^* [1 - \varphi(Z, T)] \quad (19)$$

in cui $\varphi(Z, T)$ è dato dalla (8) ed ε_1^* indica il valore finale di ε che, con il modello assunto, vale

$$\varepsilon_1^* = C_\varepsilon \ln \left(\frac{\sigma'_t}{\sigma'_0} \right) \quad (20)$$

in cui, nel caso in esame, il valore finale σ'_t è pari a $u_b + \sigma'_0$. Si noti che il valore finale ε^* coincide con il valore che ε assume istantaneamente alla superficie superiore del provino.

La soluzione (19) è valida, anche in questo caso, fra l'origine dei tempi ed il tempo T^* a partire dal quale la sovrappressione neutra alla base tende a diminuire. DAVIS e RAYMOND hanno mostrato che T^* dipende dal rapporto σ'_t/σ'_0 ed è sempre maggiore del valore di T^* relativo al modello di Terzaghi, con il quale coincide per $\sigma'_t/\sigma'_0 = 1$. Procedendo in maniera analoga a quella seguita nel par. 2 per il modello di Terzaghi, può porsi:

$$\varepsilon(Z, T) = \varepsilon_1^* [1 - \varphi(Z, T)] + \int_{T^*}^T \frac{d\varepsilon^*}{d\tau} [1 - \varphi(Z, T - \tau)] d\tau$$

ovvero, in termini finiti:

$$\varepsilon(Z, T_k) = \varepsilon_1^* [1 - \varphi(Z, T_k)] + \sum_{i=2}^k (\varepsilon_i^* - \varepsilon_{i-1}^*) \left[1 - \varphi \left(Z, T_k - \frac{T_i + T_{i-1}}{2} \right) \right] \quad (21)$$

essendo:

$$T_n = T^* + (n - 1) \Delta T$$

Scegliendo l'intervallo ΔT sufficientemente piccolo in modo che sia:

$$\frac{T_k - T_{k-1}}{2} = \frac{\Delta T}{2} < T^*$$

si avrà:

$$\varphi \left(0, \frac{\Delta T}{2} \right) = 1$$

e quindi:

$$\varepsilon(0, T_k) = \varepsilon_1^* [1 - \varphi(0, T_k)] + \sum_{i=2}^{k-1} (\varepsilon_i^* - \varepsilon_{i-1}^*) \left[1 - \varphi \left(0, T_k - \frac{T_i + T_{i-1}}{2} \right) \right] \quad (22)$$

La condizione caratteristica della prova CHG, e cioè $u_b = \text{cost}$, deve ora essere espressa in termini di ε . Essa può scriversi:

$$\sigma'(1, T) - \sigma'(0, T) = u_b = \text{cost} \quad (23)$$

Essendo, per il modello prescelto:

$$\sigma' = \sigma'_0 \exp \left(\frac{\varepsilon}{C_\varepsilon} \right) \quad (24)$$

la (23) diventa:

$$\frac{u_b}{\sigma'_0} = \exp \left[\frac{\varepsilon(1, T)}{C_\varepsilon} \right] - \exp \left[\frac{\varepsilon(0, T)}{C_\varepsilon} \right] \quad (25)$$

Dalla (22) e dalla (25) si ricava:

$$\frac{\varepsilon_k^*}{C_\varepsilon} = \ln \left\{ \frac{u_b}{\sigma'_0} + \exp \left[\frac{\varepsilon(0, T_k)}{C_\varepsilon} \right] \right\} \quad (26)$$

La (26) permette di calcolare gli incogniti coefficienti ε_i^* della (21), e quindi di risolvere numericamente il problema.

Una volta nota la funzione $\varepsilon(Z, T)$ la (24) permette di calcolare i valori di $\sigma'(Z, T)$; la sovrappressione neutra può allora essere ottenuta come differenza:

$$u(Z, T) = \sigma - \sigma'(Z, T)$$

La (21) è stata risolta con l'ausilio di un elaboratore elettronico assumendo $\Delta T = 0,01$. Come era da attendersi, la soluzione risulta funzione del rapporto u_b/σ'_0 .

In fig. 6 sono riportati gli andamenti dell'incremento di pressione $\sigma - \sigma'_0$ che viene applicato al provino per mantenere $u_b = \text{cost}$. per vari valori del rapporto u_b/σ'_0 .

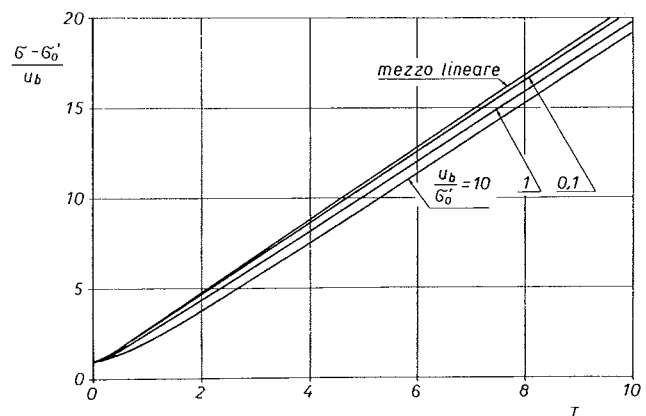


Fig. 6. — Mezzo non lineare; andamento nel tempo del carico σ che è necessario applicare onde mantenere $u_b = \text{cost}$.

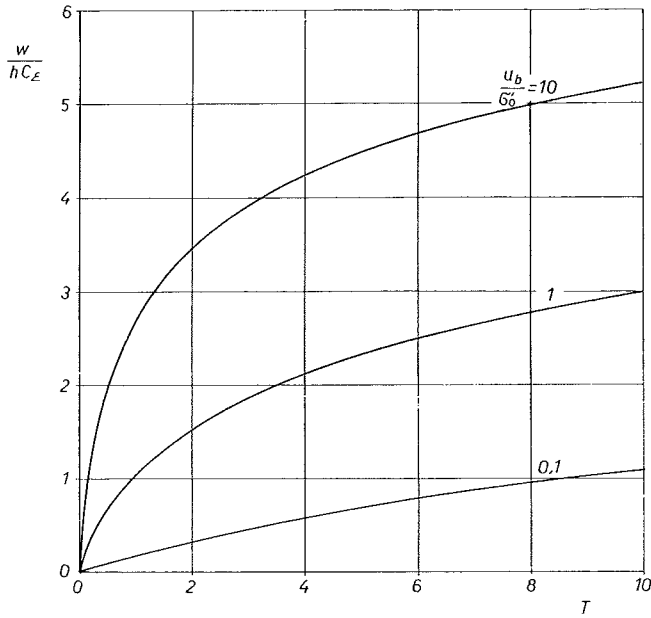


Fig. 7. — Mezzo non lineare; cedimento w

L'andamento risulta molto prossimo a quello già trovato per il mezzo lineare di Terzaghi, al quale tende per u_b/σ'_0 tendente a zero.

In fig. 7 sono riportati, in forma adimensionale ed in funzione di T , i cedimenti w del provino per diversi valori del rapporto u_b/σ'_0 ; anche da tale figura risulta che per i più ridotti valori di tale rapporto il comportamento del mezzo non lineare è molto prossimo a quello del mezzo lineare di Terzaghi.

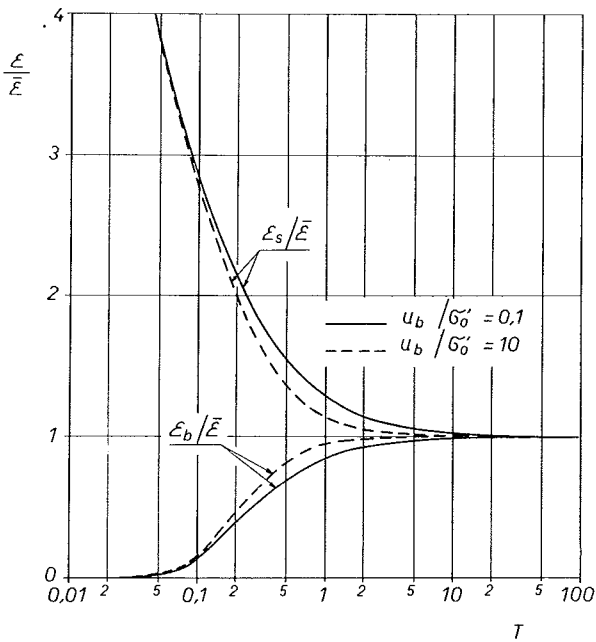


Fig. 8. — Mezzo non lineare; deformazioni unitarie alla base ε_b ed alla superficie superiore ε_s , rapportate alla deformazione unitaria media $\bar{\varepsilon}$

Di ciò può essere fornita una semplice spiegazione. Dalla fig. 6 si deduce che

$$\frac{\sigma - \sigma'_0}{u_b} = f(T, u_b/\sigma'_0)$$

e che in prima approssimazione

$$\frac{\sigma - \sigma'_0}{u_b} = f(T)$$

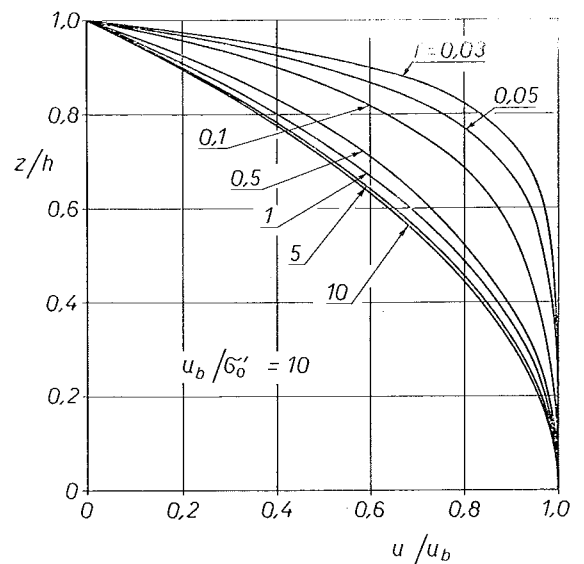
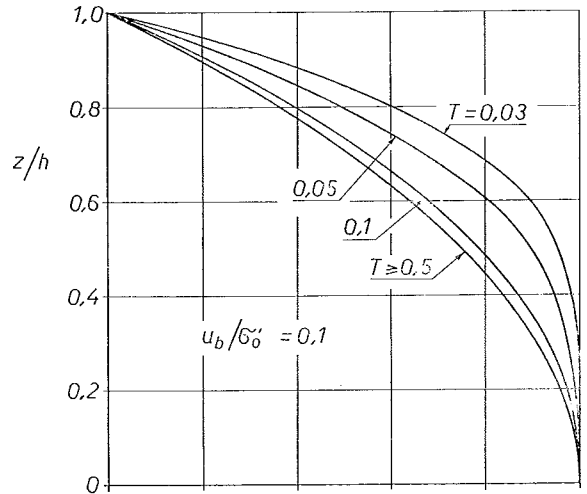


Fig. 9. — Mezzo non lineare; isocrone della sovrappressione neutra.

Per un certo valore di T si ha:

$$\frac{\sigma - \sigma'_0}{\sigma'_0} = \frac{u_b}{\sigma'_0} f(T)$$

formula che mostra come, al diminuire di u_b/σ'_0 , diminuisca l'incremento percentuale di pressione applicato al provino in un certo tempo. Come è noto, per modesti incrementi percentuali di pressione il mezzo non lineare di Davis e Raymond ha un comportamento molto prossimo a quello del mezzo lineare di Terzaghi.

Allo scopo di valutare l'omogeneità dello stato di deformazione del provino, in fig. 8 i valori delle deformazioni unitarie massime ε_s e minima ε_m , che si verificano rispettivamente alla superficie superiore ($Z = 1$) ed alla base del provino ($Z = 0$), sono rapportati al valor medio $\bar{\varepsilon}$. Appare evidente che per $T \geq 1$ lo stato di deformazione del provino risulta molto omogeneo, ed in questo risiede uno degli aspetti più positivi della tecnica di prova CHG.

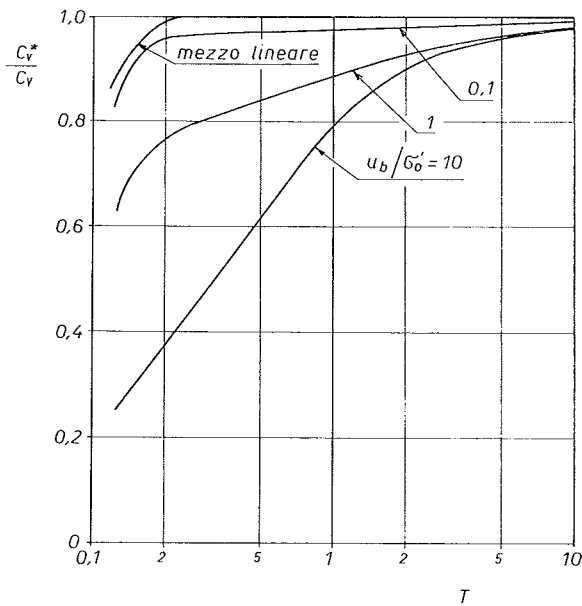


Fig. 10. — Mezzo non lineare: c_v^*/c_v .

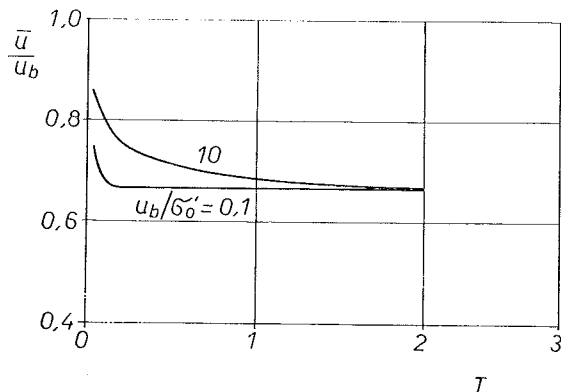


Fig. 11. — Mezzo non lineare: \bar{u}/u_b .

In fig. 9 sono riportate le isocrone della sovrappressione neutra per u_b/σ'_0 pari a 0,1 ed a 10. Si osserva che la u tende ad un regime stazionario, nel quale si verifica la distribuzione parabolica lungo lo spessore del provino ipotizzata da LOWE *et al* (*loc. cit.*).

Tale regime stazionario viene raggiunto in corrispondenza di valori di T maggiori di quello ($T \approx 0,2$) che competeva al mezzo lineare, e crescenti con u_b/σ'_0 .

Per tale motivo l'impiego dell'eq. (6) per il calcolo di c_v conduce a calcolare un valore di c_v^* errato per difetto come mostra la fig. 10.

Per quanto riguarda il valor medio della sovrappressione neutra \bar{u} , anche in questo caso esso tende al valore costante:

$$\bar{u} = \frac{2}{3} u_b$$

con la legge riportata, per vari valori di u_b/σ'_0 , in fig. 11.

BIBLIOGRAFIA

- CARSLAW H. S., JAEGER J. C. (1959) - *Conduction of heat in solids*. 2nd edition, Clarendon Press, Oxford.
- DAVIS E. H., RAYMOND G. P. (1965) - *A non-linear theory of consolidation*. Geotechnique, vol. XV, pp. 161-173.
- DOLCIMASCOLO F. (1970) - Recensione dell'articolo: LOWE J., JONAS E., OBRICIAN V. [1969] - *Controlled gradient consolidation test*. Rivista Italiana di Geotecnica, vol. II, n. 4.
- HILDEBRAND F. B. (1962) - *Advanced calculus for applications*. Prentice-Hall Inc., New Jersey.
- JAMIOLKOWSKI M., MARCHETTI S. (1971) - *Alcuni risultati sperimentali ottenuti mediante un apparecchio di consolidazione edometrica a gradiente controllato*. Rivista Italiana di Geotecnica, vol. V, n. 4.
- JANBU N. (1965) - *Consolidation of clay layers based on non-linear stress-strain*. Proc. VI Int. Cong. Soil Mech. Found. Eng., Montreal, vol. 2, pagg. 83-87.
- LOWE J., JONAS E., OBRICIAN V. (1969) - *Controlled gradient consolidation test*. Journal of the Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, vol. 95, SM 1.
- MIRASA M. (1965) - *The consolidation of soft clay*. Civil Engineering in Japan, Japan Society of Civil Engineers, pp. 21-26.
- TERZAGHI K., FRÖHLICH C. K. (1936) - *Theorie der Setzung von Tonochichten: eine Einführung in die analytische Tonmechanik*. Deuticke, Leipzig.
- VIGGIANI C. (1972) - *Contributo allo studio della consolidazione unidimensionale delle argille*. Rivista Italiana di Geotecnica, vol. VI, n. 4.

SUMMARY

An analysis of Controlled Hydraulic Gradient consolidation test

The CHG (Controlled Hydraulic Gradient) consolidation test [Lowe et al., 1969] overcomes some of the shortcomings of the conventional step loading procedure of consolidation testing; furthermore it allows an easy automation of the test. For these reasons it is increasingly used in applied soil mechanics investigations.

In the present paper the analysis of Lowe et al. for the interpretation of the test is shown to be not rigorous. The test is then analyzed on the basis of Terzaghi's

linear consolidation theory and of Davis and Raymond's non linear theory. In both cases the solution is obtained numerically by means of the superposition integral.

Results based on Terzaghi's theory are summarized in fig. 4; fig. 5 shows the differences between the values of c_v deduced by the proposed analysis and those c_v^* coming from Lowe et al. analysis.

Results based on Davis and Raymond's theory are shown in figs. 6 to 11. The variance from Lowe et al. analysis as shown by fig. 10 and depends on the ratio between pore pressure difference across the sample u_b and initial consolidation pressure σ'_o .