

Sull'identificazione numerica di alcuni parametri geotecnici

G. GIODA *

SOMMARIO: Si presenta una procedura numerica che consente di definire i valori di alcuni dei parametri meccanici necessari per l'analisi dei problemi geotecnici. Tale procedura è applicabile quando si conoscano i risultati di una serie di misure (spostamenti, pressioni neutre, ecc.) effettuate in sito assoggettando il mezzo geotecnico a stati di sforzo e deformazione simili a quelli relativi al problema da analizzarsi. Essa si basa sull'uso di un programma ad elementi finiti e di una tecnica numerica in grado di correggere i valori dei parametri forniti al programma sino a che i risultati numerici approssimano quelli sperimentali con la voluta accuratezza. Viene descritta l'applicazione della procedura ad un semplice problema riguardante la consolidazione di un deposito di argilla.

1. Introduzione

Una delle maggiori difficoltà che si incontrano nell'affrontare la soluzione analitica di un problema geotecnico consiste nella definizione dei valori dei parametri caratterizzanti il comportamento del terreno da introdursi nel calcolo.

In molti casi pratici (specialmente per quanto riguarda i terreni coesivi) tali valori sono definiti sulla base dei risultati di « semplici » prove di laboratorio e, al più, di considerazioni legate all'esperienza ed al « giudizio ingegneristico » del progettista .

Tale procedura comporta l'assunzione implicita di un certo numero di ipotesi che non sempre sono verificabili nella realtà. Tra queste si possono elencare le seguenti:

a) si assume che il disturbo causato dalle operazioni di campionamento e di preparazione dei provini non influisca in modo determinante sui risultati delle prove di laboratorio;

b) si assume che i parametri definiti per mezzo di prove che per lo più si svolgono in condizioni mono o bi-assiali possano essere adottati in calcoli relativi a situazioni reali in cui il terreno sottoposto a prove in laboratorio è estreme deformazione tridimensionali;

c) sebbene l'anisotropia del terreno in molti casi non sia direttamente investigata, si assume che i parametri derivati dalle prove di laboratorio tengano conto in modo implicito di tale caratteristica del terreno.

Vi è poi da osservare che il volume di terreno sottoposto a prove in laboratorio è estremamente minore di quello che viene coinvolto in situ dagli effetti legati alla esecuzione di

un'opera d'ingegneria. Questo può far temere che i valori dei parametri derivati dalle prove di laboratorio siano differenti da quelli che descrivono il comportamento « medio » del reale deposito di terreno.

Sulla base di queste semplici considerazioni si può concludere che la definizione dei valori dei parametri da usarsi in calcoli geotecnici dovrebbe basarsi non solo sui risultati di prove di laboratorio, ma anche su misurazioni eseguite in situ assoggettando il deposito di terreno in esame a stati di sforzo e deformazione simili a quelli relativi al problema da analizzarsi. Misure di questo tipo potrebbero ad esempio essere condotte durante le fasi preliminari di esecuzione dell'opera geotecnica.

L'idea di definire le proprietà meccaniche, ed altre caratteristiche, sulla base di misure eseguite in situazioni simili a quella da analizzarsi, ha portato allo sviluppo dei metodi detti di « Identificazione ». Tali metodi sono stati applicati in diverse aree della Meccanica e di altre discipline [PISTER *et al.*, 1970; IBANEZ, 1973; KAVANAG, 1973; IDING *et al.*, 1974] e sono stati suggeriti per la soluzione di alcuni problemi geotecnici da MAIER [1977], e successivamente da JURINA *et al.* [1977]; GATTI e GIODA [1978]; JURINA [1978].

In questo studio viene presentata una tecnica per la definizione dei valori dei parametri geotecnici che si basa sull'uso di un programma di elementi finiti, in grado di analizzare il problema geotecnico, e di una procedura numerica che consente di correggere i valori dei parametri forniti al programma sino a che i risultati numerici colgono, con l'approssimazione voluta, quelli derivanti dalle misurazioni in situ.

Si assume che i valori dei parametri per cui tale condizione è verificata siano quelli che de-

* Dott. ing. Giancarlo GIODA, assistente ordinario, Incaricato di *Meccanica delle Rocce* nel Politecnico di Milano.

scrivono al meglio il comportamento « medio » del reale deposito di terreno.

Due considerazioni di carattere generale possono essere fatte sulla applicazione dei metodi di identificazione a problemi geotecnici. La prima è che tali metodi fondamentalmente appartengono alla categoria delle « Analisi parametriche »; con la differenza che nelle tradizionali analisi parametriche la scelta dei parametri è suggerita essenzialmente dal giudizio ingegneristico, mentre nei metodi di identificazione tale scelta è guidata da tecniche numeriche rigorose.

La seconda considerazione riguarda il legame esistente tra i metodi di identificazione ed il cosiddetto « observational method » adottato da Terzaghi nella progettazione di grandi opere geotecniche. È noto [BJERRUM, 1960; PECK, 1962] come Terzaghi basasse il progetto preliminare di opere geotecniche su di una limitata indagine iniziale e su assunzioni « ottimistiche » circa le caratteristiche meccaniche del terreno. D'altro canto, durante l'esecuzione dell'opera, veniva eseguita una notevole quantità di misure in situ per cogliere deviazioni del comportamento reale rispetto a quello previsto nel progetto. Se tali deviazioni erano riscontrate, le ipotesi iniziali venivano modificate nel modo suggerito dal comportamento osservato e, di conseguenza, il progetto preliminare subiva quei cambiamenti resi necessari dalle nuove, e più complete, informazioni disponibili. Ovviamente tale metodologia è applicabile solo quando il progetto venga concepito in modo « flessibile », possa cioè subire modifiche durante la sua esecuzione. Pare evidente che le tecniche di identificazione possono trovare utile impiego in questo tipo di progettazione quando, sulla base delle misure in situ, si osservi un comportamento diverso da quello ipotizzato in sede di progetto e si renda quindi necessaria la ridefinizione dei valori dei parametri introdotti nel calcolo.

2. Definizione del problema

Si consideri un generico problema geotecnico per la cui soluzione analitica sia necessario conoscere i valori degli n_p parametri p_i , raccolti nel vettore P , che definiscono il comportamento meccanico del terreno. Avendo a disposizione un programma di calcolo, ad esempio ad elementi finiti, in grado di analizzare il problema è possibile ottenere per un generico vettore P l'evoluzione degli stati di sforzo e deformazione

nel mezzo geotecnico relativa al problema in esame.

Si supponga che nelle fasi iniziali di realizzazione dell'opera si eseguano n_m misure di alcune grandezze tipiche, come spostamenti, pressioni neutre, etc. Tali misure siano eventualmente ripetute ad n_t tempi diversi. Si indichi con x^* la generica misura eseguita in situ e con x il corrispondente valore ottenuto dall'analisi numerica. L'errore esistente tra dati numerici e sperimentali può essere ottenuto tramite la seguente relazione:

$$E_r^2 = \sum_i^{n_t} \sum_j^{n_m} (x_{ij} - x^*_{ij})^2 \quad (1)$$

È evidente che essendo x_{ij} funzione dei parametri p_i , anche E_r è una funzione di tali parametri

$$E_r = f(P) \quad (2)$$

Il problema di identificazione può quindi essere ridotto a quello della ricerca dei valori degli n_p parametri che minimizzano la funzione errore E_r .

3. Metodo di minimizzazione

Nello scegliere il metodo per minimizzare E_r si debbono considerare due principali caratteristiche di tale funzione:

a) E_r è una funzione altamente non lineare dei parametri da identificare e tale non linearità può essere influenzata dal comportamento non lineare del terreno;

b) non è in genere possibile calcolare analiticamente il gradiente della funzione E_r .

Uno dei metodi di minimizzazione in grado di operare su funzioni genericamente non lineari, senza richiedere il calcolo del gradiente della funzione stessa, è il metodo SIMPLEX proposto da SPENDLEY *et al.* [1962] e successivamente modificato da NELDER e MEAD [1965].

Il metodo si basa sull'esecuzione ciclica di un limitato numero di passi caratteristici. Nel seguito vengono brevemente descritti i principali passi del Simplex. Ulteriori dettagli e commenti sono riportati nei lavori originali sopra citati.

3.1. Scelta del Simplex di partenza

Nello spazio delle n_p variabili da identificare un Simplex è definito da $n_p + 1$ vertici, cioè un

triangolo per $n_p = 2$, un tetraedro per $n_p = 3$, etc. Scegliere un Simplex di partenza significa quindi stabilire la posizione di $n_p + 1$ punti, ognuno definito da n_p coordinate. Questo equivale a scegliere, in base ai risultati delle prove di laboratorio, di preliminari prove in situ e del giudizio del progettista, $n_p + 1$ vettori di tentativo contenenti i valori dei parametri caratterizzanti il comportamento meccanico del terreno.

Definiti i vertici del Simplex è possibile calcolare il valore della funzione E_r in ciascuno di tali punti tramite $n_p + 1$ analisi numeriche ad elementi finiti.

3.2. Riflessione

Sia v_m , di coordinate P_m , il vertice del Simplex n cui la funzione E_r assume il valore massimo tra tutti i vertici e sia v_n , di coordinate P_n , il vertice nel quale la funzione errore $E_r(P_n)$ è inferiore solo a $E_r(P_m)$. Il vertice v_m viene « riflesso » nel centroide c dei rimanenti vertici del Simplex ed un nuovo vertice v_r di coordinate P_r è ottenuto. Se $E_r(P_r) < E_r(P_n)$, il punto v_r sostituisce v_m , un nuovo Simplex è così definito ed una nuova riflessione può essere eseguita.

In fig. 1a è schematizzata l'operazione di riflessione per $n_p = 2$. Le coordinate del punto c raccolte nel vettore C sono definite dalla seguente equazione

$$C = \frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^{n_p} P_i$$

dove la sommatoria esclude il punto v_m , mentre le coordinate del punto v_r sono definite dall'eq. (4).

$$P_r = (1 + \alpha) C - \alpha P_m \quad (4)$$

Il coefficiente α , dato dal rapporto delle distanze tra i punti v_r e c ed i punti c e v_m , è di norma assunto pari a 1.

3.2. Contrazione

Nel caso in cui $E_r(P_r) \geq E_r(P_n)$, il vertice P_r rappresenta il punto di maggiore errore nel

nuovo Simplex. In questo caso si ricerca un punto v_c (cfr « fig. 1b) di coordinate P_c , sulla retta congiungente v_c con v_m , tale che $E_r(P_c) < E_r(P_n)$. Se tale punto è trovato, v_c sostituisce v_m , un nuovo Simplex è definito ed il processo può essere proseguito.

Per definire le coordinate del punto v_c si deve distinguere tra due casi. Se $E_r(P_r) > E_r(P_m)$, P_c è fornito dall'equazione (5).

$$P_c = \beta P_m + (1 - \beta) C \quad (5)$$

dove β è il rapporto delle distanze tra i punti v_c e c ed i punti v_m e c . D'altro canto se $E_r(P_m) > E_r(P_r)$, P_c è fornito dall'eq. (6).

$$P_c = \beta P_r + (1 - \beta) C \quad (6)$$

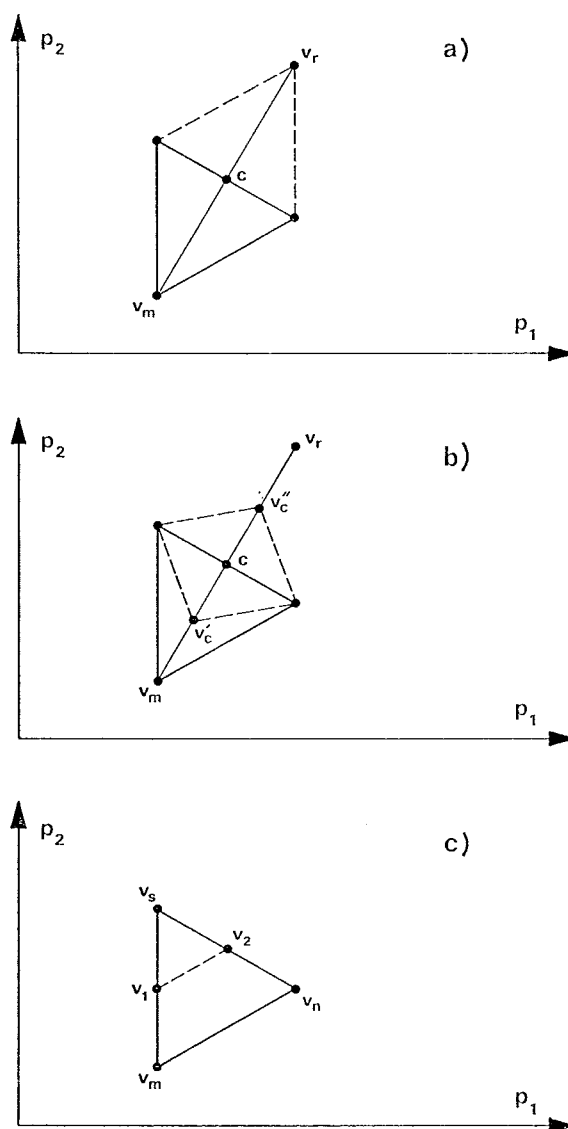


Fig. 1. - Operazioni base del metodo SIMPLEX:
a) Riflessione; b) Contrazione; c) Riduzione di dimensioni.

dove β è il rapporto delle distanze tra i punti v_c e c ed i punti v_r e c . Di norma, in entrambi i casi, si assume $\beta = 1/2$.

3.4. Riduzione delle dimensioni

Nel caso in cui non sia possibile definire le coordinate del punto v_c , tale che $E_r(P_c) < E_r(P_n)$, è necessario ridurre le dimensioni del Simplex (cfr. fig. 1c). Il nuovo Simplex si ottiene mantenendo fisso il punto v_s , di coordinate P_s , in cui la funzione E_r assume il valore minimo e riducendo le distanze di tutti gli altri vertici dal punto v_s . Di norma tale operazione è eseguita dimezzando le distanze tra i vari vertici del Simplex iniziale.

Per brevità, e tenendo conto della sua minore importanza, una ulteriore operazione del metodo proposto da Nelder e Mead, la cosiddetta « Espansione », non viene qui descritta.

4. Considerazioni sul metodo di minimizzazione

Come è stato precedentemente mostrato, il primo passo del metodo Simplex richiede la scelta di $n_p + 1$ punti nello spazio delle n_p variabili da identificare.

Questa scelta iniziale può presentare alcune difficoltà pratiche, specie se il numero delle variabili è elevato. Se però il Simplex di partenza è regolare (cioè se un suo qualunque vertice è equidistante da tutti gli altri vertici) è possibile generare automaticamente le coordinate degli $n_p + 1$ vertici conoscendo solamente le coordinate del baricentro G_1 del Simplex di partenza ed il raggio R_1 della ipersfera ad n_p dimensioni su cui i vertici giacciono.

Questo può essere semplicemente mostrato per il caso in cui $n_p = 3$. Si consideri infatti un riferimento cartesiano, di comodo, con origine in G_1 e la sfera di raggio R_1 (cfr. fig. 2a) centrata in G_1 . Si scelga il primo vertice del Simplex, v_1 , nel punto di intersezione tra la sfera e l'asse p'_1 . Tenendo conto che il punto G_1 rappresenta sia il centro della sfera che il baricentro del Simplex e che tutti i vertici del Simplex sono tra loro equidistanti, è facile concludere che i restanti tre vertici si trovano sulla circonferenza di centro G_2 e raggio R_2 generata dall'intersezione della sfera con il piano $p'_1 = -R_1/3$.

In fig. 2b è rappresentata la circonferenza così definita. Si scelga ora il secondo vertice del Simplex, v_2 , nel punto di intersezione tra la circonferenza e l'asse p'_2 . In base alle stesse considerazioni fatte in precedenza risulta che i restanti due vertici sono definiti dalla intersezione della circonferenza con la retta $p'_2 = -R_2/2$ e hanno distanze $\pm R_3$ dell'asse p'_2 .

In conclusione i quattro vertici del Simplex sono definiti dalle seguenti coordinate

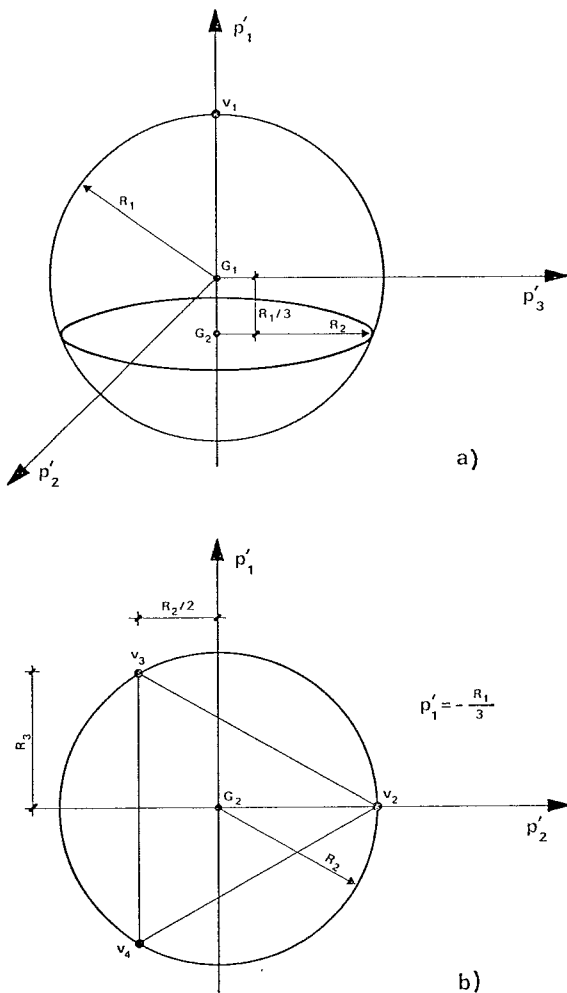


Fig. 2. - Definizione delle coordinate dei vertici del Simplex di partenza.

$$\begin{aligned}
 v_1 &\equiv (R_1 ; 0 ; 0) \\
 v_2 &\equiv \left(-\frac{R_1}{3} ; R_2 ; 0 \right) \\
 v_3 &\equiv \left(-\frac{R_1}{3} ; -\frac{R_2}{2} ; R_3 \right) \\
 v_4 &\equiv \left(-\frac{R_1}{3} ; -\frac{R_2}{2} ; -R_3 \right)
 \end{aligned} \quad (7)$$

Nel caso di $n_p > 3$, seguendo la stessa procedura adottata nel caso di $n_p = 3$, si ottengono le seguenti coordinate dei vertici

$$P_i = \left\{ \begin{array}{cccc} -R_1 & -R_2 & \dots & -R_{i-1} \\ \frac{\quad}{n_p} & \frac{\quad}{n_p - 1} & \dots & \frac{\quad}{n_p - (i-2)} \end{array} \quad R_i \quad 0 \dots 0 \right\}$$

$$1 \leq i \leq n_p - 1$$

$$P_{n_p} = \left\{ \begin{array}{cccc} -R_1 & -R_2 & \dots & -R_{n_p-1} \\ \frac{\quad}{n_p} & \frac{\quad}{n_p - 1} & \dots & \frac{\quad}{2} \end{array} \quad R_{n_p} \right\}$$

$$P_{n_p + 1} = \left\{ \begin{array}{cccc} -R_1 & -R_2 & \dots & -R_{n_p-1} \\ \frac{\quad}{n_p} & \frac{\quad}{n_p - 1} & \dots & \frac{\quad}{2} \end{array} \quad -R_{n_p} \right\} \quad (8)$$

dove

$$R_i^2 = R_{i-1}^2 \left[1 - \frac{1}{(n_p - i + 2)^2} \right]$$

$$2 \leq i \leq n_p$$

Note le (8), tramite una traslazione, ed eventualmente una rotazione di assi, si possono ricavare le coordinate dei vertici del primo Simplex nel sistema di riferimento originale.

Poiché il metodo di minimizzazione qui adottato non è basato su alcuna ipotesi limitativa circa la funzione da minimizzare, la procedura di identificazione può essere applicata in linea di principio a qualsiasi problema geotecnico, anche considerando il comportamento non lineare del terreno, utilizzando un qualunque gruppo di misure effettuate in situ.

Vi è però da considerare che l'applicazione a casi reali del metodo di identificazione presentato può far sorgere alcuni problemi tra i quali i seguenti paiono di maggiore importanza:

a) Il metodo richiede almeno un'analisi ad elementi finiti per la definizione di ogni nuovo vertice di un Simplex; ciò ovviamente può portare ad elevati tempi e costi di analisi.

b) È ragionevole ritenere che un qualunque metodo di identificazione non sia in grado di definire n_p parametri sulla base di un numero di misure minore di n_p . Però, anche nel caso in cui il numero di misure sia maggiore di n_p , si deve essere certi che esse non siano relative a grandezze scarsamente influenzate dai parametri da identificare. Cioè si deve evitare di cadere in un caso di « non identificabilità ».

c) Se la precisione con cui le misure in situ sono effettuate è variabile, cioè se alcune misure sono più precise di altre, è bene calcolare la funzione errore moltiplicando ogni misura sperimentale per un peso relativo alla precisione della misura stessa.

d) Se la funzione errore E_r è dotata di mini-

mi locali, è possibile che il metodo indichi uno di questi, e non il minimo assoluto, come soluzione ottimale. Si può tentare di eliminare tale inconveniente iniziando la minimizzazione da diversi Simplex di partenza e verificando che ogni percorso converga alla medesima soluzione.

e) Di norma le variabili meccaniche da identificare possono assumere solo valori positivi, come il modulo di elasticità, o contenuti all'interno di un intervallo, come il coefficiente di Poisson. Poiché il metodo Simplex non prevede l'introduzione di vincoli sul segno o sul valore delle variabili, potrebbe accadere che uno dei vertici di un Simplex cada al di fuori del dominio delle soluzioni ammissibili. In questo caso si può ricorrere ad una « contrazione » del Simplex, assumendo che nel vertice al di fuori del dominio ammissibile la funzione E_r assuma un valore assai elevato. Si potrebbe anche adottare il metodo detto COMPLEX [Box, 1965], che estrapola il Simplex al caso di minimizzazione vincolata; la complessità del metodo però rende problematica la sua applicazione a casi reali.

Una ulteriore considerazione è necessaria circa la convenienza di eseguire la minimizzazione della funzione E_r in forma adimensionale.

Se le misure effettuate in situ sono relative a grandezze di diversa origine o a grandezze espresse con diverse unità di misura, come spostamenti o pressioni neutre, è possibile che i valori numerici di alcune misure siano preponderanti rispetto a quelli di altre. In questo caso la funzione errore, espressa tramite l'equazione (1), verrebbe a dipendere principalmente dalle misure aventi valore numerico più elevato e

quindi nel processo di identificazione potrebbe essere oscurata l'influenza delle misure aventi basso valore numerico.

Per evitare questo inconveniente è utile definire la funzione errore nella seguente forma adimensionale

$$E_r^2 = \sum_i \sum_j \left(\frac{x_{ij}}{x_{ij}^*} - 1 \right)^2 \quad (10)$$

Se anche i parametri da identificare hanno dimensioni tra loro diverse o diversi limiti di validità, come ad esempio il modulo di elasticità ed il coefficiente di Poisson, è utile definire

le coordinate dello spazio in cui la minimizzazione va eseguita in forma adimensionale. In questo caso alla generica coordinata p_i si potrà sostituire il rapporto tra p_i e la corrispondente coordinata del centroide G_1 del Simplex di partenza.

5. Applicazione

5.1. Descrizione del problema

Il metodo di identificazione oggetto del presente lavoro è stato applicato al semplice problema geotecnico schematizzato in fig. 3a.

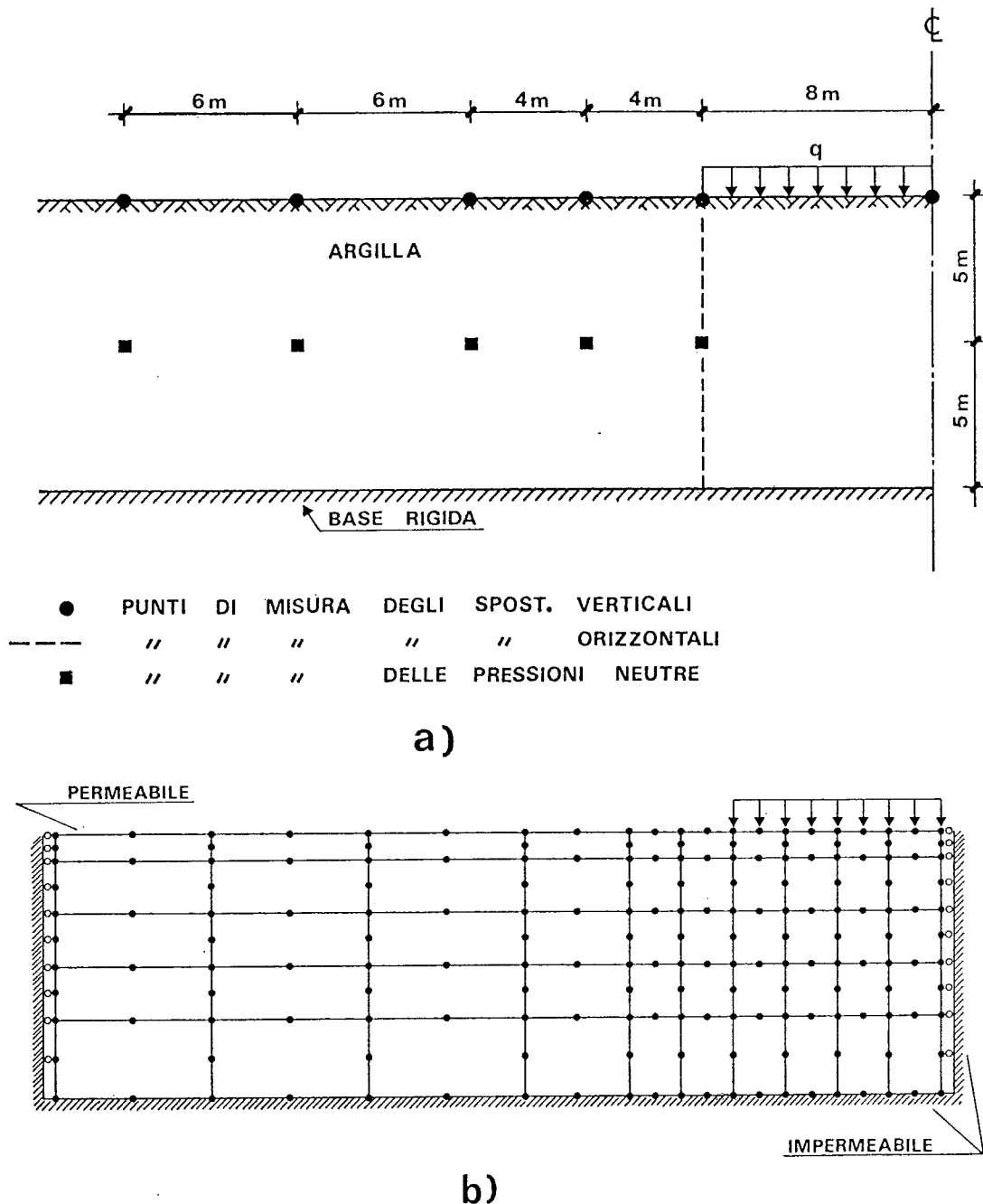


Fig. 3. - Esempio illustrativo:

a) Problema fisico; b) Discretizzazione ad elementi finiti.

TABELLA 1
Valori « veri » di spostamenti e pressioni neutre

d (m)	δ_v (cm)		δ_u (t/m ²)		z (m)	δ_h (cm)	
	1 giorno	7 giorni	1 giorno	7 giorni		1 giorno	7 giorni
0	1.33	3.02	—	—	0	0.35	-0.11
8	0.45	0.97	0.92	0.90	1	0.67	0.42
12	-0.44	-0.79	0.17	0.50	3	0.75	0.64
16	-0.34	-0.72	-0.01	0.19	5	0.71	0.63
22	-0.23	-0.32	0.02	0.00	7	0.57	0.51
28	-0.20	-0.16	0.03	0.00			

d = distanza orizzontale dell'asse di simmetria (cfr. fig. 3)

z = profondità dal piano campagna

δ_v = spostamento verticale a livello del piano campagna

δ_u = variazione di pressione neutra a 5 m dal piano campagna

δ_h = spostamento orizzontale della verticale a m 8 dall'asse di simmetria

convenzioni di segno:

— spostamenti verticali positivi se verso il basso

— spostamenti orizzontali positivi se verso sinistra

— incrementi di pressione neutra positivi se viene superata la pressione idrostatica

Si è considerato un ipotetico deposito d'argilla di 10 metri di spessore e delimitato nella parte inferiore da un letto di materiale roccioso. La quota della falda freatica coincide con quella del piano di campagna. Alla superficie del deposito viene applicato un carico flessibile di 16 m di larghezza e di notevole lunghezza, tale da consentire la trattazione del problema in regime di deformazioni piane. Il carico superficiale cresce linearmente nel tempo e raggiunge il suo valore massimo di 2 t/m² in 24 ore.

Si assume che l'argilla presenti, per quanto riguarda le caratteristiche meccaniche, una ortotropia di rotazione con asse di simmetria coincidente con quello verticale e che il suo comportamento possa essere in prima approssimazione assimilato a quello elastico lineare. Sotto queste ipotesi il comportamento dello scheletro solido, in termini di sforzi efficaci, è completamente definito da 5 costanti per le quali vengono assunti i seguenti valori

$$\begin{aligned} E_h &= 1000 \text{ t/m}^2 & \nu_h &= 0.4 \\ E_v &= 250 \text{ t/m}^2 & \nu_v &= 0.1 \\ G &= 115 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

dove h indica la direzione orizzontale e v quella verticale.

I valori dei coefficienti di permeabilità orizzontale e verticale, al contrario dei valori delle caratteristiche elastiche, non sono a priori noti ed alla loro determinazione si è applicata la tecnica numerica precedentemente descritta.

Tale tecnica richiede la conoscenza dei valori di alcuni effetti tipici, come spostamenti e pressioni neutre, provocati dall'applicazione del carico sul deposito argilloso in esame. In fig. 3a sono indicati con diversi simboli i punti di cui sono noti gli spostamenti verticali ed i punti in cui è nota la variazione di pressione neutra. La linea verticale tratteggiata in fig. 3a indica i punti di cui sono noti, ad esempio tramite letture inclinometriche, gli spostamenti orizzontali. In Tabella I si riportano i valori delle grandezze sopra indicate ad 1 giorno ed a 7 giorni dall'inizio dell'applicazione del carico.

Per la soluzione del problema si è ricorsi all'uso di un programma ad elementi finiti e del reticolo presentato in fig. 3b.

5.2. Programma di calcolo

Come è stato precedentemente mostrato, la tecnica di identificazione qui adottata richiede uno strumento di calcolo in grado di analizzare con ragionevole accuratezza il problema geotecnico in esame.

A tale scopo si è utilizzato un programma ad elementi finiti isoparametrici [GIODA e CIVIDINI, 1979], inizialmente sviluppato per l'analisi della consolidazione e della viscosità non lineari in terreni argillosi. Nel presente studio è stata adottata una versione semplificata del programma, nella quale il legame sforzi-deformazioni dello scheletro del terreno è di tipo elastico li-

neare ed in cui non si considerano gli effetti viscosi.

Quando si adotti la schematizzazione ad elementi finiti, assumendo come variabili gli spostamenti dello scheletro solido e le pressioni

$$\begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\pi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \mathbf{C}^t \end{bmatrix}$$

dove \mathbf{u} è il vettore degli spostamenti nodali; $\boldsymbol{\pi}$ è il vettore delle pressioni neutre nodali; \mathbf{M} è la matrice di permeabilità; \mathbf{K} è la matrice di rigidità dello scheletro solido; \mathbf{C} è la matrice di accoppiamento tra pressioni neutre e spostamenti; \mathbf{E} è la matrice di compressibilità del fluido interstiziale; \mathbf{F} è il vettore dei carichi nodali; \mathbf{F}_w è un vettore i cui termini dipendono dal peso di volume del fluido interstiziale e dai coefficienti di permeabilità. Il punto indica derivata rispetto il tempo.

Indicando con \mathbf{X} il vettore delle incognite, contenente sia spostamenti che pressioni neutre nodali, l'eq. (11) può riscriversi nella seguente forma compatta

$$\mathbf{A}_1 \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{A}_2 \ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{V}(t) \quad (12)$$

dove, nel caso di comportamento elastico e di

$$\mathbf{X}(t + \Delta t) = \mathbf{X}(t) + \Delta t \dot{\mathbf{X}}(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} - \beta \right] \ddot{\mathbf{X}}(t) + \Delta t^2 \beta \ddot{\mathbf{X}}(t + \Delta t) \quad (13a)$$

$$\dot{\mathbf{X}}(t + \Delta t) = \dot{\mathbf{X}}(t) + \Delta t (1 - \gamma) \ddot{\mathbf{X}}(t) + \Delta t \gamma \ddot{\mathbf{X}}(t + \Delta t) \quad (13b)$$

Sostituendo le eq. (13) nella (12), e assumendo $\beta = 1/4$ e $\gamma = 1/2$, si ottiene la seguente

$$\left[\Delta t \mathbf{A}_1 + 2 \mathbf{A}_2 \right] \mathbf{X}(t + \Delta t) = \Delta t \mathbf{V}(t + \Delta t) + 2 \mathbf{A}_2 \left[\dot{\mathbf{X}}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{X}}(t) \right] \quad (14)$$

Avendo prefissato una serie di incrementi temporali Δt , l'eq. (14) consente di integrare numericamente nel tempo l'eq. (12). Al termine di ogni incremento di tempo il vettore $\dot{\mathbf{X}}(t + \Delta t)$ è fornito dall'eq. (15), anch'essa derivata dalle (13),

$$\dot{\mathbf{X}}(t + \Delta t) = \frac{2}{\Delta t} [\mathbf{X}(t + \Delta t) - \mathbf{X}(t)] - \dot{\mathbf{X}}(t) \quad (15)$$

Scelti i valori di tentativo dei coefficienti di permeabilità da identificare (cioè definita la matrice \mathbf{A}_1), per mezzo del programma di calcolo è possibile ottenere l'evoluzione nel tempo de-

neare, la soluzione di un problema di consolidazione si riconduce alla integrazione nel tempo della seguente equazione [ZIENKIEWICZ *et al.* 1977]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\boldsymbol{\pi}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{F}} \\ \dot{\mathbf{F}}_w \end{Bmatrix} \quad (11)$$

permeabilità non dipendente dalla deformazione volumetrica, le matrici \mathbf{A}_1 ed \mathbf{A}_2 sono costanti, indipendenti dal tempo e dallo stato di sforzo.

Per l'integrazione numerica dell'eq. (12) è stato adottato il metodo β proposto da NEWMARK [1959]. Si noti che nel programma originale la scelta di tale metodo, probabilmente più complesso di altri, è stata suggerita da considerazioni relative allo sviluppo nel tempo di deformazioni viscosi non lineari. Per semplicità si è mantenuto lo stesso metodo di integrazione anche nel presente caso, sebbene gli effetti viscosi vengano trascurati.

Secondo l'algoritmo proposto da Newmark, i vettori \mathbf{X} e $\dot{\mathbf{X}}$ che appaiono nell'equazione (12) possono essere approssimati dalle seguenti espressioni

espressione incrementale per il vettore \mathbf{X}

gli spostamenti, deformazioni, sforzi efficaci e pressioni neutre indotti nell'ammasso argilloso dal carico superficiale. In particolare si ottengono i valori numerici delle grandezze i cui valori « veri » sono riportati in Tabella 1.

5.3. Risultati delle analisi

L'analisi per l'identificazione dei coefficienti di permeabilità è stata iniziata assumendo come coordinate del centroide G_1 del Simplex di partenza i seguenti valori di permeabilità verticale, K_v , ed orizzontale, K_h ,

$$K_h = K_v = 0.00640 \text{ m/giorno}$$

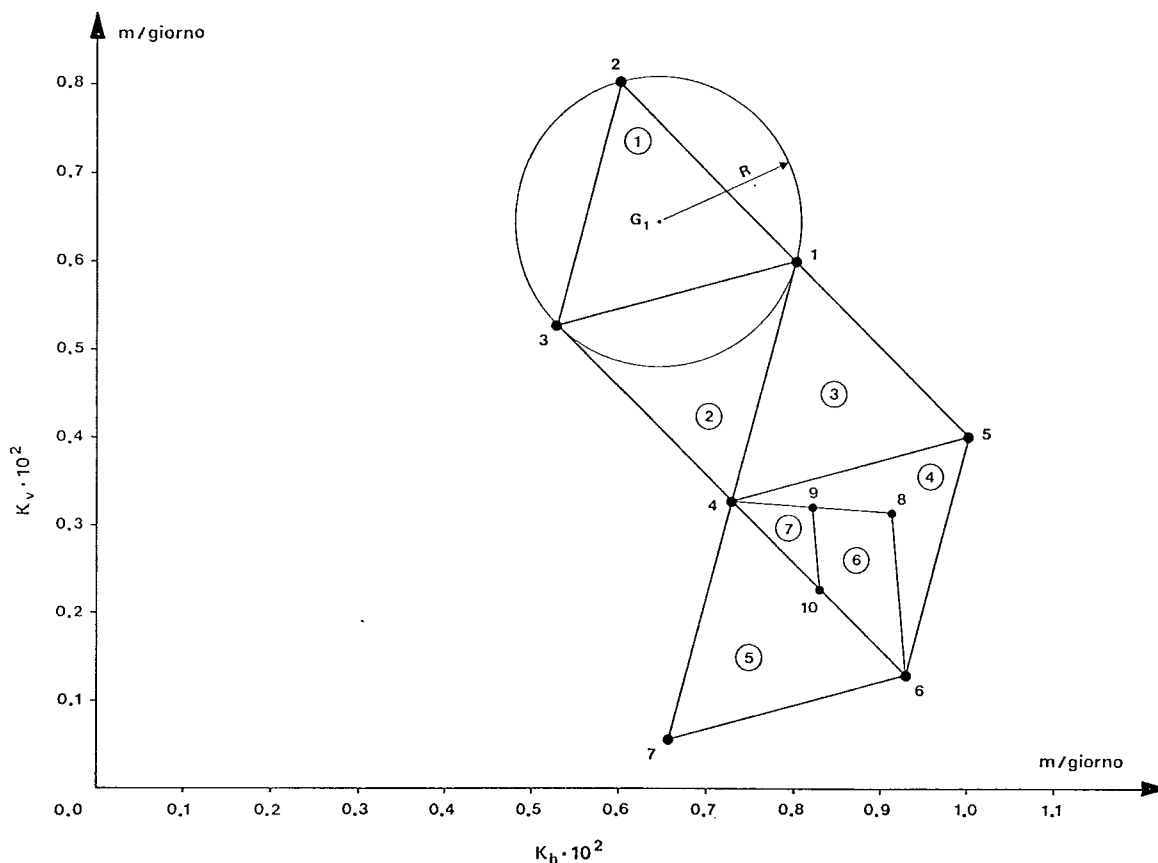


Fig. 4. - Successione dei Simplex nello spazio dei coefficienti di permeabilità verticale, K_v , ed orizzontale, K_h .

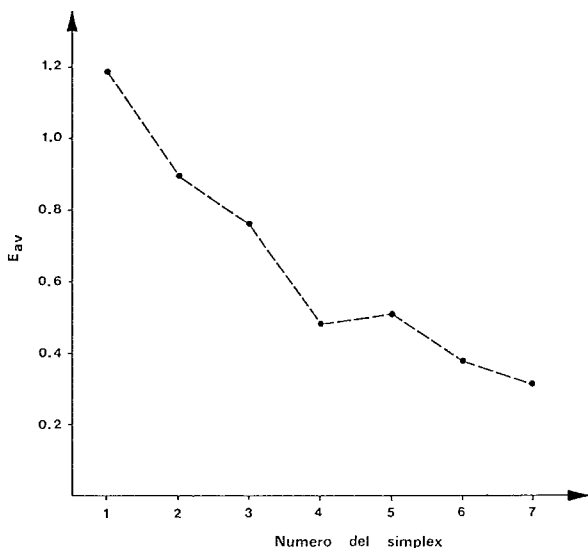


Fig. 5. - Valore dell'errore medio, E_{av} , per i successivi Simplex.

$$E_{av} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 E_r^i$$

dove la sommatoria è estesa ai 3 vertici del Simplex. L'errore E_r^i è calcolato tramite l'eq. (10).

In fig. 6 sono riportati i valori dei coefficienti di permeabilità K_v e K_h assunti per il punto G_1 e poi suggeriti dalla tecnica numerica per i successivi vertici dei Simplex.

Si osservi che i passaggi dal primo al quinto Simplex (cfr. fig. 4) sono seguiti tramite semplici « riflessioni ». L'errore medio (cfr. fig. 5) decresce sino al quarto Simplex, mentre passando dal quarto al quinto Simplex aumenta leggermente. Questo incremento è spiegabile se si considera che l'errore E_r nel vertice 7 è maggiore dell'errore nel vertice 5. Si rende quindi necessaria la « contrazione » che porta a definire il vertice 8 ed il sesto Simplex. Ad ulteriori « riflessioni » e « contrazioni » del sesto Simplex non consegue una diminuzione dell'errore medio. Si esegue quindi una riduzione delle dimensioni del Simplex, con conseguente definizione del settimo Simplex. Tale Simplex ha un errore medio che è circa 1/4 dell'errore medio di partenza, e tra i suoi vertici quello con

e ponendo il raggio R_i della circonferenza contenente tale Simplex pari a 0.00160 m/giorno.

La successione dei vari Simplex è presentata in fig. 4. In fig. 5 è riportato, per i vari Simplex, il valore dell'errore medio E_{av} definito dalla seguente equazione

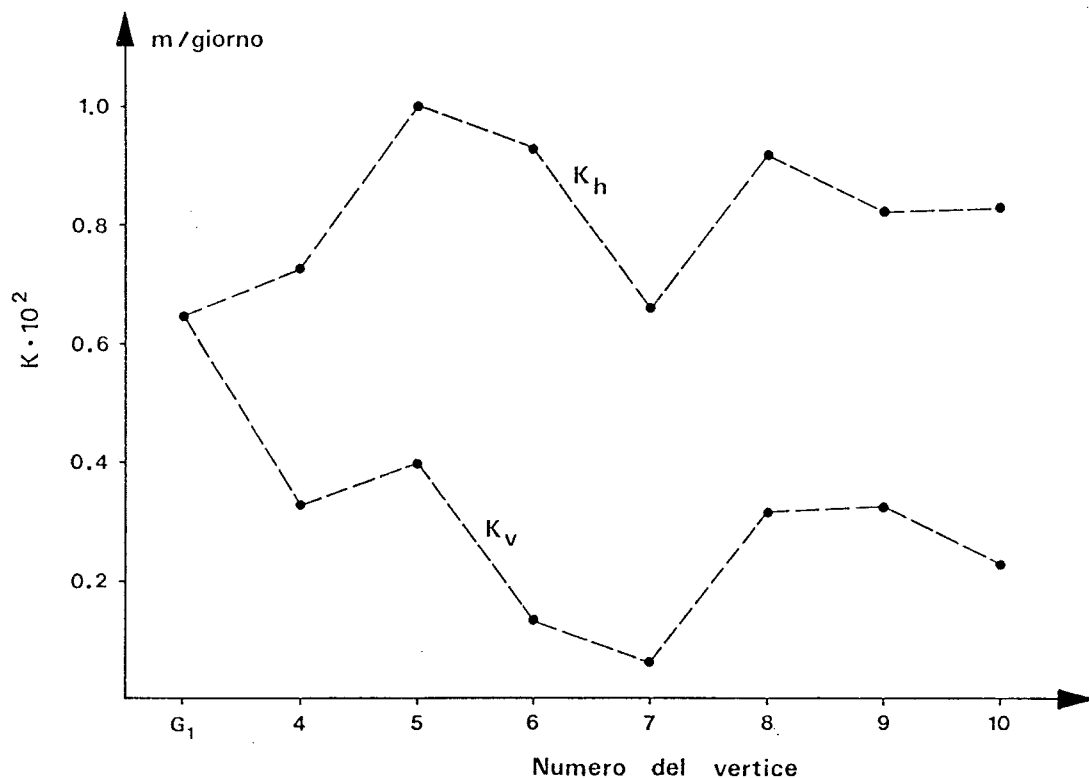


Fig. 6. - Valore dei coefficienti di permeabilità verticale, K_v , ed orizzontale, K_h , per i successivi vertici dei Simplex.

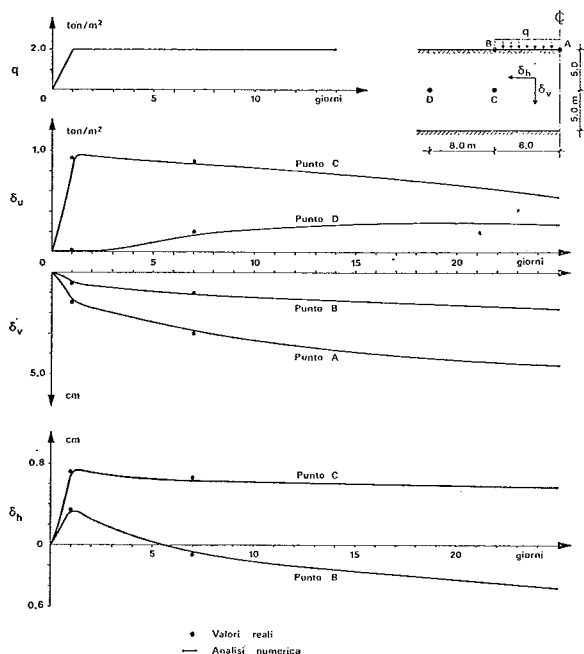


Fig. 7. - Variazioni nel tempo dello spostamento verticale, δ_v , spostamento orizzontale, δ_h , e pressione neutra, δ_u , per alcuni punti del deposito argilloso. Confronto tra dati reali e risultati numerici ottenuti assumendo $K_v = 0.00230$ m/giorno e $K_h = 0.00830$ m/giorno.

errore minimo è il vertice 10 dove $E_r = 0.22$.

Si è ritenuta sufficiente l'approssimazione ottenuta nel vertice 10, quindi le coordinate di tale vertice vengono assunti come valori « veri »

dei coefficienti di permeabilità per il deposito argilloso in esame:

$$K_h = 0.00830 \text{ m/giorno}$$

$$K_v = 0.00230 \text{ m/giorno}$$

In fig. 7 sono riportati, per alcuni punti del deposito, gli andamenti nel tempo degli spostamenti e delle pressioni neutre ottenuti introducendo nel programma di calcolo i valori delle permeabilità sopra riportati. Nella stessa figura sono indicati i valori « veri » delle medesime grandezze ad 1 ed a 7 giorni dall'inizio dell'applicazione del carico.

6. Conclusioni

In questa memoria è stata presentata una procedura numerica per l'identificazione dei valori di alcuni dei parametri descrittivi il comportamento meccanico di un mezzo geotecnico. Essa è applicabile nei casi in cui si richieda l'analisi numerica di un problema geotecnico e, pur non disponendo di valori affidabili dei parametri meccanici, si conoscano i risultati di una serie di misure (ad esempio di spostamenti) effettuate in sito, assoggettando il mezzo geotecnico a stati di sforzo e deformazione simili a quelli relativi al problema da analizzarsi.

La procedura si basa sull'uso di un programma ad elementi finiti, in grado di analizzare il problema, e della tecnica di minimizzazione detta Simplex che consente di correggere i valori dei parametri meccanici forniti al programma sino a che i risultati dell'analisi numerica approssimano con la voluta accuratezza i dati sperimentali. I valori dei parametri per cui la voluta precisione è raggiunta sono assunti come quelli che meglio descrivono il comportamento « medio » del mezzo geotecnico.

La tecnica di identificazione è stata applicata alla ricerca dei valori ottimali dei coefficienti di permeabilità di un deposito di argilla avente caratteristiche anisotrope. Sulla base dei risultati ottenuti, pur non potendo ricavare indicazioni di carattere generale circa la validità del metodo, sembra ragionevole concludere che la tecnica in esame è in grado di fornire risultati soddisfacenti almeno per problemi di piccole dimensioni.

Il maggior vantaggio della tecnica proposta consiste nella sua applicabilità a svariati problemi di Geotecnica, tenendo anche in conto il comportamento non lineare del terreno, ed utilizzando diversi tipi di misure effettuate in sito.

Per contro sono riscontrabili alcuni inconvenienti nella sua applicazione a casi reali. I più notevoli consistono nella necessità di eseguire una analisi ad elementi finiti ad ogni passo del processo di minimizzazione (con conseguente notevole costo nel caso di problemi complessi e/o di grandi dimensioni) e nella possibilità di distinguere tra il minimo assoluto ed eventuali minimi locali della funzione di errore.

Quest'ultimo inconveniente può essere limitato eseguendo diverse minimizzazioni della funzione errore, iniziando il processo da diversi punti di partenza, e controllando che le varie analisi forniscano gli stessi valori ottimali dei parametri da identificare. Ovviamente questa procedura comporta un notevole aggravio dei tempi di calcolo.

Vi è tuttavia da considerare che la sorprendente rapidità con cui vengono incrementate la velocità di calcolo e la capacità di memoria degli elaboratori elettronici renderà possibile nei prossimi anni l'esecuzione di numerose e complesse analisi numeriche in tempi e con costi limitati. Quindi è ragionevole ritenere che le difficoltà computazionali legate alla applicazione pratica dei metodi di identificazione potranno essere in gran parte superate in un prossimo futuro.

Un altro difetto della presente tecnica consi-

ste nella impossibilità di imporre in modo diretto vincoli sul segno e sul valore delle variabili da identificare. L'eliminazione di tale inconveniente può essere ottenuta applicando (o eventualmente sviluppando) metodi di minimizzazione più raffinati di quello qui adottato. In questa direzione è auspicabile che si indirizzino future ricerche in questo settore.

RINGRAZIAMENTI

Il presente studio è parte di una ricerca finanziata dal CNR e dal Ministero della Pubblica Istruzione.

BIBLIOGRAFIA

- BJERRUM L. (1960) - *Some notes on Terzaghi's method of working*, in From Theory to Practice in Soil Mechanics, J. Wiley & Sons.
- BOX M. J. (1965) - *A new method of constrained optimization and a comparison with other methods*. The Computer Journal, Vol. 8, pp. 42-52.
- GATTI G., GIOIA G. (1978) - *Considerazioni sulle modalità di calcolo per problemi di consolidazione*. Atti del XIII Convegno Nazionale di Geotecnica (secondo volume), Merano.
- GIOIA G., CIVIDINI A. (1979) - *A numerical study of nonlinear consolidation problems taking into account creep effects*. Accettato per la pubblicazione negli Atti della 3rd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, Germania Federale.
- IBANEZ P. (1973) - *Identification of dynamic parameters of linear and nonlinear structural models from experimental data*. Nuclear Eng. and Design, Vol. 25, pp. 30-41.
- IDING R. H., PISTER K. S., TAYLOR R. L. (1974) - *Identification of nonlinear elastic solids by finite element method*. Comp. Meth. in Applied Mech. and Eng., Vol. 4, pp. 121-142.
- JURINA L., MAIER G., PODOLAK K. (1977) - *On model identification problems in rock mechanics*. Atti del Int. Sym. on the Geotechnics of Structurally Complex Formation, Capri.
- JURINA L. (1978) - *Considerazioni sulla identificazione delle caratteristiche meccaniche dei terreni di fondazione*. Atti del XIII Convegno Nazionale di Geotecnica (secondo volume), Merano.
- KAVANAG K. T. (1973) - *Experiment versus analysis: computational techniques for the description of static material response*. Int. Jour. for Num. Meth. in Eng., Vol. 5, pp. 503-515.
- MAIER G. (1977) - *Future Directions in Engineering Plasticity*. NATO Adv. Study Institute, Waterloo University, Canada, pubblicato da Pergamon Press, Oxford, 1979.
- NELDER J. A., MEAD R. (1965) - *A simplex method for function minimization*. The Computer Journal, Vol. 7, pp. 308-313.
- NEWMARK N. M. (1959) - *A method of computation for structural dynamics*. Jour. Eng. Mech. Div., ASCE, 85, EM3, pp. 67-94.
- PECK R. B. (1962) - *Art and science in subsurface engineering*. Geotechnique, Vol. 12, pp. 60-66.
- PISTER K., DISTEFANO N. (1970) - *On some modeling and identification problems in biomechanics*. Jour. of Biomedical Systems, Vol. 1, N. 2, p. 32.
- SPENDLEY W., HEXT G. R., HILM WORTH F. R. (1962) - *Sequential application of simplex design in optimisation and evolutionary operations*. Technometrics, Vol. 4, pp. 441-461.
- ZIENKIEWICZ O. C., HUMPHESON C., LEWIS R. L. (1977) - *A unified approach to soil mechanics problems (including pla-*

sticity and viscoplasticity), in Finite Elements in Geomechanics (G. Gudehus ed.), J. Wiley & Sons.

SUMMARY

A numerical procedure for identification of soil parameters

A numerical procedure is presented for the « Identification » of some soil parameters to be used in the analysis

of geotechnical problems. The procedure requires a set of in situ measurements (i.e. displacements, pore pressures, etc.) performed in situation similar to the one that has to be analyzed. The procedure is based on the use of a finite element program, capable to simulate the problem in hand, and of the Simplex minimization algorithm. The Simplex method allows to correct the soil parameter values input to the program until the numerical results approximate with a chosen accuracy the in situ measurements. The proposed procedure is applied to the identification of the permeability coefficients of an anisotropic clay deposit.