

# Introduzione alla resistenza al Taglio Semplice Diretto delle sabbie

G. ROSSATO, M. SORANZO\*

**SOMMARIO:** Il dispositivo di Taglio Semplice Diretto si propone di applicare al campione sottoposto alla prova una condizione di taglio uniforme con deformazione piana. Nel presente articolo si intende brevemente presentare lo stato attuale delle conoscenze e confrontare i parametri di resistenza al taglio ottenuti con prove di Taglio Semplice Diretto su sabbie del tipo  $Ck_0D$  (consolidate secondo  $k_0$  e drenate) con i relativi parametri delle prove triassiali convenzionali di compressione. Particolare attenzione viene quindi dedicata al fenomeno della dilatanza che nelle prove di Taglio Semplice Diretto si può controllare dall'esterno con misure di volume.

## 1. Introduzione

Il comportamento Tensioni - Deformazioni delle terre ed i parametri di resistenza al taglio possono essere indagati in laboratorio per mezzo dell'apparecchiatura triassiale convenzionale. Nell'apparecchiatura triassiale i campioni cilindrici vengono assoggettati ad un sistema assial-simmetrico di tensioni principali dove, nelle comuni prove triassiali di compressione, la tensione principale maggiore ( $\sigma_1$ ) è diretta secondo l'asse del provino, mentre le tensioni principali minore ( $\sigma_3$ ) ed intermedia ( $\sigma_2$ ) sono uguali e dirette radialmente (Fig. 1). Pertanto essendo note l'intensità e l'ampiezza delle tensioni principali, lo stato di tensione interno al campione viene determinato attraverso la costruzione grafica dei cerchi di Mohr nel piano  $\sigma$ - $\tau$ .

Nelle prove condotte con l'apparecchiatura triassiale però, le direzioni degli assi principali delle tensioni sono fisse; inoltre le tensioni principali intermedia ( $\sigma_2$ ) e minore ( $\sigma_3$ ) sono uguali. In situ invece, in molti casi si verificano sistemi di tensioni principali indipendenti ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) e con rotazione degli assi.

Prendendo spunto dai fenomeni di instabilità legati a condizioni di simmetria rispetto ad un piano ed alla rotazione degli assi principali delle sollecitazioni (per esempio, nel caso di grandi rilevati, sbancamenti, opere di sostegno; fig. 2), oppure dagli effetti della rotazione ciclica degli assi principali sulla resistenza delle terre (per esempio, i piloni dei ponti sottoposti all'azione del vento, o le fondazioni delle piattaforme petrolifere sottoposte all'azione del moto ondoso), sono state sviluppate nel tempo diverse apparecchiature di Taglio Diretto. La più semplice apparecchiatura di Taglio Diretto è la nota Scatola di Casagrande, che sottopone il campione di prova ad una condizione di taglio uniforme con deformazione piana, imponendo che la rottura avvenga secondo un piano orizzontale predeterminato (fig. 3a).

Una più complessa evoluzione del Taglio Diretto è invece costituita dall'apparecchiatura di Taglio Semplice Diretto. La prova di Taglio Semplice Diretto infatti trae origine dall'osservazione delle condizioni di deformazione che si verificano nella scatola di Casagrande [HVORSLEV, 1937] (fig. 3b) e si propone di superarne i principali difetti; cioè il fatto che la rottura avvenga secondo un piano imposto e senza misurazioni delle pressioni neutrali, la difficoltà di valutare correttamente le deformazioni, l'accentuata disuniformità delle distribuzioni delle tensioni.

Dei sei gradi di libertà di un generico sistema di deformazioni, la condizione di Taglio Semplice, che è uno Stato Piano della deformazione, offre soltanto due gradi di libertà. Nello spazio  $x$ - $y$ - $z$ , indicando con  $x$  la direzione di applicazione dello sforzo tagliante e con la  $z$  la direzione verticale, con la convenzione di segno di figura 4a, si ha (fig. 4b).

$$\begin{aligned} \epsilon_g &= \epsilon_x = \gamma_{zy} = \gamma_{yx} = 0 \\ \epsilon_y &\neq 0 \\ \gamma_{zx} &\neq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

In particolare, si può notare che la deformazione verticale  $\epsilon_z$  coincide con la deformazione volumetrica  $\epsilon_v$ :

$$\epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \epsilon_z \quad (2)$$

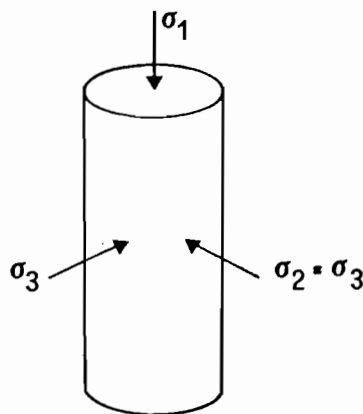


Fig. 1. - Tensioni applicate al campione nella prova triassiale.

\* Dott. Ing. GIANNI ROSSATO, Dottorando in Ingegneria Geotecnica, Università di Padova; Prof. Ing. MAURIZIO SORANZO, Associato di Geotecnica, Facoltà di Ingegneria, Università di Udine.

Le apparecchiature di Taglio Semplice Diretto (Direct Simple Shear) si dividono in tre categorie principali: il dispositivo tipo «Cambridge» [ROSCOE, 1953], che sottopone alla prova di taglio un campione con pianta quadrata compreso tra due superfici scabre orizzontali collegate attraverso pareti rigide lisce, a due a due parallele, incerniate alle estremità (fig. 5a); il dispositivo tipo «NGI» [BJERRUM e LANDVA, 1966], che prevede un campione con pianta circolare compreso tra due superfici scabre orizzontali collegate attraverso una membrana di gomma rinforzata da un filamento

metallico con lo scopo di impedirne le deformazioni radiali (fig. 5b); il dispositivo tipo «SGI» [KJELLMAN, 1951], che prevede un campione con pianta circolare compreso tra due superfici scabre orizzontali collegate attraverso una membrana di gomma rinforzata esternamente per mezzo di una colonna di anelli metallici con lo scopo di impedirne le deformazioni radiali (fig. 5c).

Il presente articolo fa riferimento ad un dispositivo di Taglio Semplice Diretto del tipo SGI, schematicamente rappresentato in figura 6. Il campione è compreso tra due superfici orizzontali rigide, attra-

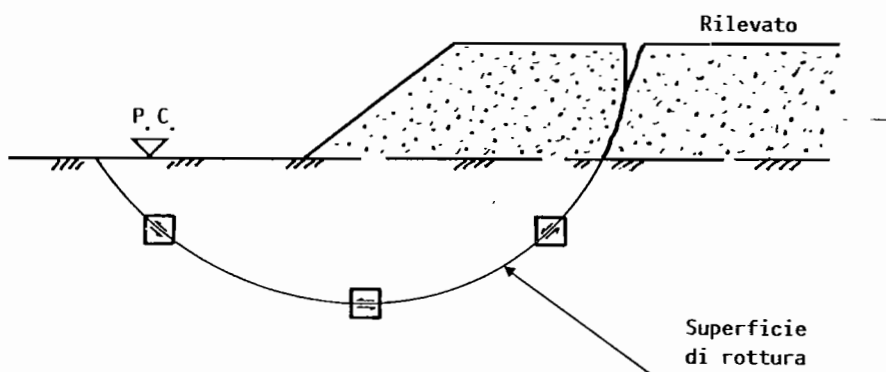


Fig. 2. - Esempio di condizione in situ di taglio con deformazioni piane e rotazione degli assi principali.

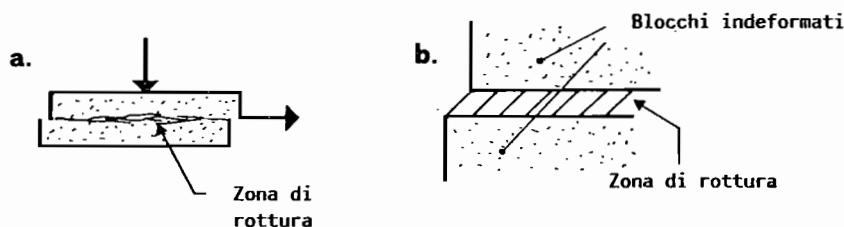


Fig. 3. - (a) Scatola di Casagrande di Taglio Diretto; (b) schematizzazione della zona di rottura nella scatola di Casagrande.

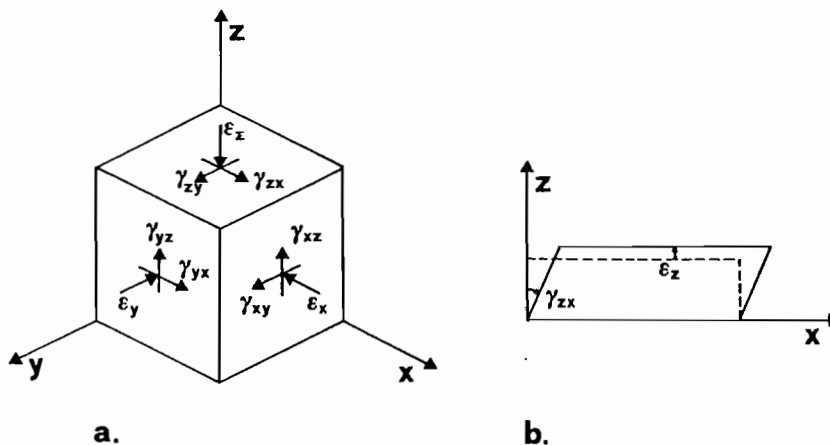


Fig. 4. - (a) Convenzione di segno per le deformazioni; (b) sistema di deformazioni nel Taglio Semplice Diretto.

verso le quali viene applicata la tensione tagliante, ed una membrana di contenimento esternamente rinforzata per mezzo di anelli metallici rigidi. Attraverso un sistema elettronico di acquisizione dei dati, sono possibili le misurazioni del carico verticale e dello sforzo di taglio applicati esternamente, della pressione neutrale interna, degli spostamenti orizzontali della base del campione e degli spostamenti verticali del pistone. In figura 7 vengono definite le grandezze misurate nella prima fase di  $k_0$ -Consolidazione (a) e nella fase di Taglio (b).

- $\epsilon_v = \epsilon_z =$  deformazione verticale
- $\epsilon_h = \epsilon_y = \epsilon_x =$  defomazione orizzontale
- $\gamma = \gamma_{zx} =$  deformazione tagliante
- $\sigma_v =$  pressione verticale
- $u =$  pressione neutrale
- $\tau =$  tensione tagliante

dove

- $A, d =$  area di base e diametro del campione
- $h_0, h =$  altezza iniziale del campione e altezza misurata nel corso della prova
- $s =$  spostamento orizzontale della base.

Il capitolo che segue è dedicato al confronto tra i parametri di resistenza ricavati con il dispositivo di Taglio Semplice Diretto ed i parametri convenzionalmente ricavati nelle prove triassiali di compressione. Essendo infatti lo scopo degli studi condotti sulla apparecchiatura di Taglio Semplice Diretto quello di arrivare in pratica a fornire dei parametri

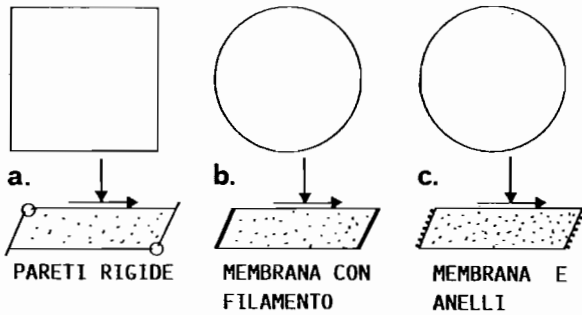


Fig. 5. - Taglio Semplice Diretto (a) tipo «Cambridge», (b) tipo «NGI», (c) tipo «SGI».

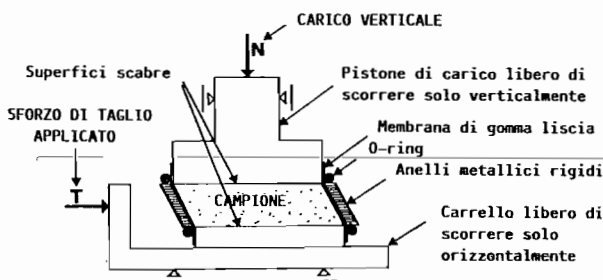


Fig. 6. - Rappresentazione semplificata dell'apparecchiatura di Taglio Semplice Diretto tipo «SGI» utilizzata nel presente studio.

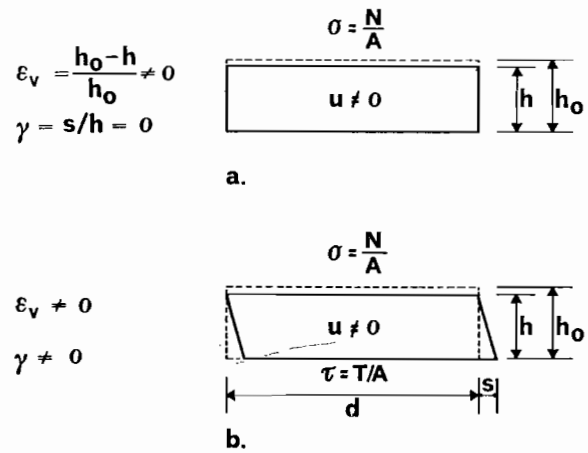


Fig. 7. - Misurazioni medie esterne nella prova di Taglio Semplice Diretto (a) in fase di  $k_0$ -consolidazione e (b) in fase di taglio.

di progetto, è necessario che i risultati vengano confrontati con altri risultati più diffusi, quali per esempio quelli ottenuti nelle prove triassiali.

## 2. Taglio Semplice Diretto e prove triassiali

I parametri di resistenza ottenuti con il Taglio Semplice Diretto, considerando il rapporto  $\tau/\sigma_v$  legato alla tangente dell'angolo di resistenza al taglio nella maniera classica del Taglio Diretto, sono più bassi dei corrispondenti valori ottenuti con le prove triassiali; la giustificazione è sostanzialmente legata alla non uniformità delle distribuzioni di tensioni ed alla definizione approssimata dello stato tensionale (condizioni inevitabili nei comuni dispositivi di Taglio Semplice Diretto), agli effetti della variazione di  $\epsilon_2$  e della rotazione degli assi principali nel piano di taglio ( $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ ).

Nei punti seguenti si analizzano quindi brevemente le distribuzioni tensionali applicate esternamente al campione, il problema della definizione dello stato tensionale interno al campione e la variazione della tensione principale intermedia  $\sigma_2$  nel corso della prova.

### Le distribuzioni esterne di tensioni taglianti e normali

Quando al campione sottoposto alla prova di Taglio Semplice Diretto viene applicato lo sforzo di taglio, sulle superfici orizzontali superiore ed inferiore si genera una distribuzione di tensioni tangenziali  $\tau_{zx}$  che si annullano in corrispondenza delle estremità; infatti per effetto della membrana di contenimento che non offre attrito e permette così al campione di espandersi liberamente, non sono presenti sulle superfici verticali esterne le tensioni tangenziali  $\tau_{zx}$ , complementari delle  $\tau_{zx}$ . L'introduzione della tensione media  $\tau$ , ottenuta dividendo lo

sforzio di taglio applicato per l'area della sezione orizzontale del campione ( $\tau = T/A$ ), comporta un'approssimazione che in realtà sottostima la tensione tangenziale massima effettivamente sopportata dal materiale (fig. 8a; in figura la distribuzione di tensioni reali  $\tau_{zx}$  è stata semplificata con una parabola). Pertanto il valore massimo della tensione tagliante misurata  $\tau_{max}$  risulta inferiore al valore massimo della tensione tagliante agente  $\tau_{zx\ max}$ .

Anche la distribuzione delle tensioni normali  $\sigma_z$  agenti sulle superfici orizzontali esterne non è costante. Infatti durante la fase di taglio, le tensioni normali tendono a concentrarsi in zone preferenziali e a formare una coppia che va a bilanciare il momento applicato esternamente (fig. 8b). Queste concentrazioni tensionali, che possono essere talmente accentuate da arrivare addirittura a compromettere l'uniformità del campione stesso (soprattutto nel caso delle sollecitazioni cicliche), favoriscono la formazione di rotture localizzate ed il conseguente fenomeno della «rottura progressiva», che comporta un abbassamento dei parametri di resistenza misurati rispetto ai valori di picco.

#### Problema della definizione dello stato tensionale

Per lo studio del comportamento di un materiale sottoposto alla prova di Taglio Semplice Diretto appare conveniente, per maggiore chiarezza, trattare separatamente le tensioni principali agenti nel piano di taglio x-z ( $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , rispettivamente la maggiore e la minore) e la tensione principale  $\sigma_2$  perpendicolare, avente direzione coincidente con l'asse y

$$\sigma_y = \sigma_2 \quad (3)$$

Il ruolo che riveste la tensione principale  $\sigma_2$  verrà esposto in seguito; ora l'attenzione è rivolta alla definizione dello stato tensionale nel piano di taglio.

Il problema è piuttosto complesso, se si pensa ad una formulazione pratica della soluzione. Infatti si è parlato della distribuzione non costante delle tensioni taglianti  $\tau_{zx}$  sulle superfici esterne e della distribuzione eccentrica delle tensioni normali  $\sigma_z$ ; si è detto inoltre che le misurazioni effettuate sono invece quelle di una pressione verticale media  $\sigma_v$  in

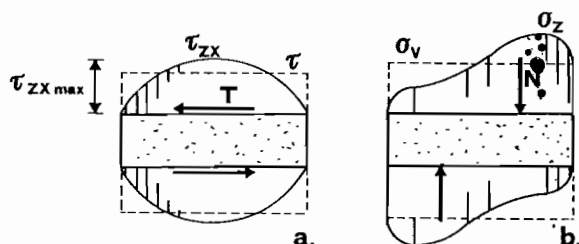


Fig. 8. - Distribuzione delle tensioni tangenziali (a) e normali (b) sulle superfici orizzontali esterne del campione.

luogo della tensione  $\sigma_z$  e di una tensione tagliante media  $\tau$  in luogo della tensione  $\tau_{zx}$ . A prescindere comunque dalla conoscenza reale delle tensioni  $\sigma_z$  e  $\tau_{zx}$ , le incertezze sulla determinazione dello stato tensionale all'interno del campione sottoposto alla prova di Taglio Semplice Diretto sono dovute alla totale mancanza di informazioni sulla tensione normale  $\sigma_x$  agente nella direzione del taglio sui piani verticali. Supponendo infatti di conoscere  $\sigma_z$  e  $\tau_{zx}$  (supponiamo pure che coincidano con  $\sigma_x$  e  $\tau$ ), si potrebbero verificare al limite tre situazioni: a) assumendo che la rottura avvenga secondo piani orizzontali, i piani orizzontali sono i piani di massima obliquità e quindi

$$\tan \varphi = \tau_{zx}/\sigma_z \quad (4)$$

dove  $\varphi$  è l'angolo di resistenza al taglio indicato in figura 9a; b) considerando che sui piani orizzontali agisca la massima tensione tagliante, allora

$$\sin \varphi = \tau_{zx}/\sigma_z \quad (5)$$

(fig. 9b; c) essendo la deformazione osservata esternamente la stessa sia per uno scorrimento di piani orizzontali che per uno scorrimento di piani verticali, successivamente ruotati, ed essendo minore la resistenza offerta nella seconda ipotesi [DE JOSSELYN de JONG, 1971], la rottura può avvenire secondo piani verticali; in quest'ultimo caso

$$\sin \varphi \cos \varphi / (1 + \sin^2 \varphi) = \tau_{zx}/\sigma_z \quad (6)$$

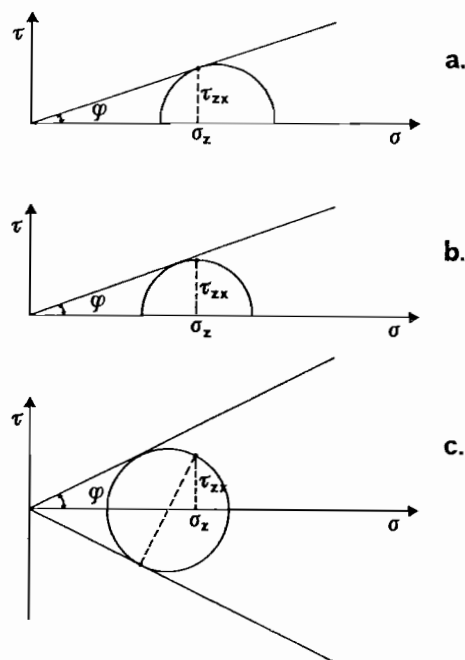


Fig. 9. - Cerchi di Mohr della tensione (a) nel caso che la rottura avvenga secondo piani orizzontali; (b) nel caso che sui piani orizzontali agisca la massima tensione di taglio, (c) nel caso che la rottura avvenga secondo piani verticali.

*Influenza della tensione principale  $\sigma_2$ .*

Quando si trascurano gli effetti della tensione principale intermedia  $\sigma_2$  e si definiscono la tensione media  $s$  e la tensione deviatorica  $t$  come

$$s = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

$$t = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2 \tag{7}$$

gli Stress Paths nel piano  $s$ - $t$  seguiti nel corso di una prova triassiale convenzionale di compressione  $Ck_0D$  e nel corso di una prova di Taglio Semplice  $Ck_0D$  si sovrappongono ed hanno pendenza 1:1 (fig. 10a). Se invece si tiene  $\sigma_2$  in considerazione e si definiscono la tensione media  $p$  e la tensione deviatorica  $q$  come

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$$

$$q = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} / \sqrt{2} \tag{8}$$

lo Stress Path nel piano  $p$ - $q$  della prova triassiale ha pendenza 3:1, mentre la prova di Taglio Semplice Diretto inizia con pendenza 3:1 ma si assesta sulla pendenza 3:2 (fig. 10b). Tale cambiamento di pendenza è dovuto alla variazione di  $\sigma_2$  [BUDHU, 1984] e va sicuramente tenuto in considerazione quando si confrontano i risultati ottenuti nel corso delle due prove.

**2. Analisi dei risultati**

L'angolo  $\varphi$  di resistenza al taglio nei dispositivi di Taglio Diretto viene comunemente calcolato nell'ipotesi che la rottura avvenga nel piano orizzontale secondo la relazione

$$\varphi = \tan^{-1} (\tau_{max} / \sigma_v) \tag{9}$$

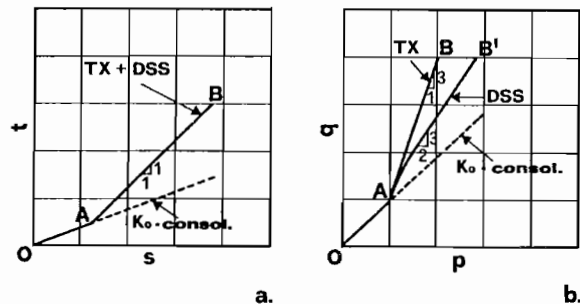


Fig. 10. - Stress Paths nel piano  $s$ - $t$  (a) e  $p$ - $q$  (b) per prove triassiali di compressione  $Ck_0D$  e prove di Taglio Semplice Diretto  $Ck_0D$  (BUDHU, 1984).

dove  $\tau_{max}$  indica il valore massimo della tensione di taglio in una prova condotta a rottura.

Come si è detto, l'argomento non è definito nel caso dei dispositivi di Taglio Semplice Diretto; però l'estensione della (9) al Taglio Semplice è molto utile a scopo esemplificativo e rientra nell'ottica di un'interpretazione pratica dei risultati. Pertanto nel seguito si intende applicata la relazione (9) anche alle prove di Taglio Semplice Diretto.

Il materiale sottoposto alle prove è costituito da una sabbia medio-fine uniforme proveniente dalla foce del fiume Adige. Si sono rilevati i seguenti valori caratteristici (fig. 11): dimensione media dei grani  $D_{50}$  pari a 0.42 mm, coefficiente di uniformità  $C_u$  uguale a 2.04 e peso specifico  $G_s$  pari a 26.58  $kN/m^3$  (2.71  $gr/cm^3$ ).

La densità secca minima, secondo le norme ASTM D4253 e 4254, è risultata pari a 13.58  $kN/m^3$  (1.385  $gr/cm^3$ ), mentre il valore di densità massima è risultato 16.51  $kN/m^3$  (1.684  $gr/cm^3$ ). I grani hanno un indice di sfericità medio 0.8 secondo la classificazione di RITTENHOUSE [1943] e si presentano mediante sub-angolosi secondo la classificazione di POWERS [1953]; la frazione carbonatica è uguale al 19-20% in peso e la percentuale di quarzo varia tra il 10 ed il 20%.

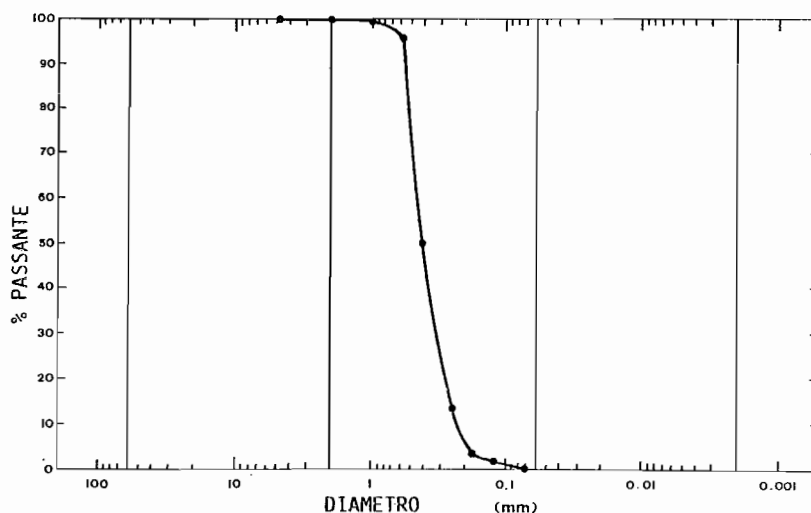


Fig. 11 - Curva granulometrica della sabbia dell'Adige utilizzata per le prove.

Le prove di Taglio Semplice sono state eseguite su campioni di diametro  $d = 70$  mm ed altezza iniziale  $h_0 = 20$  mm, preparati facendo cadere a secco la sabbia nell'apposita fustella da un'altezza costante e con vibrazioni del piano di appoggio. Si sono condotte con velocità di deformazione costante sia prove a volume costante, ottenute facendo variare la pressione verticale  $\sigma_v$ , che prove a pressione verticale costante. Le prove a pressione verticale costante sono state eseguite su campioni con uguale densità iniziale e diverse pressioni verticali (indicate con  $D_i =$  costante nelle figure e rappresentate con cerchi), con uguale densità dopo la consolidazione e diverse pressioni verticali ( $D_c =$  costante, rappresentate con triangoli), oppure con uguali valori della pressione verticale ma con diverse densità ( $\sigma_v =$  costante, rappresentate con quadrati). Le diverse condizioni delle prove dopo la fase di consolidazione sono riassunte in figura 12. Tutte le prove si intendono consolidate secondo  $k_0$  e drenate.

Si riportano i valori dell'angolo  $\varphi$  calcolato come in (9) in figura 13 in funzione della pressione verticale applicata  $\sigma_v$  ed in figura 14 in funzione della densità dopo la consolidazione  $D_c$ . In figura 13 si è indicato il parametro di curvatura  $\alpha$  dell'extrapolazione effettuata secondo la

$$\tan \varphi = \tan \varphi_0 + \tan \left( \frac{1}{2.3} - \log \frac{\sigma_v}{\sigma_{v0}} \right). \quad (10)$$

[BALIGH, 1976].

Come si vede chiaramente nelle figure, l'angolo di resistenza al taglio dipende largamente sia dalla densità della sabbia che dalla pressione media agente, e quindi dalla pressione verticale  $\sigma_v$  di contenimento.

I risultati vengono confrontati con parametri delle prove triassiali di compressione in figura 15 in funzione della pressione media agente  $p$  ed in figura 16 in funzione della densità dopo la consolidazione  $D_c$ . In figura 15 sono riportate le curve ottenute con prove triassiali  $Ck_0D$  [RICCERI e SORANZO, 1980] condotte su campioni di densità iniziale 70-75 % e 40 %; la relazione utilizzata per omogeneizzare i risultati è la

$$p = (1 + 2k_0) \sigma_v / 3 \quad (11)$$

dove si è applicata l'espressione di Jaky [1944] semplificata

$$k_0 = 1 - \sin \varphi \quad (12)$$

ponendo mediamente  $\varphi = 36^\circ$ . Nella figura 16 le diverse prove triassiali prese a confronto corrispondono a prove triassiali di compressione consolidate

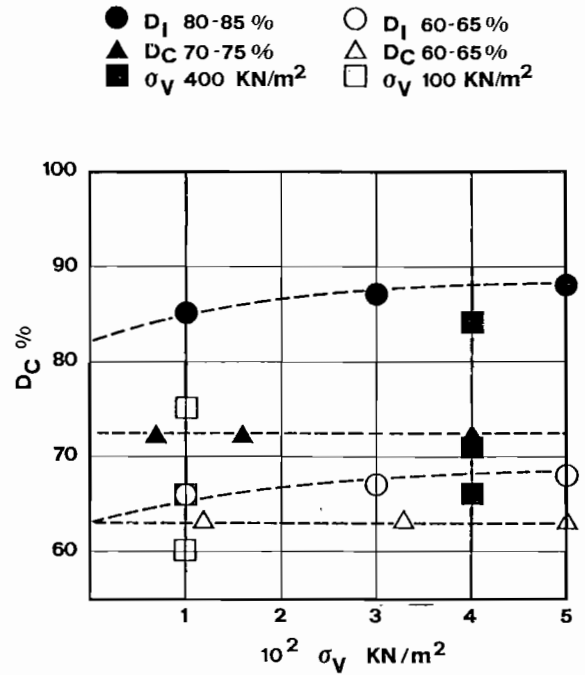


Fig. 12 - Schema riassuntivo delle condizioni delle prove di Taglio Semplice condotte con pressione verticale costante dopo la fase di consolidazione.

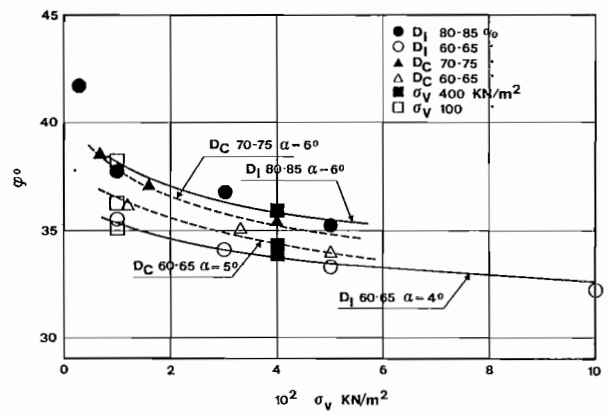


Fig. 13 - Variazione dell'angolo di resistenza al taglio  $\varphi$  misurato nelle prove di Taglio Semplice Diretto in funzione della pressione di contenimento  $\sigma_v$  applicata.

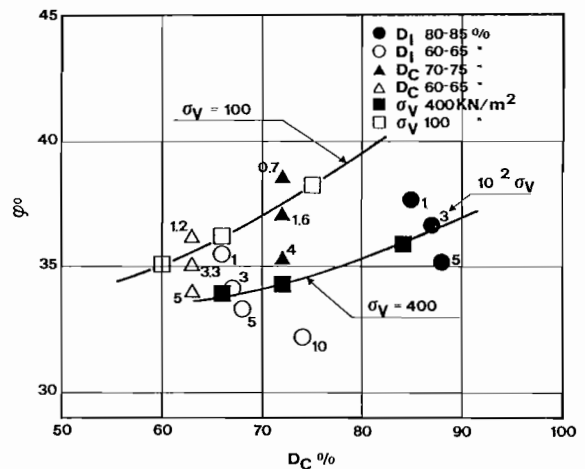


Fig. 14 - Variazione dell'angolo di resistenza al taglio  $\varphi$  misurato nelle prove di Taglio Semplice Diretto in funzione della densità dopo la consolidazione.

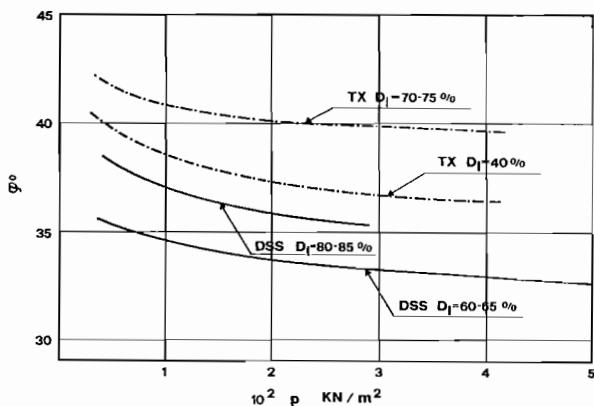


Fig. 15 - Variazione dell'angolo di resistenza al taglio  $\phi$  misurato in prove triassiali  $Ck_0D$  e nelle prove di Taglio Semplice Diretto in funzione della pressione media agente.

isotropicamente o secondo  $k_0$ , drenate o non drenate (CIU,  $Ck_0U$ , CID,  $Ck_0D$ ). Per tutte le prove triassiali vengono anche indicate le diverse pressioni  $\sigma_3$  di contenimento, mentre per maggiore chiarezza si sono riportate soltanto le interpolazioni delle prove  $\sigma_v = \text{costante}$  di Taglio Semplice.

### 3. Il fenomeno della dilatanza

*Il contributo di resistenza legato all'espansione volumetrica nel Taglio Semplice Diretto*

Quando si analizza il comportamento di una sabbia sottoposta, per esempio, a comuni prove triassiali di compressione  $Ck_0D$  in termini di rapporto tensionale

$$\eta = q / p \quad (13)$$

e di deformazioni volumetrica  $\epsilon_{vol}$  e deviatorica  $\epsilon$ , i risultati per un campione di sabbia densa (HD) ed un campione di sabbia sciolta (LD) sono quelli indicati in figura 17. Si può notare che il valore massimo del rapporto tensionale è maggiore per il campione denso, ma il valore cui tendono le due curve  $\eta-\epsilon$  per  $\epsilon$  grandi è costante ed è quindi una costante per un determinato tipo di sabbia, in condizioni ideali. In corrispondenza ad  $\eta = M$  il campione raggiunge un volume che non cambia al crescere di  $\epsilon$  e che si può ritenere indipendente dalla densità

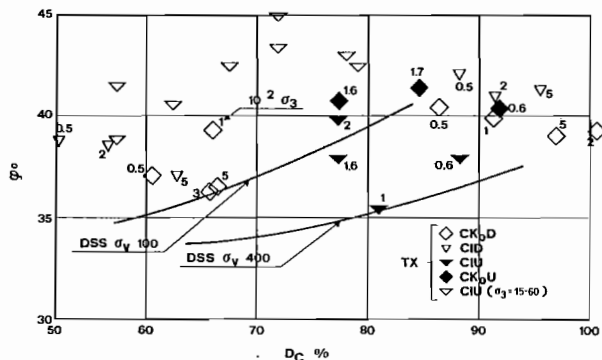


Fig. 16 - Variazione dell'angolo di resistenza al taglio  $\phi$  nelle prove triassiali e di Taglio Semplice Diretto in funzione della densità dopo la consolidazione.

iniziale. L'indice dei vuoti finale cui tende il campione viene detto «indice dei vuoti critico» [CASA-GRANDE, 1936].

In figura 17 però, è anche evidente il fenomeno di espansione volumetrica, noto come «dilatanza», che precede il raggiungimento della condizione critica. Il fenomeno può essere spiegato semplicemente considerando il sistema di figura 18: il generico elemento interessato dalla superficie di rottura f-f viene rappresentato molto sinteticamente da un sistema di due corpi rigidi A, B separati dalla spezzata f-...-s-s-...-f e sottoposti dall'esterno alle forze Z, X, rispettivamente normale e tangente alla superficie media di rottura f-f. Attraverso ogni tratto s-s della spezzata le due porzioni del meccanismo si scambiano una forza normale N ed una tangente T alla superficie discontinuità.

Indicando con  $\phi_\mu$  l'angolo d'attrito tra le due superfici scabre e con  $\phi$  l'angolo di inclinazione della discontinuità, la condizione di rottura può essere espressa attraverso la

$$T/N = \tan \phi_\mu$$

(fig. 19a), che si può riscrivere come rapporto tra lo sforzo orizzontale e lo sforzo verticale

$$X/Z = \tan (\phi_\mu + \phi)$$

(fig. 19b), dove quindi l'angolo di resistenza al taglio appare come somma di contributi distinti: oltre all'attrito tra i grani rappresentato da  $\phi_\mu$ , risulta apprezzabile l'effetto dovuto al grado di mutuo incastro tra i grani (interlocking) rappresentato da  $\phi$ . Tanto maggiore è il grado di mutuo incastro tra i

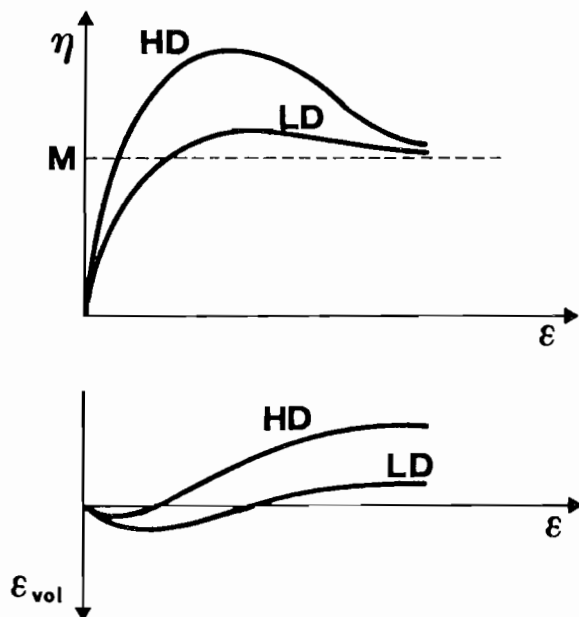


Fig. 17 - Andamento del rapporto tensionale  $\eta = q/p$  e della deformazione volumetrica in prove triassiali drenate su sabbia.

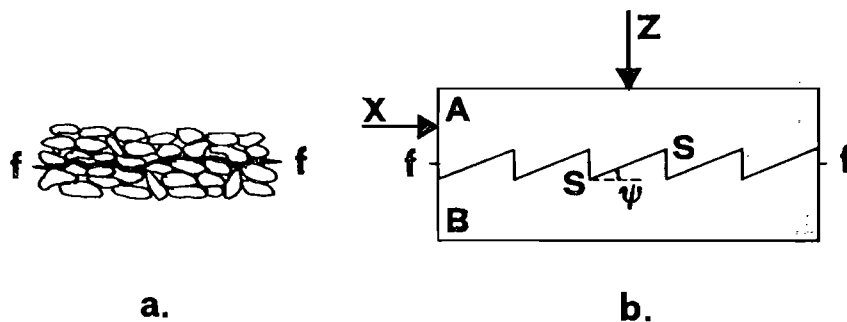


Fig. 18 - Schematizzazione (b) della superficie f-f di rottura (a).

grani, e quindi l'addensamento del materiale, e tanto maggiore risulta il contributo di resistenza conseguente alla dilatanza.

Infine se  $\dot{x}$  e  $\dot{z}$  rappresentano le componenti secondo gli assi della velocità di spostamento del blocco superiore rispetto a quello inferiore, allora  $\dot{x}$  e  $\dot{z}$  sono legati dalla

$$\dot{z} = -\dot{x} \tan \phi$$

(fig. 19c) dove  $\dot{x}$  ha lo stesso verso di X, mentre  $\dot{z}$  ha verso opposto a Z (infatti quando il campione si espande, il lavoro compiuto dallo sforzo verticale è negativo).

Un'interpretazione così estremamente semplificata è per esempio applicabile ai dispositivi di Taglio Diretto [TAYLOR, 1948; BISHOP, 1950], in cui si può ritenere che il contributo di resistenza al taglio dovuto alla dilatanza  $\tau_d$  abbia la forma

$$\tau_d / \sigma_v = \dot{z} / \dot{x} \quad (14)$$

dove  $\dot{z}$  e  $\dot{x}$  rappresentano le componenti secondo gli assi delle velocità di spostamento relative delle basi del campione.

Nel corso delle prove condotte con l'apparecchiatura di Taglio Semplice Diretto si è riscontrato che effettivamente esiste una corrispondenza approssimativamente di tipo lineare tra la tangente dell'angolo  $\varphi$  di resistenza al taglio

$$\tau_{\max} / \sigma_v = \tan \varphi = R \quad (15)$$

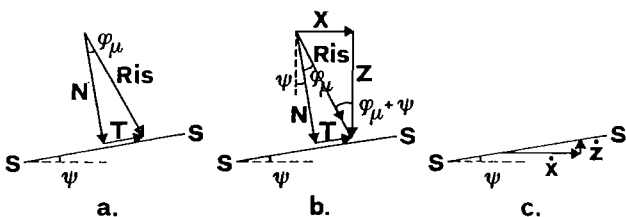


Fig. 19 - Relazione tra sforzo normale N e tangente T alla superficie di rottura (a), tra le forze X,Z applicate esternamente (b) e tra le velocità di deformazione secondo X, Z (c).

ed il rapporto S tra le velocità di deformazione

$$\dot{\epsilon}_z / \dot{\gamma}_{zx} = \dot{z} / \dot{x} = S \quad (16)$$

misurato in corrispondenza del valore  $\tau_{\max}$  di taglio massimo. Si è trovato infatti che vale con buona approssimazione la relazione

$$R = k_1 + k_2 S \quad (17)$$

con  $k_1 = 0.58$  e con  $k_2 = 1.06$  per la sabbia dell'Adige (fig. 20).

A questo punto si può introdurre un «angolo di dilatanza»  $\phi$  definito dal rapporto tra le velocità di deformazione del campione secondo gli assi X, Z

$$\tan \phi = \dot{\epsilon}_z / \dot{\gamma}_{zx} = \dot{z} / \dot{x} = dz / dx \quad (18)$$

(fig. 21a) e, osservando le componenti della velocità di deformazione dell'elemento infinitesimo A

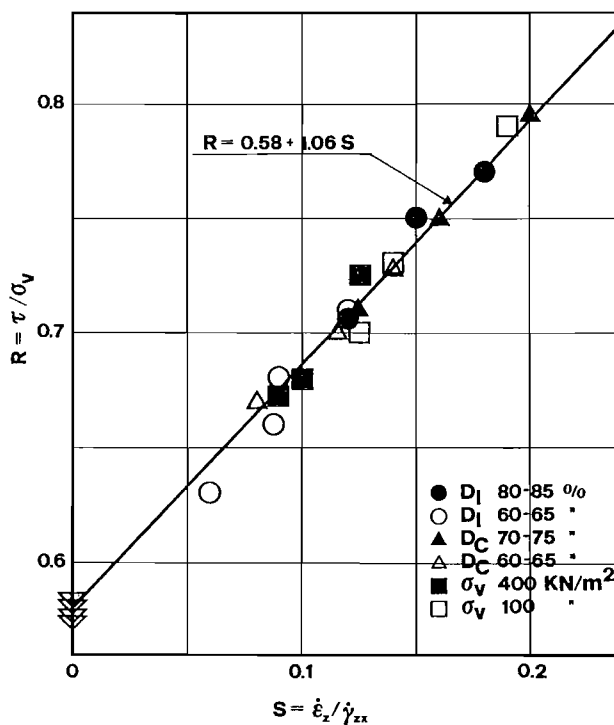


Fig. 20 - Relazione lineare tra R ed S nelle prove di Taglio Semplice Diretto.



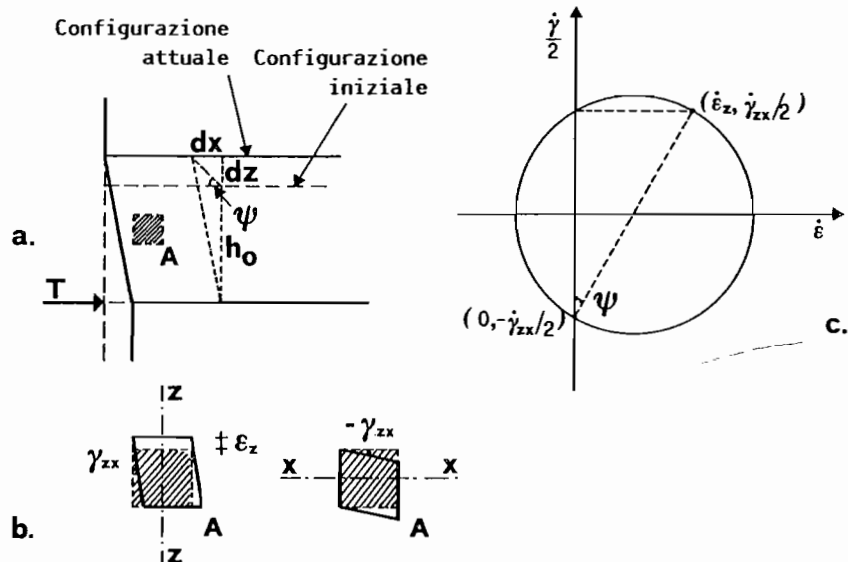


Fig. 21 - (a) Definizione dell'angolo di dilatanza  $\psi$  nel Taglio Semplice Diretto; dimostrazione delle deformazioni (b); cerchi di Mohr delle velocità di deformazione (c).

(fig. 21b), rimane quindi definito lo stato di deformazione interno al campione attraverso la costruzione grafica dei cerchi di Mohr, come indicato in figura 21c.

La linearità tra le tangenti si può infine estendere agli angoli e si ottiene

$$\varphi = \varphi_c + k_3 \psi \quad (19)$$

dove  $\varphi_c$  corrisponde all'angolo di resistenza al taglio in condizioni di volume costante ( $\psi=0$ ), con  $\varphi_c = 30^\circ$  e  $k_3 = 0.76$  per la sabbia dell'Adige (fig. 22).

L'andamento dell'angolo di dilatanza  $\psi$  definito come in (18) risulta quindi del tutto simile all'andamento dell'angolo di resistenza al taglio  $\varphi$  sia in funzione della densità del campione che in funzione della pressione di contenimento, come è evidente per esempio dall'esame di figura 23 ((10) e fig. 13).

Si riporta anche a titolo di conferma nel piano  $\sin \psi - \sin \varphi$  in figura 24 un confronto effettuato tra i valori degli angoli così misurati nelle prove di Taglio Semplice Diretto e l'equazione del tipo «Stress-dilatancy» [ROWE, 1962]

$$\sin \varphi = \frac{\sin \varphi_c + \sin \psi}{1 + \sin \psi \sin \varphi_c} \quad (20)$$

estesa agli angoli  $\varphi$ ,  $\psi$  e  $\varphi_c$  definiti per il Taglio Semplice Diretto nelle (9), (18) e (19). Nonostante una leggera sovrastima della (20) rispetto ai valori misurati, la corrispondenza è soddisfacente.

#### 4. Conclusioni

Le prove condotte in laboratorio con l'apparec-

chiatura di *Taglio Semplice Diretto* e con l'apparecchiatura *triassiale* convenzionale su una sabbia medio-fine uniforme mettono in evidenza la sottostima dei parametri di resistenza al taglio ottenuti nel Taglio Semplice rispetto ai parametri ricavati dalle prove triassiali, quando i primi vengono calcolati secondo la relazione che lega l'angolo d'attrito  $\varphi$  al rapporto tensionale  $\tau/\sigma_v$  massimo

$$\tan \varphi = \tau_{\max} / \sigma_v$$

come nelle prove di Taglio Diretto. Il motivo è sostanzialmente legato ad un problema di non-uniformità tensionale piuttosto che alla rotazione degli assi principali rispetto all'asse di simmetria strutturale (asse verticale di deposizione); infatti nel

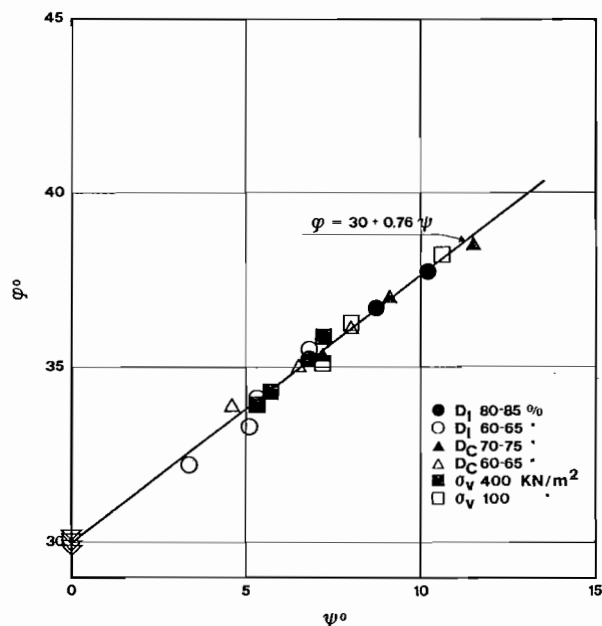


Fig. 22 - Relazione lineare tra l'angolo di resistenza al taglio  $\varphi$  e l'angolo di dilatanza  $\psi$  nel Taglio Semplice Diretto.

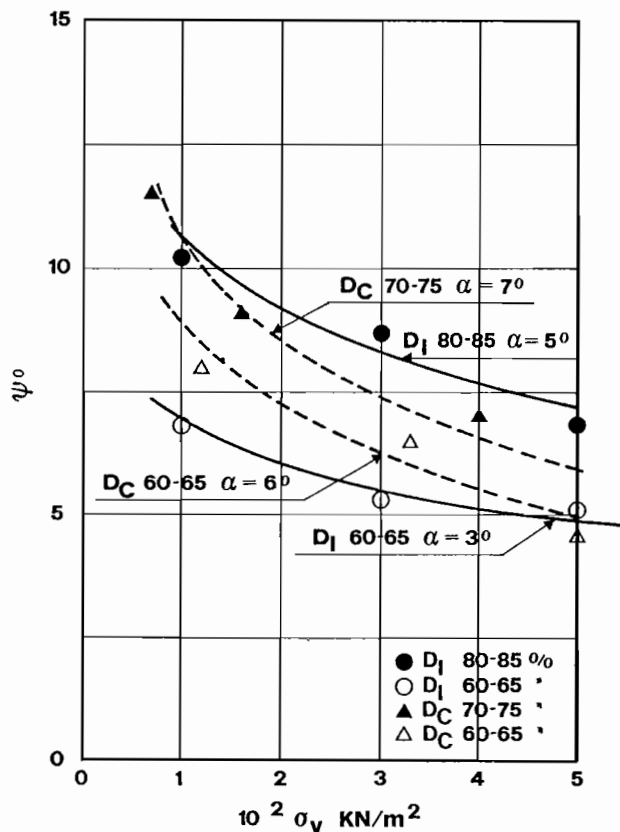


Fig. 23 - Andamento dell'angolo di dilatanza  $\psi$  nel Taglio Semplice Diretto in funzione della pressione verticale applicata.

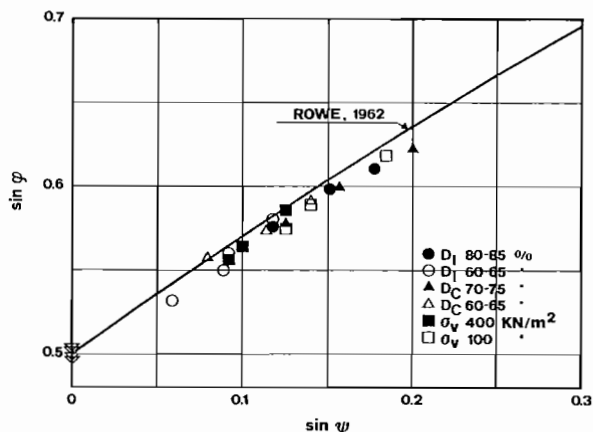


Fig. 24 - Relazione «Stress-Dilatancy» di ROWE [1962] e risultati sperimentali di Taglio Semplice Diretto.

dispositivo di Taglio Semplice utilizzato si è potuto misurare un valore medio di tensione tagliante che in realtà è minore della tensione di taglio massima sopportata dal materiale. Si deve altresì tenere conto che i due diversi tipi di prova impongono condizioni profondamente diverse a campioni già molto differenti tra loro; pertanto per porre a confronto i risultati, è necessario riuscire ad arrivare a considerare sia lo stato di tensione che lo stato di deformazione nella loro completezza. Il problema è ancora oggetto di discussione. Ma l'importanza di poter arrivare a disporre di parametri di resistenza così

facilmente disponibili, come nella prova di Taglio Semplice Diretto, è evidente di per sé.

Nel presente articolo si è inoltre approfondita l'influenza che il fenomeno della dilatanza esercita sui parametri di resistenza al taglio di una sabbia in condizioni drenate; infatti la dilatanza nel dispositivo di Taglio Semplice Diretto è indagabile con facilità dall'esterno con misure di volume. Ne è risultato che nella prova di Taglio Semplice Diretto, come in generale nelle prove di Taglio Diretto [TAYLOR, 1948] o nelle prove di Taglio Piano [BOLTON, 1986], si può introdurre un angolo di dilatanza  $\phi$  la cui determinazione è immediata e che incide con proporzione diretta sull'angolo di resistenza al taglio. L'importanza di tale definizione è evidente: infatti l'angolo di dilatanza può assumere il ruolo di « parametro di stato » che riunisce gli effetti dei due fattori maggiormente influenti sull'angolo di resistenza al taglio, la densità e la pressione media agente. E quindi una relazione lineare siffatta, opportunamente ponderata con ulteriori sperimentazioni, permetterebbe di estrapolare la conoscenza di pochi valori sperimentali all'intero campo di variazione dei parametri.

#### BIBLIOGRAFIA

- AIREY, D.W., BUDHU, M., WOOD, D.M. (1985) - *The behaviour of soils in Simple Shear*. Developments in Soil Mech. and Found. Engng, vol. 2. Ed. P.K. Banerjee and R. Butterfield. Applied Sciences Publishers, London, U.K., pp. 185-213.
- BALIGH, M.M. (1976) - *Cavity expansion in sands with curved envelopes*. Journal of Geotech. Engng. Div. ASCE, vol. GT11. pp. 1131-1147.
- BASSETT, R.H. (1972) - *The Simple Shear apparatus*. Lecture given at the course on «Research techniques and equipment in soil mechanics», Cambridge.
- BISHOP, A.W. (1950) - Discussion: "Measurement of shear strength of soils", *Geotechnique* 2, n. 2, pp. 113-116.
- BJERRUM, L., LANDVA, A. (1966) - *Direct Simple Shear tests on a Norwegian quick clay*. *Geotechnique* 16, n. 1, pp. 1-20.
- BOLTON, M.D. (1986) - *The strength and dilatancy of sands*. *Geotechnique* 36, n. 1, pp. 65-78.
- BUDHU, M., (1984) - *On comparing Simple Shear and Triaxial test results*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 110, n. 12, pp. 1809-1814.
- CASAGRANDE, A. (1936) - *Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills*. Journal of the Boston Soc. Civ. Eng. Jan., pp. 257-276.
- COLOMBO, P. (1967) - *Studio sulle relazioni tensione-deformazioni di una sabbia nella prova triassiale*. Atti dell'Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Tomo CXXV, pp. 295-309.
- De JOSSELYN de JONG, G. (1971) - Discussion: session 2 "Stress-Strain Behaviour of soils". Proc. Roscoe Memorial Symp., Ed. Parry, R.H.G., G.T. Foulis & Co., Henley-on-Thames, pp. 258-261.
- HVORSLEV, M.J. (1937) - *Über die festigkeitseigenschaften gestörter bindiger böden*. Ingeniorvidenskabelige Skrifter A n. 45, Kobenhavn.

- JAKY, J. (1944) - *The coefficient of earth pressure at rest*. Journal Soc. of Hungarian Architects and Engineers, Budapest, Hungary, Oct. pp. 355-358.
- KJELLMANN, W. (1951) - *Testing the shear strength of clay in Sweden*. Geotechnique 2, n. 3. pp. 225-232.
- MOROTO, N. (1988) - *Strength of granular material in Simple Shear*. Soils and Foundations, vol. 28, n. 2. pp. 85-94.
- POWERS, M.C. (1953) - *A new Roundness scale for sedimentary particles*. J. Sed. Petrol. 23, Tulsa. pp. 117-119.
- RICCERI, G., SORANZO, M. (1978) - *Relazioni tensioni-deformazioni di sabbie sature in prove triassiali non drenate*. RIG, vol. 10, n. 3, pp. 137-145.
- RICCERI, G., SORANZO M. (1980) - *Parametri elastici e resistenza a rottura di sabbie sature in prove triassiali drenate*. RIG, vol. 14, 2. pp. 133-143.
- RITTENHOUSE, G.A. (1943) - *Measuring intercept Sphericity of sand grains*. Am. Jour. Sci. 241. p 109.
- ROSCOE, K.H. (1953) - *An apparatus for the application of Simple Shear to soil samples*. Proc. 3rd Int. Conf. on Soil Mechs and Foundation Eng.ng, Zurich, 1. pp. 186-191.
- ROWE, P.W. (1962) - *The Stress Dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact*. Proc. Royal Soc., A 269. pp. 500-527.
- SULTAN, O. (1986) - *La resistenza al taglio di una sabbia con basse tensioni di contenimento*. Tesi di Perfezionamento, Ist. di Costruzioni Marittime e di Geotecnica, Padova.
- TAYLOR, D.W. (1948) - *Fundamentals of soil mechanics*. John Wiley & Sons, New York.
- TATSUOKA, F. (1987) - Discussion: "The strength and dilatancy of Sands". Geotechnique 37, n. 2. pp. 219-226.
- WROTH, C.P. (1984) - *The interpretation of In Situ soil tests*. Geotechnique 34, n. 4, pp. 449-489.

## SUMMARY

### Introduction to direct simple shear strength of sands

Direct Simple Shear apparatus aims at subjecting samples to a state of uniform shear with plane strains. This paper briefly presents the state-of-the-art and compares shear strength parameters obtained in Direct Simple Shear tests on a sand of the Ck<sub>o</sub>D type (Consolidated according to k<sub>o</sub> and drained) with the relative parameters of conventional triaxial compression tests. Special attention was therefore devoted to the phenomenon of dilatancy which, in Direct Simple Shear tests, may easily be controlled externally by means of volume measurements.

Laboratory tests carried out using *Direct Simple Shear* and conventional *triaxial* equipment on a uniform medium-fine sand

revealed the underestimation of shear strength parameters obtained in Simple Shear tests with respect to those obtained in triaxial tests, when the former are calculated according to the equation linking shear strength angle  $\varphi$  to maximum stress ratio  $\tau/\sigma_v$ :

$$\tan \varphi = \tau_{\max}/\sigma_v$$

as in Direct Shear tests. See for example fig. 15, where p represents the mean stress applied to the sample ( $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$  for TX tests, that is triaxial tests, and  $p = (\sigma + 2k_o\sigma_v)/3$  for DSS tests, that is Direct Simple Shear tests).

This problem is mainly due to non-uniformity of stresses (see fig. 8 where  $\sigma_z$  and  $\tau_{zx}$  simply represent the real stresses on the boundary, while  $\tau$  and  $\sigma_v$  indicate the mean values calculated) rather than rotation of the principal axes with respect to the structural symmetry axis (vertical pouring axis). In the Simple Shear equipment used it was in fact possible to measure a mean shear stress value which was really less than the maximum shear stress undergone by the material. It must also be borne in mind that the two different types of test impose very different conditions on samples which are already very different from each other. Therefore, in order to compare results, both stress and strain states must be considered in their entirety. The problem is still open to debate.

However, the importance of being able to use such easily available comparison parameters, as in the Direct Simple Shear tests, is evidence in itself.

This paper also examined the influence exerted by *dilatancy* on the shear strength parameters of a sand in drained tests. Dilatancy in Direct Simple Shear equipment may easily be investigated externally by means of volume measurements.

In the Direct Simple Shear test, as generally in Direct Shear [TAYLOR, 1948] or Plane Shear tests [BOLTON, 1986], dilatancy angle  $\psi$  may be introduced (fig. 21): its determination is immediate and it influences the shear strength angle in direct proportion (fig. 22):

$$\varphi = \varphi_c + K_3 \psi$$

where  $\varphi_c$  is the angle of shear strength in constant volume conditions ( $\psi = 0$ ), with  $\varphi_c = 30^\circ$  and  $K_3 = 0.76$  for the Adige sand tested.

The importance of this definition is evident: the dilatancy angle may take the role of «state parameter», linking the effects of the two factors which most greatly influence the shear strength angle, density and mean stress applied. Such a linear relation, carefully tested with further experiments, would thus allow extrapolation of a small number of experimental values to the entire field of parameter variations.