

Prismi di fondazione in terreni stratificati **

G. GATTI, M. LOCATELLI *

SOMMARIO: Il problema del dimensionamento di fondazioni a pozzo, per la sua complessità, richiede l'introduzione di ipotesi semplificative che nella letteratura appaiono rilevanti e riguardano principalmente la preconfigurazione parziale della spostata del prisma, la conoscenza di alcune delle componenti dello stato tensionale indotto sul suolo, l'ipotesi di terreno omogeneo e al più con caratteristiche linearmente variabili con la profondità, legami tensioni spostamenti lineari, terreno reagente a trazione sul fondo. Nel presente studio si è cercata una soluzione al problema rimuovendo queste ipotesi semplificative. L'approccio, di tipo numerico, permette di cogliere la configurazione deformata del prisma, supposto rigido, sotto l'azione di un generico sistema di carichi, mettendo in conto come funzione dello spostamento tutte le componenti dello stato di tensione, e per terreno comunque stratificato.

Il metodo è di agevole impiego ai fini progettuali in quanto permette di procedere al dimensionamento della fondazione in funzione dello stato di tensione indotto nel suolo o degli spostamenti compatibili. Esso fornisce anche elementi di giudizio circa il grado di sicurezza della fondazione stessa tramite la valutazione delle risorse statiche del terreno ancora disponibili.

A titolo di esempio viene studiato il comportamento di un prisma in terreno stratificato adottando legami sforzi-spostamenti di tipo iperbolico.

1. Premessa

Lo studio del comportamento dei prismi di fondazione immersi nel terreno e sottoposti ad azioni flettenti, taglianti ed assiali, si presenta complesso, sia per la definizione di un appropriato legame tensioni-spostamenti del terreno, sia per la individuazione dello stato di sforzo tridimensionale esistente, sia infine per le difficoltà intrinseche nella soluzione delle equazioni risolvibili.

I metodi di calcolo fin qui proposti si avvalgono di semplificazioni significative: tra queste, di considerevole rilievo, sono: la preconfigurazione della spostata del prisma il cui centro di rotazione è posto sull'asse del prisma stesso; la prefissata entità e posizione di alcune componenti dello stato di tensione; il comportamento del terreno considerato elastico o rigido plastico; l'omogeneità del mezzo o al più una variazione lineare delle sue caratteristiche meccaniche con la profondità; il terreno sul fondo reagente a trazione e a compressione.

Recentemente gli autori di questa nota [GATTI, LOCATELLI, 1977] hanno individuato la possibilità di determinare la spostata del prisma adottando un legame sforzi-deformazioni del terreno di tipo idealmente elastoplastico con esclusione della resistenza a trazione e mettendo in conto tutte le tensioni di contatto terreno-prisma non come valori assegnati o noti, ma come funzioni degli spostamenti imposti; è da rilevare che poteva essere introdotta, nello

studio citato, una discontinuità nelle caratteristiche meccaniche del suolo, in corrispondenza della base inferiore del prisma.

La realtà fisica comporta però la necessità di tener conto sia di prismi immersi in terreni più o meno fittamente stratificati, sia di esaminare legami sforzi deformazioni non idealmente elastoplastici. Si è pertanto ritenuto interessante mettere a punto un metodo di calcolo idoneo a definire il comportamento di un prisma di fondazione immerso in suolo comunque stratificato e caratterizzato da un legame sforzi deformazioni più aderente a quello reale.

Nell'esempio trattato si è assunto il legame di tipo iperbolico suggerito da KONDNER e ZELASKO [1963]; peraltro qualsiasi tipo di legame sforzi deformazioni può essere agevolmente introdotto nel metodo proposto. Questo ultimo si presenta molto flessibile ed idoneo a studi di tipo parametrico ove si voglia ricercare l'influenza delle numerose grandezze che condizionano la soluzione (le dimensioni del prisma; il numero e le caratteristiche geometriche e meccaniche degli strati; il tipo di legame sforzi deformazioni del suolo ecc.).

2. Impostazione del problema

Assunto un prisma rigido caricato con una forza normale N , tagliante T ed una coppia M , la soluzione del problema (come più diffusamente riportato nella memoria citata) è sostanzialmente ricondotta alla determinazione di una spostata del prisma atta a soddisfare l'equilibrio tra i carichi esterni applicati e le reazioni fornite dal terreno al prisma stesso per effetto degli spostamenti impressi.

L'aspetto tridimensionale del problema è

* Prof. Ing. Gianfelice GATTI, incaricato di *Tecnica delle Fondazioni*, Politecnico di Milano. Prof. Ing. Marco LOCATELLI, straordinario di *Scienza delle Costruzioni*, Politecnico di Milano.

** Ricerca svolta con il contributo del CNR.

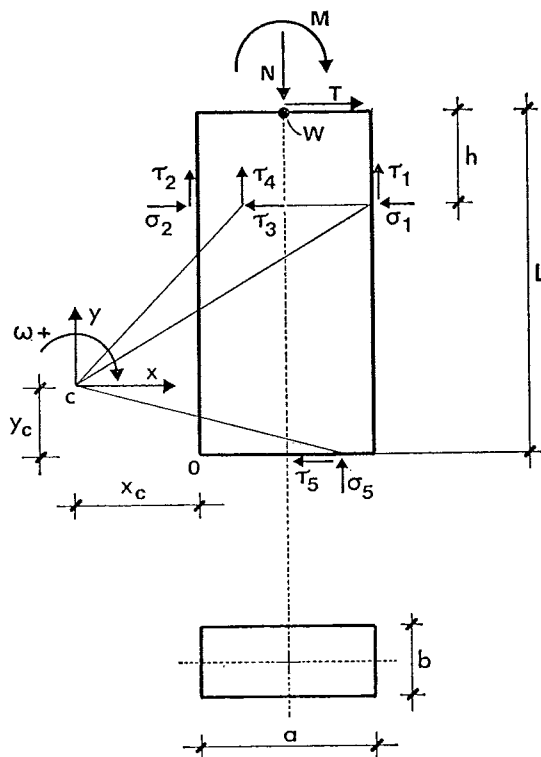


Fig. 1. - Carichi applicati, tensioni indotte e sistema di riferimento.

stato introdotto esplicitando lo stato tensionale su tutte le superfici laterali del prisma ed in particolare introducendo, per la reazione passiva¹, un valore del coefficiente di spinta che tenga conto del contributo delle zone di terreno a lato del prisma, non direttamente caricate.

Data la simmetria e il tipo di carichi presi in esame, la spostata avviene in un piano, attorno ad un punto C, la cui posizione è individuata da due coordinate x_c ed y_c . La configurazione spostata è nota allorché siano conosciute la posizione del centro C e l'ampiezza della rotazione ω attorno a C. Le grandezze x_c , y_c ed ω sono dunque le incognite del problema (fig. 1).

Nella figura 1 appaiono indicate tutte le tensioni esercitate dal terreno sul prisma.

La determinazione delle incognite è ottenibile imponendo l'equilibrio del prisma sotto l'effetto dei carichi esterni applicati e delle reazioni del terreno.

Invece di ricercare una laboriosa soluzione diretta del problema, peraltro non praticamente ottenibile in forma chiusa, si è preferito procedere per tentativi imponendo una soluzione (cioè assegnando una spostata) e controllando

che le condizioni di equilibrio risultino soddisfatte.

L'approccio prescelto è di tipo numerico e si avvale di un programma composto di due parti. La prima calcola, per una assegnata terna di valori delle incognite, le corrispondenti azioni del suolo sul prisma e la loro risultante. Questa risultante di primo tentativo non è in generale l'equilibrante dei carichi applicati: a questo punto interviene la seconda parte del programma che utilizzando un procedimento esposto in [BUZZI, CASAPOLLO, 1972] provvede a modificare l'entità delle tre incognite fin tanto che il prisma risulta equilibrato.

Il procedimento è rapidamente convergente a patto che esista una soluzione, a patto cioè che il terreno non risulti ovunque impegnato al di là delle proprie capacità limite.

3. Legame tensioni spostamenti per il terreno

Il legame tra sforzi p_{ij} e spostamenti s è stato assunto per tutte le componenti dello stato di tensione di tipo iperbolico nella forma:

$$(1) \quad p_{ij} = \frac{s}{A + Bs}$$

Questo tipo di legame però dà luogo ad una correlazione tensioni-spostamenti non del tutto adeguata in quanto il raggiungimento della tensione limite si verificherebbe solo per spostamenti infiniti.

Si è ritenuto pertanto opportuno modificare la (1) introducendo un coefficiente correttivo r in modo da ottenere il valore limite della tensione per uno spostamento s finito e prefissato s_{lim} . Per spostamenti superiori a s_{lim} le tensioni sono assunte costanti. La (1) si modifica pertanto in:

$$(1') \quad p_{ij} = \frac{1}{A + rBs} \quad \text{per } s < s_{lim}$$

$$(1'') \quad p_{ij} = \frac{1}{B} \quad \text{per } s > s_{lim}$$

Per quanto concerne le tensioni normali sui fronti del prisma, gli sforzi assumono espressioni differenti a seconda che si tratti di pressioni attive o passive. Indicato con σ_0 la pressione verticale del terreno e con k_0 il coefficiente di spinta a riposo, le espressioni delle spinte attiva e passiva sono state poste rispettivamente nelle forme:

$$(2) \quad \sigma_a = k_0 \sigma_0 - \sigma_{ija}$$

(1) Per le azioni attive, vista la loro scarsa influenza, si è adottato il coefficiente $1/N_q$ di Rankine.

$$(3) \quad \sigma_p = k_o \sigma_o + \sigma_{ijp}$$

ove:

$$(4) \quad \sigma_{ija} = \frac{s}{A_a + r_a B_a s}$$

$$(5) \quad \sigma_{ijp} = \frac{s}{A_p + r_p B_p s}$$

I coefficienti A_a e A_p sono l'inverso della tangente iniziale della curva pressioni-spostamenti rispettivamente in fase di carico e scarico².

B_a e B_p sono

$$(6) \quad B_a = \frac{1}{\sigma_o (k_o - k_a)}$$

$$(7) \quad B_p = \frac{1}{\sigma_o (k_p - k_o)}$$

ove k_a e k_p sono i coefficienti della spinta attiva e passiva.

Nella figura 2 è rappresentato qualitativamente il legame adottato.

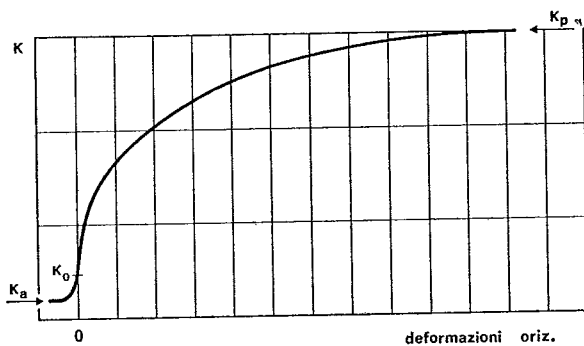


Fig. 2. - Legame coefficienti di spinta-spostamenti.

Per quanto riguarda le tensioni normali sulla base del prisma, A è ancora l'inverso della tangente iniziale della curva adottata, in fase di carico, e B l'inverso della portata limite ricavabile con le note formule di capacità portante; si sono esclusi sforzi di trazione.

Tutte le tensioni tangenziali sui fronti, sui lati e sulla base sono state desunte tramite relazioni del tipo (1') e (1'') ove B è:

$$(8) \quad B = \frac{1}{\sigma_{ij} \tan \delta}$$

Nella (8)

σ_{ij} rappresenta la tensione normale nel punto considerato

δ è l'angolo d'attrito terreno-prisma.

(2) A_a e A_p sono funzione delle dimensioni trasversali del prisma e del modulo tangente iniziale del terreno.

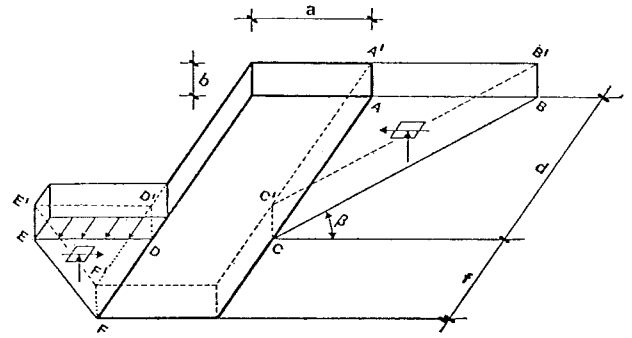


Fig. 3. - Cunei di rottura assunti per il calcolo delle spinte passive.

È opportuno sottolineare che lo spostamento limite in questo caso si è assunto costante, essendo sperimentalmente dimostrato che il valore limite della τ si raggiunge per spostamenti relativi dell'ordine di 0,5 ÷ 1,0 cm indipendentemente dal tipo di terreno.

4. Determinazione del coefficiente di spinta passiva

Nei calcoli che seguono si sono introdotti valori del coefficiente k_p di spinta passiva valutati in due differenti modi.

Il primo criterio utilizzato consiste nel ritenere la spinta passiva orizzontale desumibile dalla relazione di Rankine.

Così operando si trascura l'effetto del suolo che si trova ai lati del prisma e non direttamente a contatto con il prisma stesso, essendo il coefficiente di Rankine valutato per stati di tensione piani.

Il secondo criterio tende a meglio approssimare il reale comportamento del suolo, individuando un nuovo coefficiente di spinta passiva k_p^* .

Il criterio ipotizza cunei di distacco a sezione triangolare, delimitati da piani posti sul prolungamento delle pareti del prisma e tiene conto, nello studio dell'equilibrio della porzione ABC A'B'C' (fig. 3), anche delle tensioni tangenziali agenti lungo i lati, poste uguali a:

$$(9) \quad \tau = \sigma_o k_o \tan \phi$$

Per la parte DEFD'E'F', posta al di sotto del centro di istantanea rotazione, nella ricerca della spinta, l'influenza del terreno sovrastante è stata introdotta quale semplice sovraccarico verticale q proporzionale all'affondamento d .

Imposte le condizioni di equilibrio ai cunei

di distacco, si sono ricavate le seguenti espressioni della spinta S rispettivamente per le zone al di sopra e al di sotto del centro C .

$$(11) \quad S = \gamma \frac{f}{\tan \beta} \left[\frac{b}{2} (f + 2d) \tan (\beta + \varphi) + \frac{fk_0}{3} (f + 3d) \tan \varphi \right]$$

Si è quindi ricercato, in forma adimensionale, il valore minimo di S al variare di β in funzione dei rapporti geometrici caratteristici. Per derivazione, dalle spinte si sono ricavate le pressioni e quindi i coefficienti k_p^* .

Questi ultimi, per comodità di calcolo sono stati espressi nella forma:

$$(12) \quad k_p^* = N_\varphi^\alpha$$

atta a correlare il coefficiente di spinta di Rankine N_φ al nuovo coefficiente k_p^* .

I valori di α , in funzione del rapporto d/b , f/b dell'angolo di attrito e del sovraccarico adimensionalizzato d/b sono riportati nelle figure 4, 5, 6.

Ai fini applicativi α è esprimibile nella forma:

$$(13) \quad \alpha = 1 + u\beta - v\beta^n$$

A titolo esemplificativo, per il caso di sovraccarico nullo, u , v ed n valgono:

$$\begin{aligned} u &= 1.05 - 0.0909 \varphi^{0.6} \\ v &= 0.556 - 0.05113 \varphi^{0.6} \\ n &= 1.15 \end{aligned}$$

ove φ è espresso in gradi sessagesimali

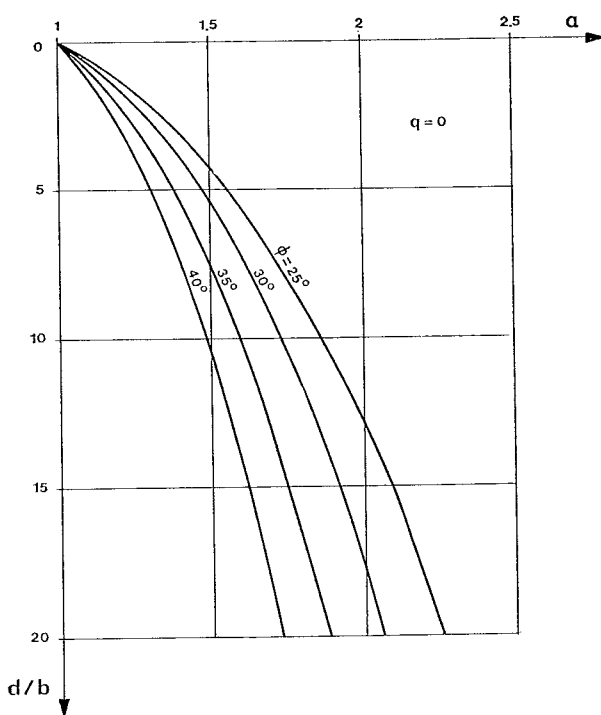


Fig. 4. - Valori di α per il calcolo di k_p^* nel caso di sovraccarico nullo.

$$(10) \quad S = \gamma \frac{d}{6} \frac{3b \tan (\beta + \varphi) + 2 d k_0 \tan \varphi}{\tan \beta}$$

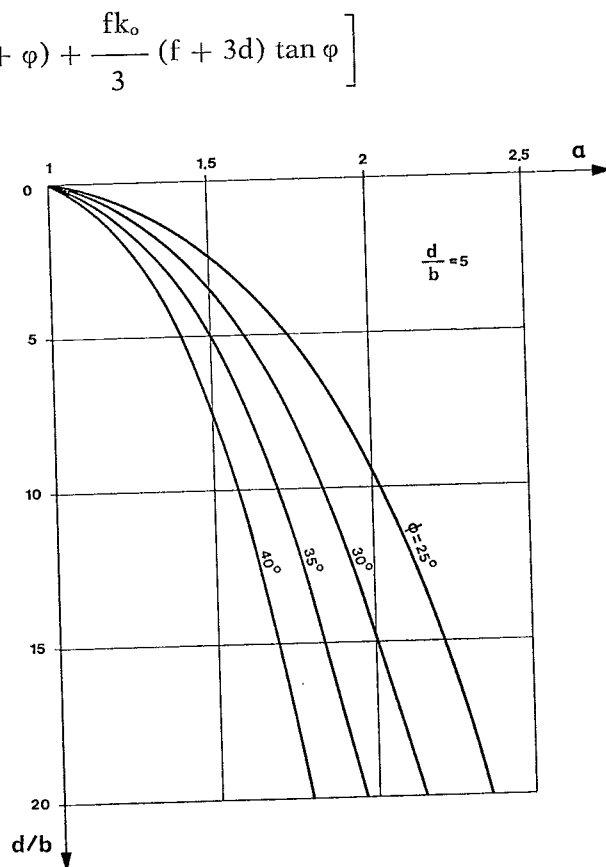


Fig. 5. - Valori di α per il calcolo di k_p^* per $\frac{d}{b} = 5$.

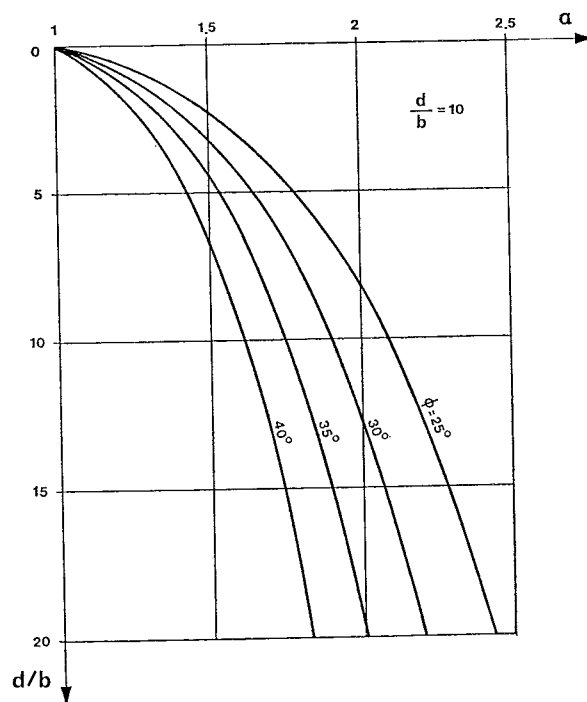


Fig. 6. - Valori di α per il calcolo di k_p^* per $\frac{d}{b} = 10$.

5. Determinazione dei coefficienti A per il fondo

La determinazione dei coefficienti A da introdurre nel calcolo della pressione di contatto prisma-suolo comporta la necessità di calcolare il cedimento della fondazione assegnando al terreno un modulo elastico corrispondente a quello tangente iniziale della curva carichi-spostamenti. Tale indagine, agli effetti applica-

tivi, può essere svolta supponendo una diffusione tronco-piramidale del carico nel suolo, con pendenza prefissata, per esempio 1:2. È possibile in tal modo individuare, per un terreno con modulo di elasticità normale variabile linearmente con la profondità e densità relativa costante, il cedimento s mediante l'espressione:

$$(14) \quad s = \frac{q l_m^2}{C \gamma} \int_0^L \frac{dz}{\xi z^3 + z^2 (\xi l + \xi l_m) + z (\xi l_m l + l_m l + l_m^2) + l_m^2 l}$$

dove sono:

- l = l'affondamento del prisma
- l_m = il lato minore della fondazione
- l_M = il lato maggiore della fondazione
- z = la profondità generica contata a partire dalla base della fondazione
- L = lo spessore del terreno che si ritiene interessato
- q = il carico uniforme applicato
- γ = il peso specifico del terreno

C = la costante del modulo di elasticità
 ξ = il rapporto l_m/l_M

L'espressione di s è integrabile in forma chiusa ma appare più agevole, nelle applicazioni numeriche, esprimere s nella seguente forma approssimata:

$$(15) \quad s = \frac{q l_m}{\gamma C} \psi$$

$$(16) \quad \psi = \frac{l (1.067 + 1.2 \xi) + l_m (1.2 + 1.6 \xi)}{(l^2 + 2 l l_m + 0.75 l_m^2) (1 + 2 \xi + 0.75 \xi^2)} l_m$$

La (16) è stata ottenuta ipotizzando uno spessore deformabile pari a $2 l_m$ suddiviso in due strati, ognuno con modulo costante.

Dalla (15) si ricava dunque il seguente valore da assegnare ad A

$$(17) \quad A = \frac{l_m \psi}{\gamma C}$$

Si rilevi che nella schematizzazione assunta entrano in gioco solo le componenti normali verticali delle tensioni. L'influenza delle altre

componenti di sollecitazione può essere introdotta mediante un opportuno valore di C . Qualora il bulbo di pressione interessi due o più strati con differenti caratteristiche meccaniche occorre valutare il cedimento s tenendo conto delle deformabilità dei singoli strati. Ad esempio, nel caso di due strati interessati, un'espressione approssimata di s può essere data da:

$$(15') \quad s = q l_m \psi^*$$

ove:

$$(16') \quad \psi^* = \sum_1^m \frac{2 n^2}{C_1 \{(n-1+2i) [n+(2i-1)\xi] [n\xi \frac{\sigma_v}{l_m} + (2i-1) l_m \xi \gamma_1]\}} +$$

$$+ \sum_m^n \frac{2 n^2}{C_2 \{(n-1+2j) [n+(2j-1)\xi] [n\xi \frac{\sigma_v}{l_m} + (2j-1) l_m \xi \gamma_2]\}}$$

Nella (16') n rappresenta il numero delle striscie di altezza costante in cui si suddivide il bulbo di pressione ed m è il numero delle striscie dello strato più superficiale; σ_v è la pressione verticale del terreno alla quota della base del prisma; C_1 e C_2 sono costanti con significato analogo a C .

È da tener presente che in caso di terreni

$$(18) \quad \int_{A_f} (\sigma_1 - \sigma_2) dA_f + 2 \int_{A_l} \tau_3 dA_l + \int_{A_b} \tau_5 dA_b - T = 0$$

$$(19) \quad \int_{A_f} (\tau_1 + \tau_2) dA_f + 2 \int_{A_l} \tau_4 dA_l + \int_{A_b} \sigma_5 dA_b - N - P = 0$$

$$(20) \quad \int_{A_f} \tau_1 x dA_f + \int_{A_l} \tau_2 x dA_l + \int_{A_f} (\sigma_1 - \sigma_2) y dA_f + \\ + 2 \int_{A_l} \tau_3 y dA_l + \int_{A_b} \sigma_5 x dA_b + \int_{A_b} \tau_5 y dA_b - (N + P) \left(x_c + \frac{A}{2} \right) - \\ - T (y_c + 1) - M = 0$$

ove:

M, N e T sono i carichi esterni applicati

P è il peso proprio del prisma

σ_1 e σ_2 sono espresse dalle (2) o (3) a seconda che si tratti di spinte attive o passive

σ_5 sono le tensioni normali agenti sulla base del prisma

$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$ sono le tensioni tangenziali

x_c e y_c sono le coordinate del centro di rotazione
 dA_f, dA_l, dA_b sono rispettivamente gli elementi infinitesimi delle superfici frontale, laterale e della base inferiore del prisma.

Poiché il procedimento di calcolo adottato è di tipo numerico, agli integrali sono stati ovviamente sostituite sommatorie, suddividendo il prisma e il terreno, in numero finito di fasce.

Si è dovuto individuare un criterio per la scelta del numero di fasce da prendere in esame. In figura 7 sono riportati i risultati di un test sulla convergenza dedotto per il prisma del-

stratificati anche il valore di q_{lim} deve essere opportunamente modificato [VESIC, 1970].

6. Le equazioni risolventi

Per la soluzione del problema debbono risultare soddisfatte, con riferimento alla figura 1, per una terna di valori dei carichi esterni applicati M, N, T , le seguenti equazioni di equilibrio:

l'esempio di seguito trattato. Si può osservare che per ottenere differenze tra i valori calcolati delle quantità caratteristiche (posizione del centro C e ampiezza della rotazione) di circa 1% è sufficiente adottare fasce di 20, 25 cm di spessore.

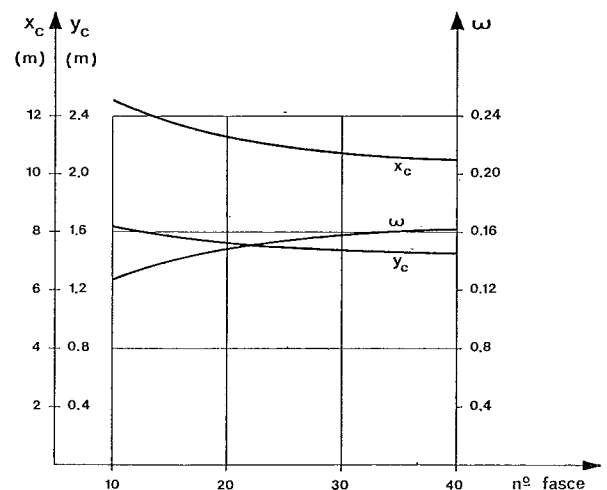


Fig. 7. - Analisi di convergenza.

7. Aspetti progettuali

Il metodo qui proposto si inserisce perfettamente nell'ottica progettuale che, partendo da dati obiettivi (i carichi applicati, la stratigrafia del terreno e le sue caratteristiche meccaniche, gli spostamenti ammissibili della struttura sovrastante) ricerca un dimensionamento che soddisfi criteri di affidabilità nei confronti della ampiezza degli spostamenti e dell'entità delle tensioni massime indotte nel suolo e nell'elemento fondazionale. Il metodo consente in modo agevole innanzitutto di ricercare, per una prefissata sezione trasversale, la lunghezza di infissione del prisma in funzione del parametro che si ritiene più vincolante.

Si impone con evidenza però il problema della valutazione della sicurezza che la fondazione così dimensionata offre rispetto ad una situazione definita pericolosa. Il semplice raffronto o della entità di una componente di spostamento rispetto ad un valore prefissato ritenuto non superabile, o del valore dello stato tensionale del terreno con lo stato limite, non sembrano significativi. Se infatti in un determinato punto, od anche in una zona limitata, il rapporto R tra la sollecitazione indotta nel suolo e la corrispondente tensione limite raggiunge il valore unitario non significa che la fondazione sia prossima al collasso: ciò è tanto più vero in quanto la capacità portante del prisma nasce dal funzionamento in « parallelo » di « meccanismi » di rottura, che, se il terreno è stratificato, sono tra loro differenziati in quanto caratteristici di materiali diversi.

Appare dunque inevitabile ricercare il fattore di sicurezza della fondazione in altro modo.

Sembra a questo fine significativo esaminare il comportamento di una fondazione, di cui si suppone compiutamente assegnata la geometria, al crescere dei carichi. Utilizzando un moltiplicatore λ dei carichi applicato alle singole componenti di azione esterna, si può agevolmente ottenere l'andamento delle componenti di spostamento o dei rapporti R caratterizzanti lo stato tensionale, in funzione di λ stesso.

Un primo interessante criterio di giudizio della sicurezza può trarre spunto dall'esame dell'entità degli spostamenti di punti particolarmente caratteristici (per esempio il punto w di fig. 1) e della loro variazione in funzione di λ . Val la pena di sottolineare che esiste ovviamente la possibilità di applicare il moltiplicatore dei carichi a tutte o a solo una parte delle componenti di azione esterna. Tale scelta

può essere fatta solo con riferimento a problemi concreti ed in relazione alla necessità di porre in luce l'influenza di una o più componenti di carico esterno sui parametri in esame.

Un altro criterio di giudizio può derivare dall'esame della estensione delle zone ove le tensioni hanno raggiunto il valore limite al variare di λ .

Con il metodo proposto, tale indagine risulta particolarmente agevole in quanto lo stato tensione nel terreno è noto in ogni punto ed è possibile conoscere compiutamente in quale modo si evolve l'ampiezza delle zone ove R raggiunge il valore unitario.

Sembra opportuno suggerire dunque che non un solo elemento (una componente di spostamento, il valore di R in punti caratteristici, ecc.) debba essere preso in esame per valutare la sicurezza, bensì l'insieme di una serie di informazioni ognuna delle quali, considerata isolatamente, è significativa ma non determinante.

8. Indagine numerica

Descrizione del terreno

Per porre in luce le possibilità operative del metodo proposto si sono svolte alcune indagini numeriche.

Per quanto riguarda le caratteristiche del terreno, si sono presi in esame tre profili stratigrafici, contraddistinti con A, B e C.

In A il terreno è uniforme, costituito da materiale sciolto e caratterizzato da parametri geotecnici raccolti nella tabella 1.

Il profilo B è caratterizzato da una coltre superficiale analoga a quella del tipo A, con potenza pari a 5 m, sovrapposta ad un banco indefinito di terreno mediamente addensato.

Il terzo profilo esaminato prevede invece un suolo costituito da materiale analogo a quello del tipo A ma con una intercalazione, della potenza di 2 m, di materiale mediamente addensato, analogo a quello preso in esame per il più profondo strato di B.

Nella tabella che segue sono stati raggruppati i coefficienti numerici adottati per individuare il legame tensioni spostamenti sia del terreno più soffice che per il terreno più compatto.

TAB. I

φ	δ	$A_a \sigma_o$	$B_a \sigma_o$	r_a	$A_p \sigma_o$	$B_p \sigma_o$	r_p	$A_z \tau_{lim}$	r_z	K_o	γ
29°	26°	0,0015	5,9	0,94	0,0075	0,43	0,94	0,0016	0,9	0,515	1,7
33°	29°	0,0011	6,25	0,96	0,0022	0,36	0,94	0,0016	0,9	0,455	1,8

dove con:

φ si è indicato l'angolo d'attrito interno del suolo

δ si è indicato l'angolo d'attrito suolo-prisma

$A_a, A_p, B_a, B_p, A_z,$ sono i coefficienti che compaiono nei legami tensioni spostamenti per le tensioni normali sui fronti e per le tensioni tangenziali

K_o è il coefficiente di spinta a riposo

γ è il peso specifico in t/m^3

L'indagine svolta ha simulato un tipico problema progettuale. Si è infatti supposto di dover dimensionare una fondazione costituita da un pannello di paratia avente le dimensioni in

pianta $a = 4.00$ m $b = 1.00$ m e sottoposto ai seguenti carichi esterni:

$$M = 300 \text{ tm}$$

$$N = 300 \text{ t}$$

$$T = 30 \text{ t}$$

In fig. 8a e 8b sono riportati gli andamenti delle componenti orizzontali s_{wo} e verticale s_{wv} dello spostamento del punto W del pannello, in funzione della profondità d'infissione l .

L'indagine è stata svolta per i tre tipi di terreno precedentemente descritti e i risultati ottenuti sono contrassegnati nelle figure con le lettere A, B e C rispettivamente.

L'esame delle figure 8 pone in luce come l'influenza delle caratteristiche meccaniche del terreno si attenua considerevolmente per i valori più elevati dell'infissione per quanto ri-

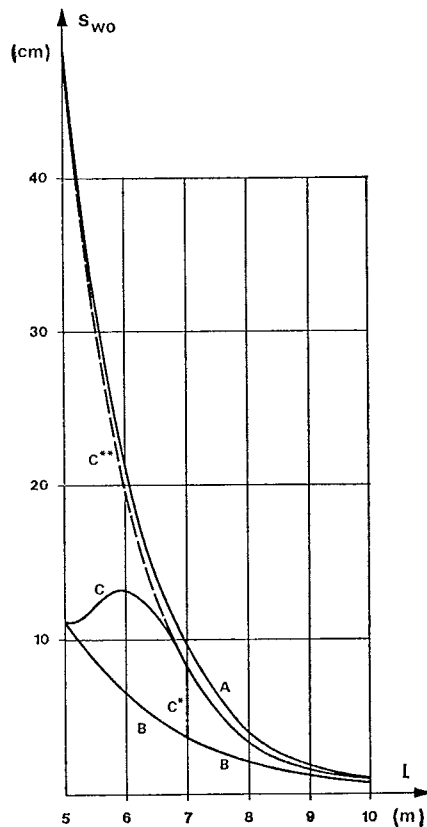


Fig. 8a. - Componente orizzontale.

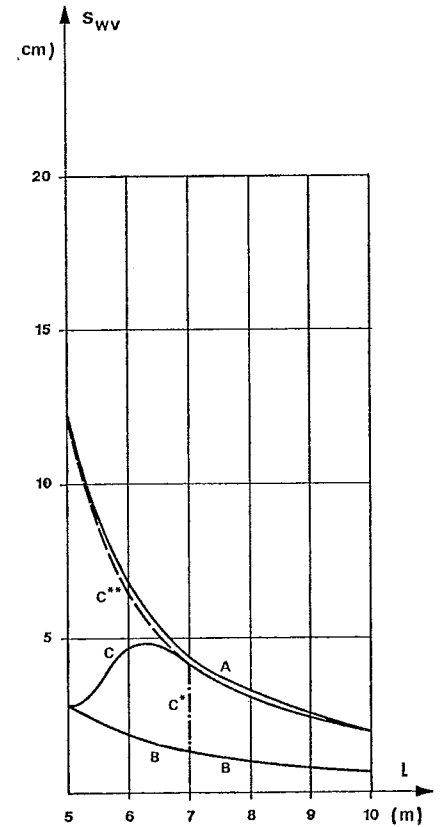


Fig. 8b. - Componente verticale.

guarda le componenti orizzontali dello spostamento mentre rimane sensibile per quanto riguarda s_{wv} . Tale risultato è ben comprensibile vista l'importanza determinante che assume nella ricerca dell'equilibrio, per i prismi più tozzi, la risposta del suolo sulla base del prisma.

Le curve per il terreno C con $5 \leq l \leq 7$ m sono state desunte utilizzando il metodo approssimato precedentemente esposto in 5. Qualora si fosse ignorata l'influenza dello strato più deformabile la curva C avrebbe avuto lo stesso andamento della B da $l = 5$ m fino a $l = 7$ m presentando per $l = 7$ una discontinuità indicata con C*.

Nella figura 8 sono riportati pure gli andamenti degli spostamenti calcolati mantenendo inalterata l'influenza dello strato rigido sulle superfici laterali del prisma ma adottando per il fondo le caratteristiche dello strato più deformabile (curva C**).

È interessante rilevare che la pendenza del legame s-l aumenta sensibilmente al diminuire di l, mettendo in luce come la sicurezza della fondazione possa rapidamente ridursi anche per modeste variazioni del suo approfondimento. Significativa è infine la riduzione del-

l'entità degli spostamenti allorché il prisma penetra in uno strato indefinito più compatto anche per breve tratto. Nell'esempio trattato, a parità di carichi e di dimensioni geometriche, l'infissione di solo un metro nel terreno più compatto (e quindi per un prisma lungo solo 6.0 metri) conduce a spostamenti dell'ordine di circa 1/3 di quelli che si verificano nel caso di terreno più sciolto.

Nelle figure 9 e 10 sono riportate le quantità R_1 , R_2 , R_5 indicanti i rapporti tra le tensioni σ_1 , σ_2 , σ_5 e le relative tensioni limite. Per brevità ci si è limitati a riportare gli andamenti di tali quantità solo per i prismi di lunghezza $l = 5$ m e $l = 10$ m, rispettivamente.

Si rilevi che per il prisma infisso per 5 m (fig. 9) le spinte attive sono state quasi ovunque chiamate in causa con il loro valore limite

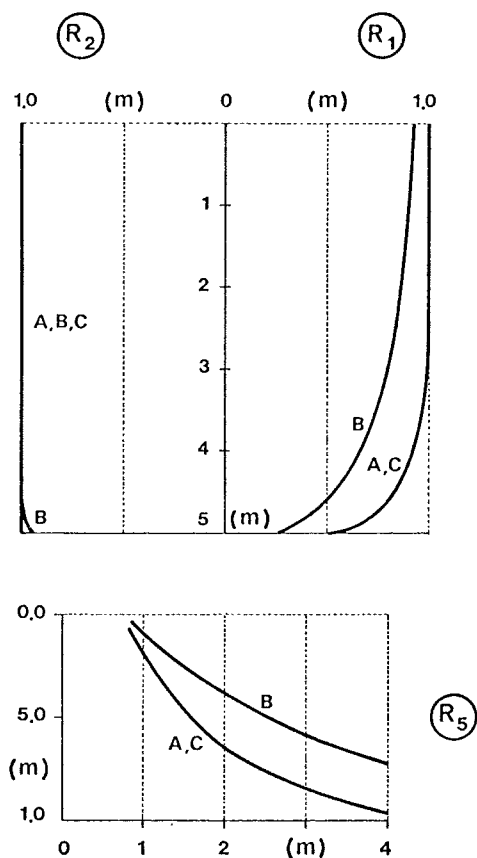


Fig. 9. - Andamenti di R_1 , R_2 e R_5 per prisma con $l = 5$ m.

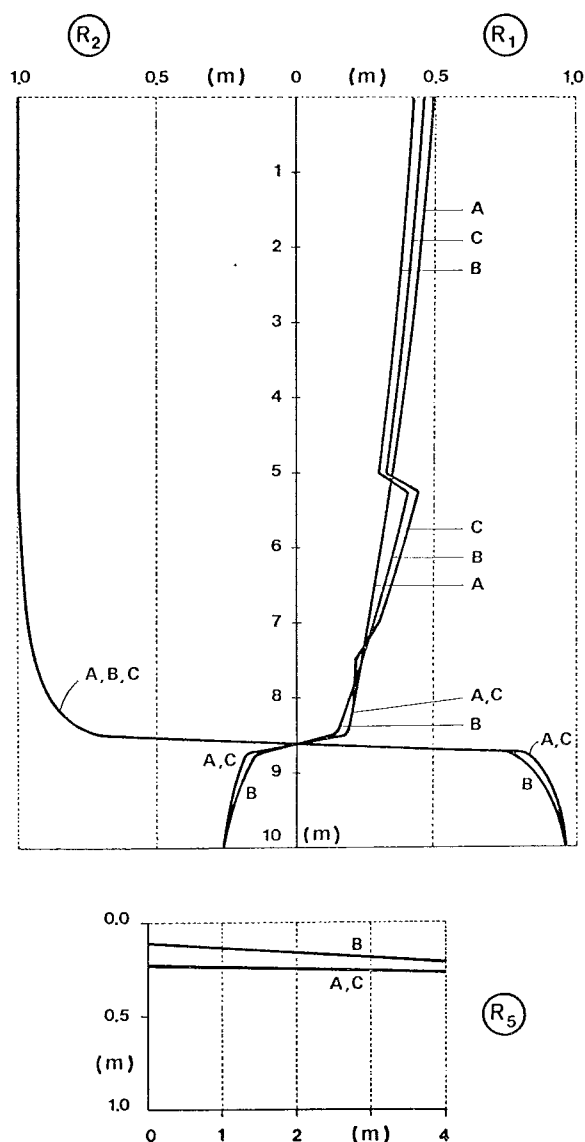


Fig. 10. - Andamenti di R_1 , R_2 e R_5 per prisma con $l = 10$ m.

(cosa ovvia data l'ampiezza degli spostamenti che il prisma è chiamato a compiere per trovare una posizione di equilibrio); le spinte passive sui fronti sono molto rilevanti e, nel caso del terreno A, raggiungono, per quasi metà dell'altezza del prisma, il loro valore limite ($R_1 = 1$). Anche le tensioni sul fondo sono molto rilevanti e la sezione reagente risulta parzializzata. Tutto ciò è in buon accordo con gli andamenti degli spostamenti riscontrati in precedenza che denunciavano considerevoli variazioni di questi ultimi per modesti cambiamenti delle lunghezze l . È chiaro che la fondazione così dimensionata ha risorse statiche estremamente modeste soprattutto nel caso di terreno tipo A.

La figura 10 riporta le stesse quantità per il caso di un prisma di maggior lunghezza $l = 10$ m. È immediato riconoscere in questo caso quanto siano ampie e considerevoli le riserve di resistenza che ancora la fondazione è in grado di offrire: le spinte passive sui fronti sono circa il 50% di quelle limiti e quelle sul fondo sono il 25% circa anche per il terreno A.

Il centro d'istantanea rotazione C si innalza, allontanandosi dal fondo ed esce dal contorno del prisma, permettendo a tutta la base di quest'ultimo di reagire. Si rilevi la discontinuità presente nei valori di R_1 ed R_2 allorché sono interessati strati di suolo con differenti caratteristiche meccaniche. Per meglio evidenziare tale aspetto, in figura 11 si sono riportate di-

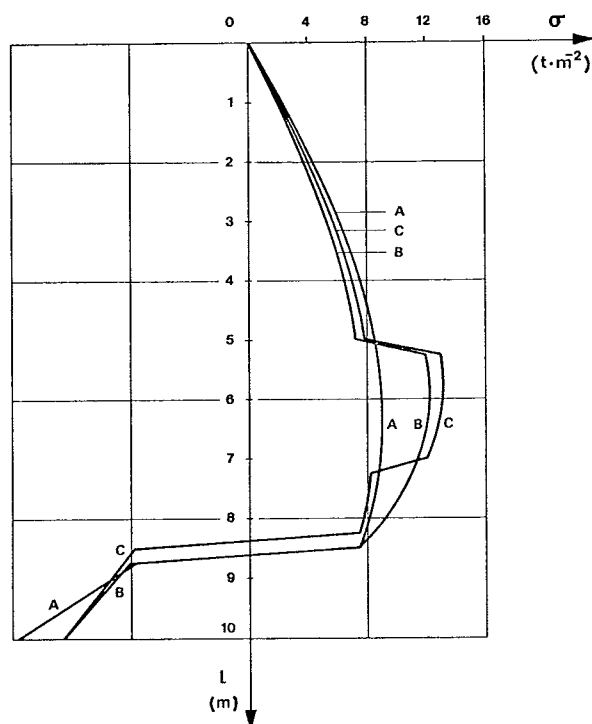


Fig. 11. - Andamenti di tensioni passive sui fronti per prisma con $l = 10$ m.

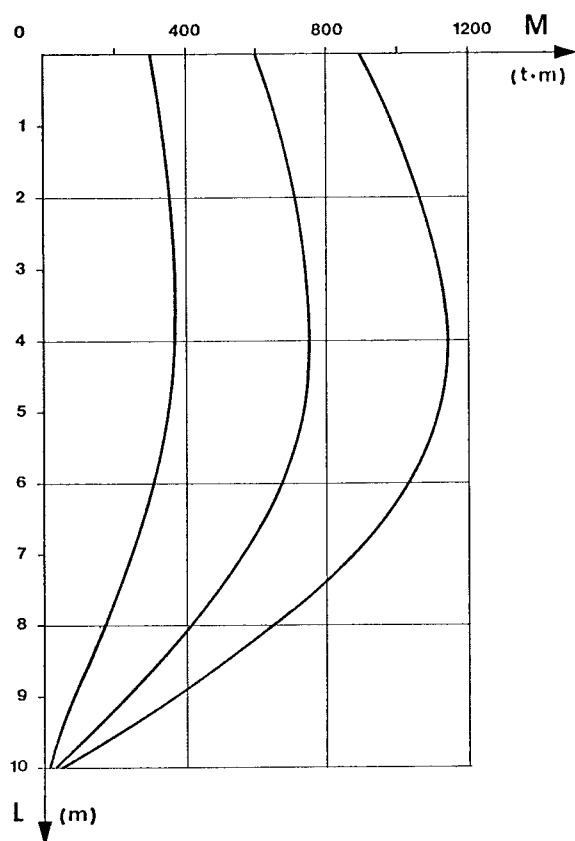


Fig. 12a. - Andamento momento flettente per $\lambda = 1,2,3$.

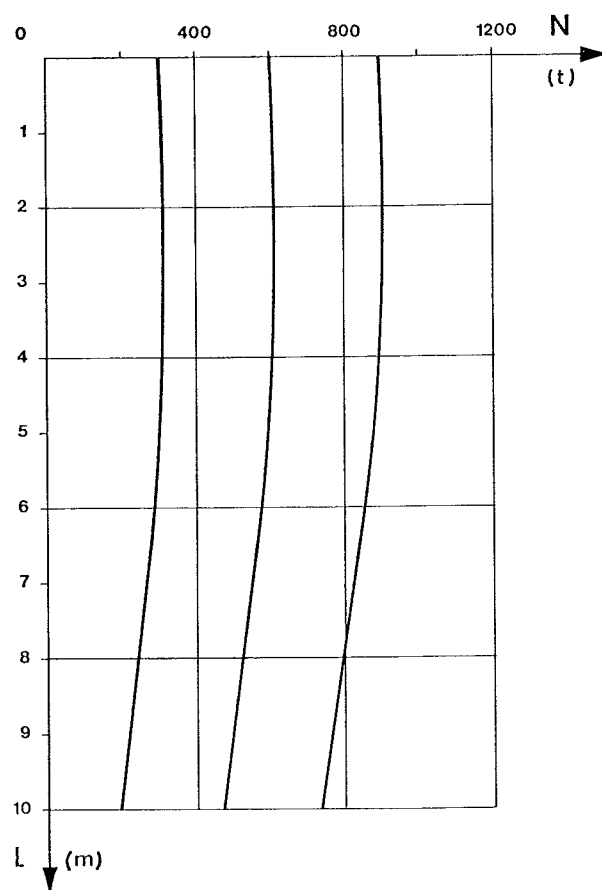


Fig. 12b. - Andamento azione assiale per $\lambda = 1,2,3$.

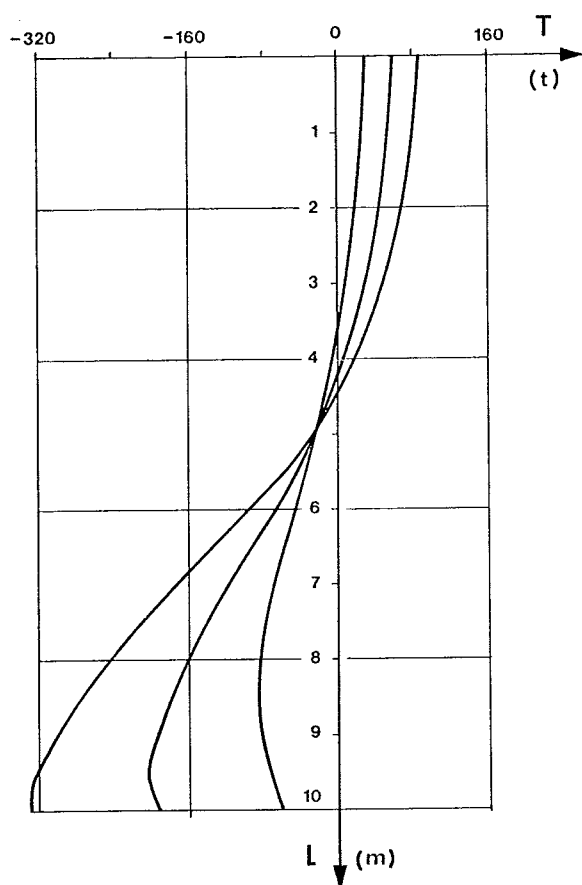


Fig. 12c. - Andamento azione tagliante per $\lambda = 1,2,3$.

Fig. 12. - Azioni interne prisma $l = 10$ m.

rettamente gli andamenti delle spinte passive agenti sui fronti del prisma con $l = 10$ m alle varie quote per i tre tipi di terreni esaminati. Sempre per lo stesso prisma sono state calcolate le azioni interne il cui andamento, per tre valori di λ e per il terreno di tipo A, sono riportati a titolo di esempio in fig. 12a, b, c.

9. Influenza del moltiplicatore dei carichi

Nello spirito di una più approfondita ricerca di un significativo elemento atto a porre in luce la sicurezza della fondazione, o meglio, atto a fornire un'indicazione circa la residua capacità portante che la fondazione può ancora mettere a disposizione, si è provveduto ad applicare ai carichi esterni dei moltiplicatori.

Il prisma esaminato è quello dell'esempio precedente, con $l = 10$ m e con i carichi di progetto $M = 300$ tm, $N = 300$ t, $T = 30$ t. A tali carichi sono stati applicati sia un moltiplicatore λ uguale per tutti, sia un moltiplicatore λ agente solo sull'azione flettente e tagliante.

Nelle figure 13a e 13b sono riportate in fun-

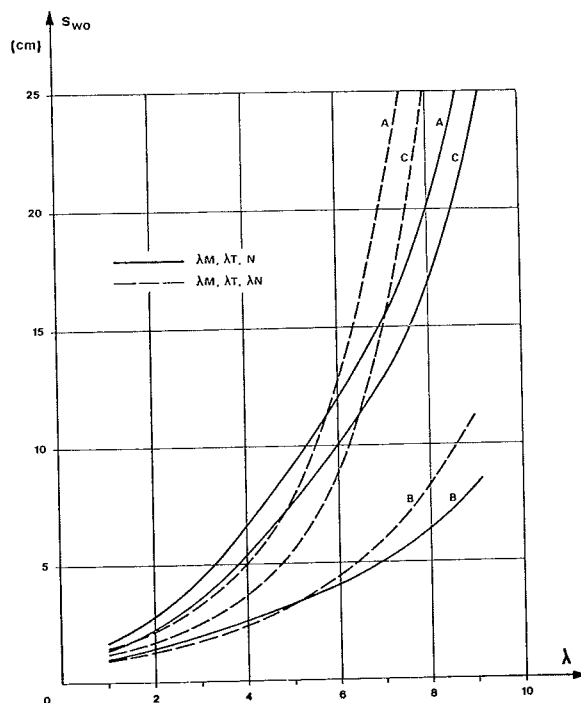


Fig. 13a. - Componente orizzontale.

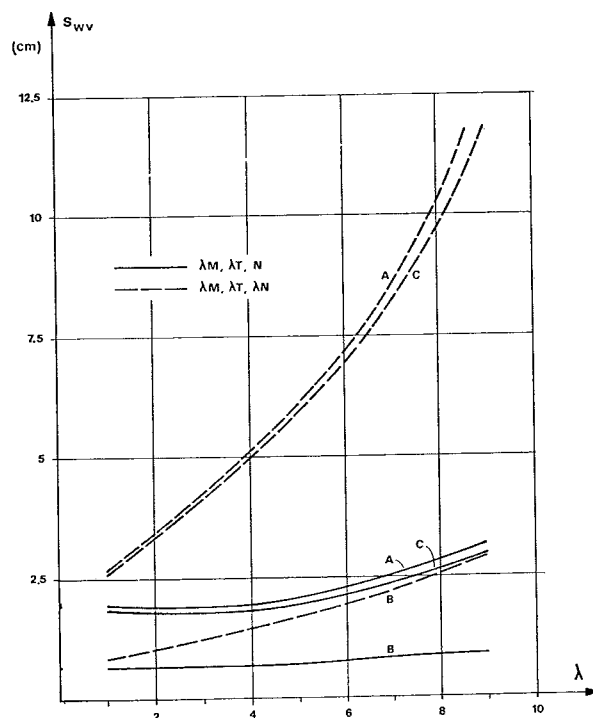


Fig. 13b. - Componente verticale.

Fig. 13. - Andamenti spostamenti in funzione moltiplicatrice carichi.

zione di λ i valori delle componenti di spostamento s_{wo} ed s_{wv} per i tre tipi di terreno considerato.

L'esame dei grafici riguardanti la componente orizzontale di spostamento, allorché λ opera sulle tre componenti di carico, denuncia un

andamento non proporzionale ai carichi (il che è ovvio dato il tipo di legami tensione spostamenti assunti) ma con tendenza ad un rapido accentuarsi dei valori degli spostamenti non appena λ assume valori dell'ordine di 1.8. Ciò accade sia nel caso del terreno tipo A che in quello tipo B e C.

Meno accentuata è la pendenza del diagramma per il terreno tipo B. Ciò è ben comprensibile se si tiene conto che i terreni tipo A e C sono sostanzialmente simili, a meno di un livello di terreno di piccola potenza peraltro disposto in prossimità del centro di istantanea rotazione e quindi con limitata influenza.

Ben differente è invece il comportamento per il terreno B. In questo caso la parte più compatta del suolo esplica appieno le sue capacità portanti, limitando sensibilmente l'entità degli spostamenti. Si rilevi che sia la pendenza iniziale sia quella per elevati valori di λ sono decisamente minori.

Appare così evidente dall'esempio l'opportunità che si offre al progettista di definire con accuratezza la lunghezza d'infissione del prisma e il suo eventuale approfondimento in uno strato dotato di caratteristiche meccaniche più ele-

vate affinando le consuete formulazioni semiempiriche che conducono ad infissioni di entità correlata semplicemente alle dimensioni trasversali del prisma e non a più oggettivi dati.

Se il moltiplicatore non è applicato a tutte le componenti di carico, escludendo per esempio l'azione assiale e mantenendo costanti le altre quantità in gioco, si ottengono famiglie di curve, analoghe alle precedenti, pure riportate in figura 13a e 13b.

L'influenza dell'azione assiale è così ben posta in luce. Per piccoli valori di λ tale influenza è poco significativa sull'entità delle componenti orizzontali dello spostamento, ma aumenta per i valori più elevati di λ ; rilevante è invece il suo peso, come ovvio, per quanto riguarda le componenti verticali.

Un ultimo grafico (figura 14) riporta, a titolo d'esempio, l'andamento delle componenti orizzontali dello spostamento per il terreno tipo A e tipo B in funzione della lunghezza del prisma e nell'ipotesi di utilizzare il coefficiente di spinta passiva alla Rankine e il coefficiente di spinta passiva modificato k_p^* , precedentemente illustrato che tien conto delle zone di suolo non direttamente impegnate dal prisma per contatto diretto. Si può rilevare che le differenze riscontrate, risultano significative per prismi relativamente tozzi, ma divengono trascurabili per prismi caratterizzati da lunghezze di infissione rilevanti.

10. Confronti con metodi già noti

Si è ritenuto significativo paragonare i risultati desunti tramite il metodo qui esposto con quelli ottenibili utilizzando due metodi di calcolo già noti. Il primo di questi metodi [JAMIOLKOWSKI, 1968] mette in conto solo la reazione normale fornita dal terreno sul fondo e sul fronte del prisma. La risposta del terreno è caratterizzata da un coefficiente di sottofondo variabile linearmente con la profondità e la posizione del centro di rotazione C è individuata da un'unica coordinata, essendosi ipotizzato C sull'asse del prisma.

Il secondo metodo [BERARDI, 1970] considera il terreno idealmente elastico e schematizzabile con molle. Viene fornita una soluzione chiusa per terreno omogeneo ma con distribuzione di tensioni tangenziali nulle o note sulle pareti del prisma. Al solito C è supposto sull'asse della fondazione.

Nelle figure 15 a, b, c, d sono rappresentate, per confronto, gli andamenti delle quantità

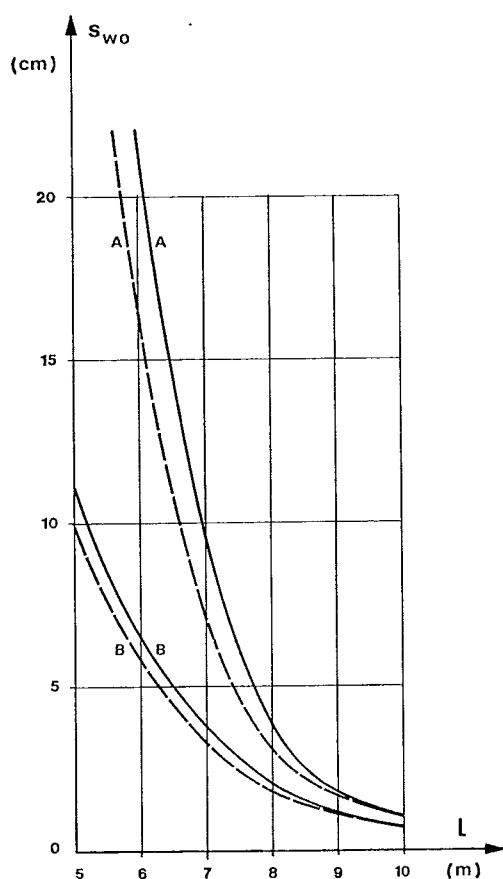


Fig. 14. - Andamento componente orizzontale spostamento in funzione della lunghezza d'infissione l per $K_p = N_a$ (linea continua) e $K_p = k_p^*$ (linea a tratti).

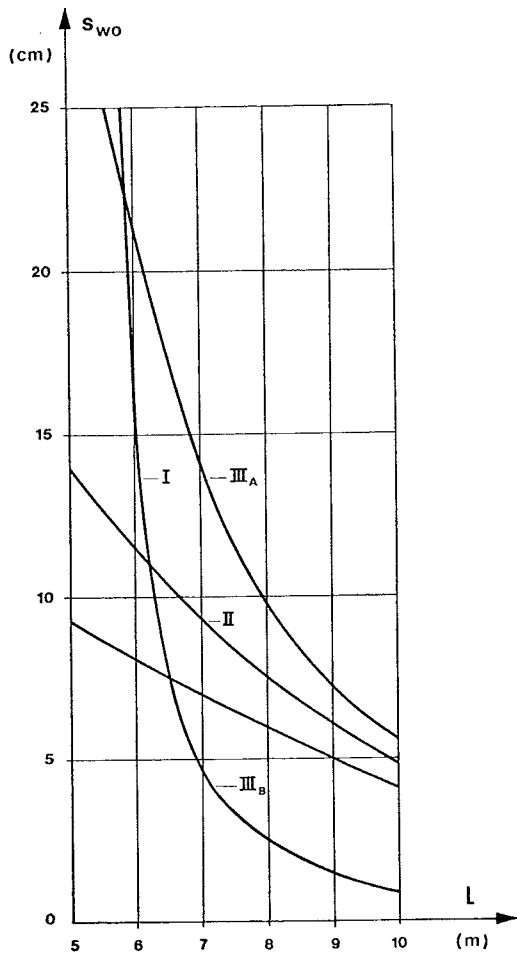


Fig. 15a. - Componente orizzontale dello spostamento del punto W.

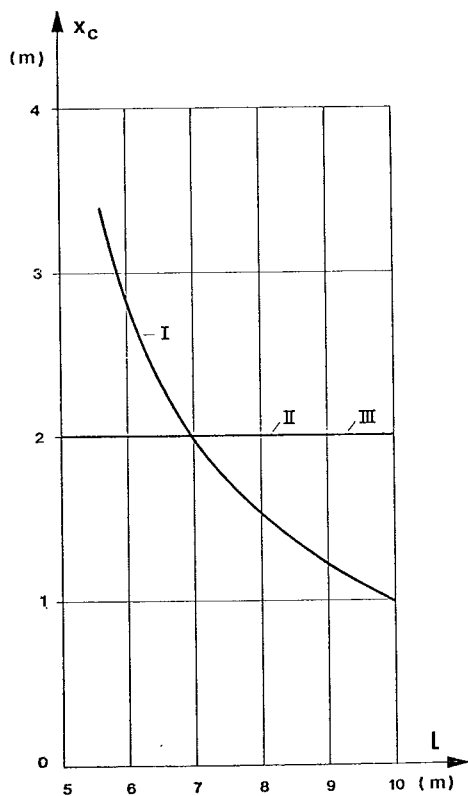


Fig. 15b. - Coordinata x_c del centro di rotazione C.

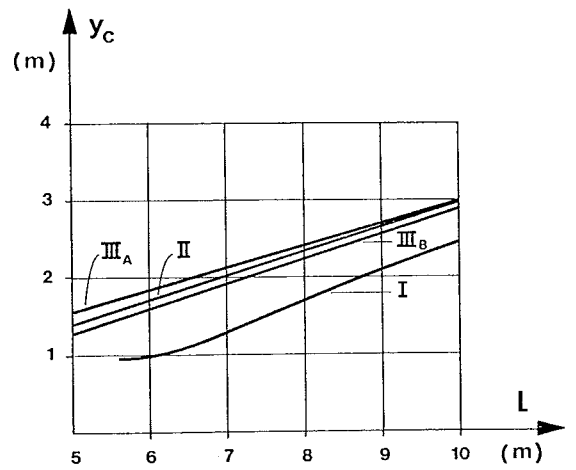


Fig. 15c. - Coordinata y_c del centro di rotazione C.

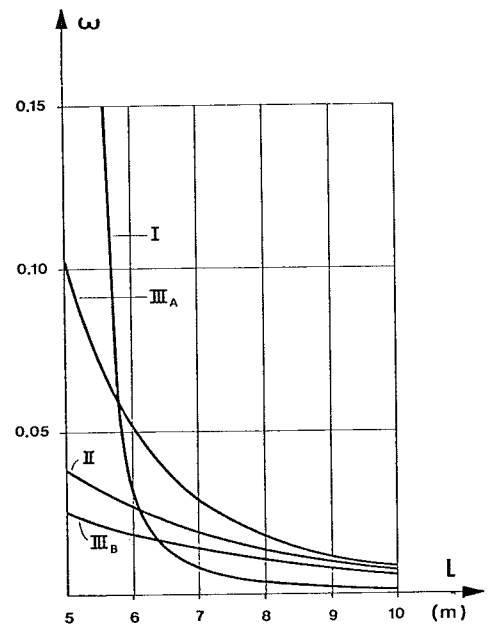


Fig. 15d. - Ampiezza della rotazione ω .

Fig. 15. - Confronti con risultati già noti.

S_{wo} , x_c , y_c ed ω ottenute con il metodo qui proposto (curve I) e con i due metodi citati (curve II e III rispettivamente) al variare della lunghezza di infissione.

Il prisma esaminato è stato considerato immerso in un terreno sciolto. Per eseguire il confronto, stante la disomogeneità dei tipi di legami carichi spostamenti assunti (uno iperbolico e gli altri lineari) si è assegnato al coefficiente di sottofondo nei due metodi esaminati un valore ottenuto da un legame lineare secante l'iperbole in corrispondenza alla metà del carico limite. Per il metodo proposto da Berardi si è pure esaminato l'andamento degli spostamenti e delle altre quantità utilizzando altresì un coefficiente ricavato ipotizzando un legame tan-

gente all'iperbole in corrispondenza dell'origine (curva III b).

Per quanto concerne i legami tensioni-spostamenti agenti sui fronti, i legami iperbolici assunti nel metodo qui illustrato hanno tangente iniziale uguale a quella dei legami lineari. Si deve sottolineare però che il legame iperbolico fornisce tensioni (pari alla pressione a riposo) anche per spostamento nullo; pertanto pure in questo caso il legame lineare risulta secante a quello iperbolico.

BIBLIOGRAFIA

- BERARDI G. (1970) - *Sul calcolo delle fondazioni a pozzo*. X Congresso di Geotecnica - Bari.
- BUZZI FERRARIS G., CASAPOLLO A. (1972) - *Risoluzione di sistemi di equazioni algebriche non lineari e loro applicazioni*. Ingegneria chimica Italiana.
- GATTI G. F., LOCATELLI M. (1977) - *Sul dimensionamento di prismi di fondazione*. Prefabbricare n. 783.
- JAMIOLKOWSKI M. (1968) - *Dimensionamento delle fondazioni a pozzo*. Atti a rassegna tecnica della soc. Ingegneri e Architetti di Torino.
- KONDNER K. L., ZELASKO S. (1963) - *Hyperbolic Stress-Strain Formulation for Sands*. Proceedings 2nd Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering - Brasil.
- VESIC A. (1975) - *Bearing Capacity of Shallow Foundations*. Foundation Engineering Handbook VNB.

SUMMARY

Shaft foundations in stratified soils

The design of shaft foundations is a quite complex problem and its solution is usually carried out on the basis of a number of simplifying assumptions. Some of them are related to the knowledge « a priori » of at least one coordinate of the foundation center of rotation and of some stress components in the soil mass. In addition the soil is assumed to be elastic and homogenous, or at least with elastic characteristics linearly variable with depth. Finally the soil under the base of the foundation is assumed to react both in tension and compression.

In this paper a numerical approach is presented that allows the design of shaft foundations avoiding the mentioned assumptions.

By means of an iterative procedure the final configuration of a rigid shaft is obtained under a generic loading condition, and for a generally layered soil. The stress strain relationship adopted for the soil can be of any type and all the stress components in the soil are accounted for in the solution.

The method allows for the foundation design taking into account both the limit stress states into the soil mass and the limit displacements acceptable by the shaft.

As an application the behaviour of a shaft embedded into a layered soil, with parabolic stress-strain relationship, subjected to trust, shear and moment on its top is analyzed.