

Frequenze e modi di vibrazione di terreni eterogenei

M. MAUGERI*, P. CARRUBBA** e S.M. FRENNA***

SOMMARIO: L'analisi degli effetti macrosismici, indotti da terremoti distruttivi, ha messo da tempo in evidenza l'aspetto selettivo della risposta locale.

Nella presente nota si descrive una procedura rivolta alla determinazione delle proprietà dinamiche di uno strato di terreno in termini di frequenze e modi naturali di vibrazione. Lo strato risulta caratterizzato da eterogeneità e massa volumica comunque variabili con la profondità.

La procedura consiste nell'estensione del metodo di Holzer al caso dei sistemi continui monodimensionali trasversalmente eterogenei e linearmente elastici, per i quali si formula un algoritmo rivolto al calcolo delle frequenze naturali di vibrazione. Noti gli autovalori delle oscillazioni libere, si perviene alla determinazione dei corrispondenti autovettori necessari alla completa caratterizzazione modale del problema dinamico.

Vengono successivamente studiati alcuni casi di eterogeneità per i quali è nota la soluzione in forma chiusa, e se ne confrontano i risultati ottenuti.

Si presenta infine un confronto relativo ad un sito reale per il quale è stata condotta una dettagliata indagine per la determinazione dei parametri dinamici attraverso prove in sito e di laboratorio. Per tale sito si confrontano quindi le frequenze naturali di vibrazione determinate sia attraverso la presente metodologia, sia con la procedura di calcolo SHAKE, nonché attraverso l'analisi in frequenza delle registrazioni di vibrazioni ambientali.

Il confronto dei risultati, con riferimento al basso livello di deformazioni trasversali cicliche mobilitato, mette in luce due importanti aspetti tra loro collegati; una buona stima della risposta dinamica del terreno può essere conseguita anche con semplici modelli monodimensionali purché la caratterizzazione geotecnica dei parametri dinamici del terreno, che intervengono nella schematizzazione di calcolo proposta, sia sufficientemente accurata.

1. Introduzione

L'analisi dei danni macrosismici relativi ai terremoti distruttivi, ha messo da tempo in evidenza la correlazione esistente tra il danno e le condizioni locali del terreno [OHSAKI, 1969; SEED, 1969].

SEED *et al.* [1976] analizzando 104 accelerogrammi relativi a siti degli Stati Uniti, dove le condizioni locali erano conosciute in dettaglio, hanno evidenziato che, per un dato evento sismico, edifici alti fondati su alluvioni soffici possono essere soggetti a forze sismiche considerevolmente più elevate rispetto al caso in cui gli stessi edifici fossero fondati su roccia, in quanto, nel caso di strati da soffici a mediamente rigidi, lo spettro di risposta in termini di accelerazione tende a traslare verso i lunghi periodi di oscillazione.

Sulla base quindi dell'evidenza oggettiva, molti Stati (fra i quali prossimamente rientrerà l'Italia) hanno emanato dei regolamenti sismici che tengono conto della modificazione della risposta locale dovuta alle caratteristiche del sito in termini di forze statiche orizzontali equivalenti, attraverso spettri differenziati e/o un coefficiente di fondazione dipendente dalle caratteristiche del sito.

In tale ottica è opportuno conoscere il periodo

fondamentale di vibrazione dello strato che può essere calcolato attraverso un modello dinamico monodimensionale utilizzando una propagazione sismica verticale polarizzata orizzontalmente [SEAOC, 1974].

Nel presente lavoro, dopo una breve rassegna delle metodologie disponibili in letteratura, viene presentato un metodo numerico per la ricerca delle frequenze di vibrazione e delle relative forme modali di vibrazione di uno strato comunque eterogeneo. A tal fine è stato elaborato un apposito codice di calcolo che estende la procedura di Holzer ad un mezzo continuo a sola rigidità trasversale.

2. Metodi di calcolo disponibili

Il calcolo del periodo fondamentale delle vibrazioni libere non smorzate di uno strato è stato studiato da vari autori in forma chiusa per determinate ipotesi di distribuzione del modulo trasversale $G(z)$ e della massa volumica $\rho(z)$ con la profondità.

JACOBSEN [1930] ha studiato il caso di un terreno omogeneo con $G(z)$ e $\rho(z)$ costanti con la profondità.

IDRISS e SEED [1968] e DOBRY *et al.* [1971] hanno studiato un profilo di terreno con distribuzione esponenziale del modulo trasversale secondo la legge $G(z) = G_0 z^\rho$, con $0 < \rho < 2$ e massa volumica $\rho(z) = \text{cost.}$

AMBRASEYS [1959] ha studiato il caso di terreno

* prof. ing. Michèle MAUGERI, Associato di Geotecnica, Univ. di Catania.

** dott. ing. P. CARRUBBA, Dottorando, Università di Padova.

*** dott. ing. S.M. FRENNA, libero professionista. Contrattista CNR, Università di Catania.

con distribuzione del modulo $G(z)$ crescente linearmente con la profondità e $\rho(z) = \text{cost.}$ È stata adottata per $G(z)$ l'espressione:

$$\frac{G(z)}{G_H} = K^2 + \frac{1 - K^2}{H} z$$

dove:

$$K = \frac{G_0}{G_H} \text{ con } 0 < K < 1$$

G_0, G_H = moduli di deformazione trasversali rispettivamente in superficie ed in prossimità del bedrock.

URZUA [1974] ha esteso la soluzione di Ambrazeys al caso in cui il modulo possieda una distribuzione linearmente decrescente con la profondità ($K > 1$) e $\rho(z) = \text{cost.}$

GAZETAS [1982] ha risolto il caso di terreno con modulo trasversale variabile con la profondità secondo la legge $G = G_0 (1 + az)^2$ e $\rho(z) = \text{cost.}$

SCHREYER [1977] ha risolto il caso di terreno con modulo trasversale distribuito secondo la legge $G(z) = G_0 (1 + az)^{4/3}$ e $\rho(z) = \text{cost.}$

TOKI e CHERRY [1972] hanno risolto il caso di terreno con modulo trasversale distribuito secondo la legge:

$$G(z) = G_0 (1 + az)^{1/n} \text{ con } n = 2, 3, 4 \dots \text{ e } \rho(z) = \text{cost}$$

Il caso di profilo a due strati omogenei è stato studiato da MADERA [1971], CHEN [1971] e URZUA [1974]; quest'ultimo ha studiato anche il caso di doppio strato con modulo decrescente nello strato superiore e crescente in quello inferiore e $\rho(z) = \text{cost.}$ onde simulare la presenza di una crosta sovraconsolidata su di uno strato di terreno normalmente consolidato.

Per quanto riguarda le soluzioni numeriche, esse possono essere suddivise in linea di massima in due categorie: quella delle soluzioni continue, ottenuta estendendo ad uno strato il moto di propagazione delle onde di taglio in un doppio strato [MADERA, 1971; URZUA, 1974], e quella delle soluzioni discrete basata sulla discretizzazione dello strato in masse concentrate o elementi finiti. Tra queste ultime applicazioni, con riferimento al calcolo del primo periodo di vibrazione, la più efficiente sembra essere la procedura secondo Rayleigh nella forma iterativa migliorata [DOBRY *et al.*, 1976; CARRUBBA e MAUGERI, 1983], per la quale DOBRY *et al.* [1976] hanno eseguito un confronto con i periodi fondamentali di 47 profili rappresentativi di terreno calcolati con il programma SHAKE [SCHNABEL *et al.*, 1973], ottenendo una soddisfacente concordanza dei risultati, con divergenze massime minori del 5%.

Nel caso in cui fosse opportuno valutare i periodi propri di vibrazione successivi al primo per una stratigrafia di terreno con caratteristiche di modulo trasversale $G(z)$ e massa volumica $\rho(z)$ comunque variabili con la profondità, è più agevole fare riferimento ad un metodo numerico a masse concentrate o ad elementi finiti. In questo lavoro si è generalizzato, applicandolo al terreno, il metodo di Holzer ben noto nel campo dell'ingegneria strutturale.

3. Estensione del metodo di Holzer ai terreni

Consideriamo una colonna di terreno di sezione unitaria oscillante in campo monodimensionale e dotata di sola rigidità trasversale $G(z)$ e massa volumica $\rho(z)$ comunque variabili con la profondità.

Si assume che la colonna poggi su uno strato sufficientemente rigido (bedrock) in grado di trasmettere l'energia sismica senza alterarne il contenuto di frequenze e di ampiezze. Sotto queste ipotesi, volendo ricercare le frequenze delle oscillazioni libere non smorzate e i relativi modi normali, l'equazione indefinita di equilibrio dinamico sarà la seguente (fig. 1):

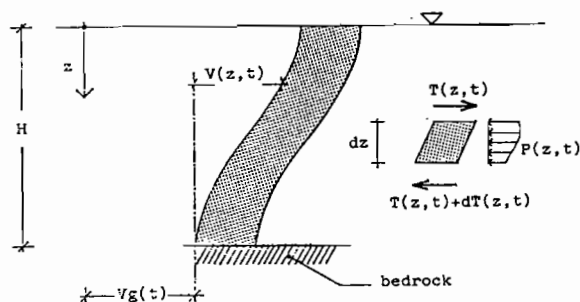


Fig. 1. - Modello unidimensionale di colonna vibrante.

$$\frac{\delta T(z, t)}{\delta z} = - P(z, t) \quad (1)$$

dove:

$T(z, t)$ = sforzo di taglio nella generica sezione trasversale

$P(z, t)$ = forze d'inerzia distribuite nell'elemento dz di colonna

Considerando una sezione trasversale unitaria ed assumendo in essa una distribuzione uniforme delle tensioni tangenziali si deduce dalla (1):

$$\frac{\delta}{\delta z} G(z) \left[\frac{\delta V(z, t)}{\delta z} \right] = - \rho(z) \frac{\delta^2 V(z, t)}{\delta t^2} \quad (2)$$

dove:

$$\frac{\delta V(z, t)}{\delta z} = \gamma(z, t) = \text{deformazione angolare del generico elemento } dz \text{ di colonna di terreno}$$

$\rho(z)$ = massa volumica del generico elemento dz di colonna di terreno

$G(z)$ = modulo trasversale del generico elemento dz di colonna di terreno

$V(z, t)$ = spostamento relativo della generica sezione della colonna di terreno rispetto la base solidale con il bedrock

In generale la soluzione della (2) è una combinazione lineare degli infiniti modi propri di vibrazione, e se si fa l'ipotesi che le oscillazioni libere siano delle funzioni armoniche del tempo secondo l'espressione:

$$V(z, t) = \Phi(z, \omega) \text{ sen } (\omega t + \Phi) \quad (3)$$

allora sostituendo la (3) nella (2) si ottengono i modi normali $\Phi_n(z)$ di vibrazione e le relative frequenze ω_n delle oscillazioni stazionarie. Dunque dalla (2) si ottiene:

$$\frac{d}{dz} G(z) \left[\frac{d \Phi(z)}{dz} \right] = \omega^2 \rho(z) \Phi(z)$$

che integrata fornisce:

$$G(z) \frac{d \Phi(z)}{dz} = \int_0^z \omega^2 \rho(\xi) \Phi(\xi) d\xi + C \quad (4)$$

dove ξ varia da 0 a z .

La prima condizione al contorno impone che sia nullo il taglio sulla superficie libera della colonna di terreno, quindi si ha: per $z = 0$

$$\left(G(z) \frac{d \Phi(z)}{dz} \right)_{z=0} = 0$$

da tale condizione si ottiene il valore della costante $C = 0$.

In definitiva la (4) si riduce alla seguente espressione:

$$\frac{d \Phi(z)}{dz} = \frac{\omega^2 \int_0^z \rho(\xi) \Phi(\xi) d\xi}{G(z)}$$

che in termini finiti può esprimersi come segue:

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i - \frac{\omega^2 \sum_{j=0}^i \rho_j \Phi_j \Delta z}{G_i / \Delta z} \text{ con } i=0, 1, \dots, H/\Delta z \quad (5)$$

dove:

H = profondità allo strato

Δz = passo di integrazione

Il metodo di Holzer può pertanto essere applicato utilizzando direttamente l'espressione (5) dalla quale si evince come il campo di spostamenti $\Phi_n(z)$, relativo all' n -esimo modo di vibrare, risulti univocamente determinato una volta fissata la frequenza relativa a quel modo di vibrare e lo spostamento in superficie $\Phi_n(z=0)$, in modo da soddisfare la seconda condizione al contorno $\Phi_n(z=H)=0$.

Fissando per tutti i modi di vibrare il valore $\Phi_n(z=0)=1$ il procedimento si riduce alla ricerca degli zeri della funzione $\Phi(z=H, \omega)$.

Il metodo numerico testé introdotto, si presta facilmente ad essere implementato su elaboratore in quanto si avvale di un algoritmo di immediata esecuzione una volta che si sia stabilita la discretizzazione dello strato in elementi finiti (fig. 2).

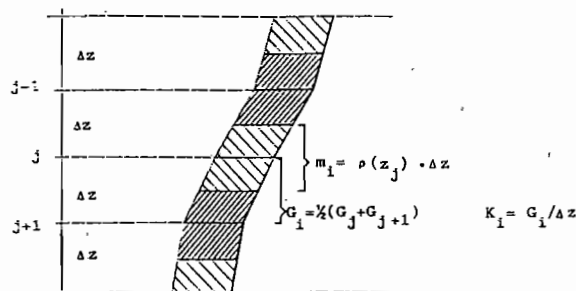


Fig. 2. - Discretizzazione del modello.

4. Applicazione e miglioramento del metodo

La discretizzazione in elementi finiti del continuo, con parametri meccanici comunque variabili, sebbene consenta l'utilizzo di procedimenti computerizzabili, impone tuttavia delle limitazioni alla conoscenza dell'esatto comportamento deformativo del sistema a causa della rigida schematizzazione insita nel metodo stesso.

In particolare tra le approssimazioni del metodo di calcolo adottato, quella che maggiormente condiziona la correttezza dei risultati raggiunti è dovuta alla discontinuità della deformazione angolare tra un elemento finito ed il successivo. Tale circostanza comporta che i risultati convergono verso le soluzioni esatte se la discontinuità della deformazione angolare lungo lo strato si mantiene modesta; questa condizione si verifica generalmente per i terreni con modulo trasversale crescente con la profondità. Qualora la distribuzione del modulo trasversale non fosse crescente con la profondità occorrerebbe una suddivisione molto fitta; riducendo il passo di integrazione i risultati convergono anche in questo caso verso le soluzioni esatte.

Al fine di determinare l'ordine di approssimazione del metodo di calcolo proposto al variare del grado di frazionamento dello strato, si è proceduto

ad un confronto dei risultati ottenuti con la soluzione esatta in forma chiusa delle forme modali e delle frequenze delle vibrazioni libere non smorzate di uno strato omogeneo, per il quale si ha [JACOBSEN, 1930]:

$$T_n = \frac{4}{2n-1} \frac{H}{V_s} \quad (6)$$

$$\Phi_n(z) = \cos \left[(2n-1) \frac{\pi}{2} \frac{z}{H} \right] \text{ con } n = 1, 2, \dots, \infty \quad (7)$$

dove:

$$V_s = \frac{G}{\rho} = \text{velocità delle onde di taglio uniforme con la profondità}$$

essendo le forme modali normalizzate rispetto al valore assunto in superficie.

A titolo di esempio si è assunto $H = 10$ m e $V_s = 100$ m/s e si sono normalizzati i modi propri Φ_n ottenuti, rispetto al valore massimo che nel caso teorico viene raggiunto contemporaneamente in superficie e al centro di ogni semionda. In tabella 1 si sono riportati i risultati di confronto, per i primi 10 modi di vibrazione, per i periodi T_n e per gli spostamenti modali normalizzati $\Phi_n(z=0)$ sia nel caso teorico che nel caso calcolato variando il passo di discretizzazione. Dal confronto emerge come, al crescere del frazionamento dello strato, i periodi di vibrazione calcolati tendono più rapidamente ai valori teorici che non gli spostamenti in superficie, questi ultimi mostrano una certa divergenza che si accentua per i modi più elevati. La differenza di

precisione tra i periodi e i modi normali, potrebbe essere imputata al fatto che, mentre i periodi di vibrazione sono connessi a stati di equilibrio dinamico globale della colonna di terreno, diversamente le forme di vibrazione dipendono dall'equilibrio locale imposto secondo la procedura di Holzer; nel qual caso si esalta l'effetto della discontinuità di deformazione angolare.

Per superare i problemi connessi con un eccessivo frazionamento dello strato, determinate le frequenze naturali ω_n per una modesta suddivisione dello strato si è quindi proceduto al calcolo dell'autovettore $\tilde{\Phi}_n$ soluzione del problema:

$$(\tilde{K} - \omega_n^2 \tilde{M}) \tilde{\Phi}_n = 0$$

dove \tilde{M} è la matrice di massa e \tilde{K} è la matrice di rigidità. In questa fase può essere utilizzata una suddivisione molto più accentuata dello strato in quanto il metodo di risoluzione è di tipo sostitutivo partendo dal valore imposto $\Phi_n(z=0) = 1$.

5. Applicazione del metodo migliorato e confronti

Per valutare l'accuratezza dei risultati che si possono ottenere applicando la procedura «migliorata» del metodo di Holzer, si è fatto riferimento a condizioni stratigrafiche di cui si conosce la soluzione delle vibrazioni libere non smorzate in forma chiusa.

Il primo caso esaminato è quello di terreno omogeneo con $G(z)$ e $\rho(z)$ costanti con la profon-

Tabella 1. - Influenza della suddivisione in strati sui valori del periodo (T) e dello spostamento in superficie (Φ_0)

Modo di vibrazione H/Z		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Soluzione in forma chiusa	T Φ_0	0.4 1	0.13 1	0.08 1	0.0571 1	0.04 1	0.036 1	0.0307 1	0.026 1
10	T Φ_0	0.417 1	0.1308 0.48	0.0685 0.08	0.038 0.023	0.017 0	— —	— —	— —	— —	— —
20	T Φ_0	0.4092 1	0.1343 0.6968	0.078 0.295	0.053 0.0725	0.038 0.01	0.028 0	— —	— —	— —	— —
30	T Φ_0	0.406 1	0.1345 0.7848	0.0795 0.4438	0.055 0.176	0.042 0.049	0.033 0.009	0.0265 0	— —	— —	— —
50	T Φ_0	0.4038 1	0.1343 0.8639	0.0802 0.6135	0.057 0.3562	0.0437 0.1684	0.0353 0.064	0.0294 0.020	0.025 0	0.0215 0	0.0187 0
100	T Φ_0	0.4019 1	0.1339 0.9289	0.0802 0.7825	0.0572 0.5966	0.0443 0.4124	0.0362 0.258	0.0305 0.1455	0.0263 0.074	0.02309 0.034	0.0205 0
1000	T Φ_0	0.4000 1	0.1333 0.9926	0.080 0.9756	0.0571 0.9495	0.0444 0.9150	0.0363 0.8731	0.0307 0.8250	0.0262 0.783	0.0234 0.701	0.0209 0.628
5000	T Φ_0	0.4000 1	0.13 0.9985	0.08 0.9951	0.057 0.9897	0.04 0.979	0.036 0.970	0.0307 0.9622	0.026 0.953	0.0235 0.936	0.021 0.919

dità, per il quale valgono le espressioni (6) e (7); assumendo che lo strato abbia spessore $H=10$ m e velocità delle onde di taglio $V_s=100$ m/s, individuiamo attraverso la (6) i primi quattro periodi di vibrazione: $T_1=0,4$ s, $T_2=0,13$ s, $T_3=0,08$ s, $T_4=0,057$ s, che sono in buon accordo con i valori ricavati per via numerica riportati in fig. 3, unitamente ai primi 4 modi di vibrazione.

Il secondo caso esaminato è quello di terreno eterogeneo con modulo trasversale $G(z)$ crescente linearmente con la profondità secondo la legge $G(z)=G(z=H) Z/H$ e massa volumica $\rho(z)$ costante con la profondità: in questo caso i periodi di vibrazione e le corrispondenti forme modali normalizzate rispetto al valore assunto in superficie sono stati ricavati in forma chiusa da AMBRASEYS [1959] secondo le espressioni:

$$T_n = \frac{4\pi}{K_n} \frac{H}{V_s(z=H)} \quad (8)$$

$$\Phi_n(z) = J_0(K_n \sqrt{Z/H}) \quad \text{con } n=1, 2, \dots, \infty \quad (9)$$

dove:

J_0 = funzione di Bessel di prima specie di ordine zero

K_n = zeri della funzione J_0

$V_s(z=H)$ = velocità delle onde di taglio in prossimità del bedrock

Assumendo pertanto $V_s(z=H)=100$ m/s ed $H=10$ m individuiamo attraverso la (8) i primi quattro periodi di vibrazione: $T_1=0,522$ s, $T_2=0,227$ s, $T_3=0,145$ s, $T_4=0,106$ s, che sono in

Pt=2 t/mc ; $V_s=100$ m/s
 $T_1=.401$ $T_2=.134$ $T_3=.0802$ $T_4=.0572$

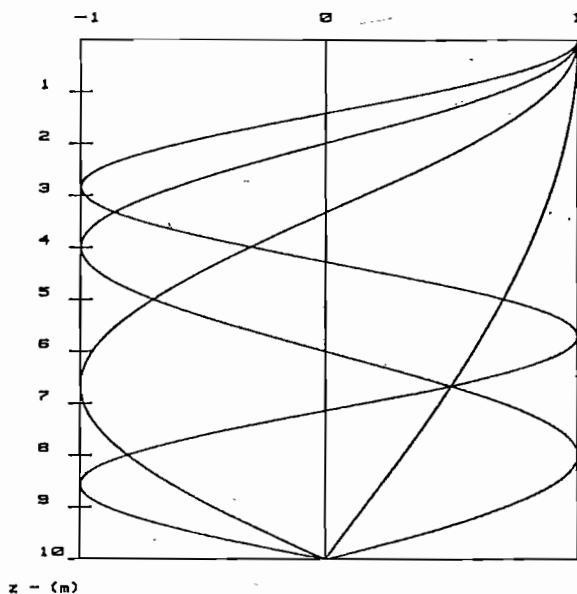


Fig. 3. - Periodi e modi di vibrazione per terreno omogeneo

buon accordo con i valori ricavati per via numerica riportati in fig. 4, unitamente ai primi 4 modi di vibrazione.

Il terzo caso esaminato è quello relativo ad un terreno eterogeneo con modulo trasversale variabile linearmente con la profondità, partendo da un valore non nullo G_0 in superficie, secondo la legge $G(z)=G_0(1+az)$, dove a indica il grado di eterogeneità, e massa volumica costante con la profondità. In questo caso i periodi di vibrazione e le corrispondenti forme modali normalizzate sono stati ricavati in forma chiusa da AMBRASEYS [1959] secondo le espressioni:

$$T = \frac{4H}{V_0} \frac{\pi K}{(1-K^2) S_n} \quad \text{con } n=1, 2, \dots, \infty \quad (10)$$

$$\Phi_n(z) = J_0[KS_n \sqrt{1+az}] Y_0(S_n) - Y_0[KS_n \sqrt{1+az}] J_0(S_n) \quad (11)$$

essendo:

V_0 = velocità delle onde di taglio in prossimità della superficie libera

$K = \sqrt{G_0/G_H}$

G_0 = modulo trasversale in prossimità della superficie libera

G_H = modulo trasversale in prossimità del bedrock. S_n sono le radici dell'equazione:

$$J_0(S_n) Y_1(KS_n) - J_1(KS_n) Y_0(S_n) = 0$$

dove:

J_0, J_1, Y_0, Y_1 sono le funzioni di Bessel di prima (J) e seconda (Y) specie, di ordine zero e uno.

Pt = 2 t/mc ; $G(z)=G(H)*z/H$ t/mc
 $T_1=.525$ $T_2=.23$ $T_3=.147$ $T_4=.108$

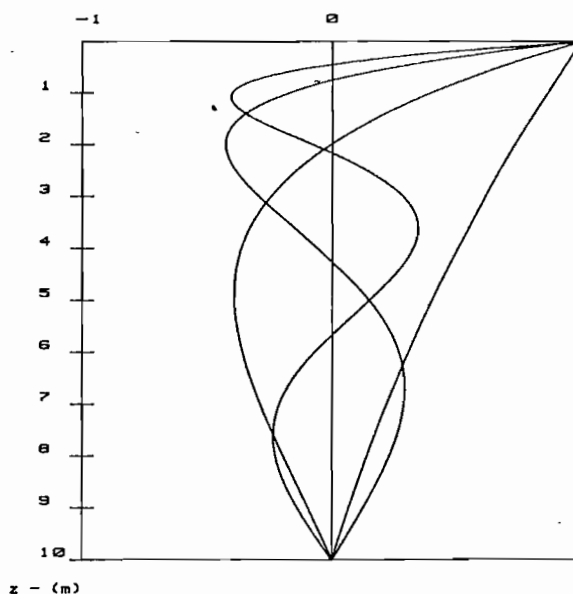


Fig. 4. - Periodi e modi di vibrazione per terreno con modulo trasversale linearmente crescente con la profondità.

Assumendo pertanto una stratificazione con modulo trasversale distribuito secondo la legge $G(z)=2000(1+9,9z)$ t/mq, peso di volume $\gamma=2$ t/mc e profondità $H=10$ m, ricaviamo dalla (10) i primi quattro periodi di vibrazione: $T_1=0,05235$ s, $T_2=0,02238$ s, $T_3=0,01408$ s, $T_4=0,01024$ s, che sono in buon accordo con i valori ottenuti per via numerica e riportati in fig. 5 unitamente ai primi 4 modi di vibrazione.

Il quarto caso esaminato fa riferimento ad un terreno eterogeneo con distribuzione parabolica del modulo trasversale con valore iniziale G_0 diverso da zero secondo la legge $G(z)=G_0(1+az)^2$, e massa volumica costante con la profondità. In questo caso i periodi e le forme modali normalizzate di vibrazione sono stati ricavati in forma chiusa da GAZETAS [1982] secondo le seguenti espressioni:

$$T_n = \frac{4H}{V_0} \frac{\pi}{a(4S_n^2 + 1)^{0,5}} \text{ con } n=1, 2, \dots, \infty \quad (12)$$

$$\Phi_n(z) = (1+az)^{-1/2} \frac{\sin[S_n \ln[(1+aH)/(1+az)]]}{\sin[S_n \ln(1+aH)]} \quad (13)$$

con S_n radici della espressione

$$S_n [\ln(1+aH)] + \arctg(2S_n) = n\pi$$

Assumendo pertanto una stratificazione con modulo trasversale distribuito secondo la legge $G(z)=2000(1+0,9z)^2$ t/mq, peso di volume $\gamma=2$ t/mc e profondità $H=10$ m, ricaviamo dalla

Pt=2 t/mc ; G=2000(1+0,9z) t/mq
T1=.0526 T2=.0225 T3=.0142 T4=.0103

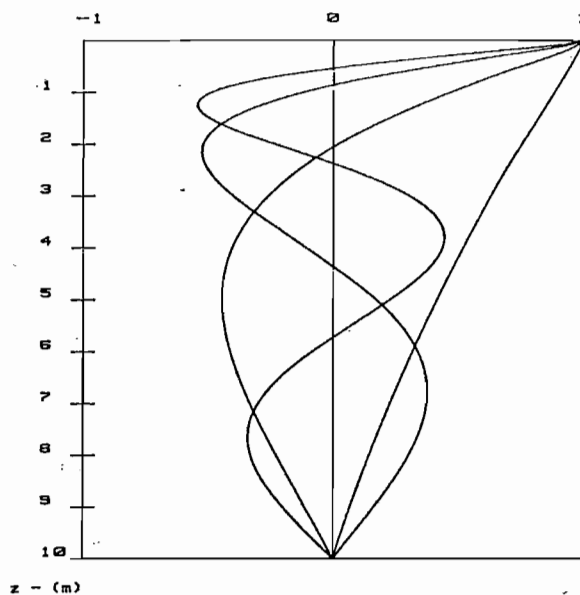


Fig. 5. - Periodi e modi di vibrazione per terreno con modulo trasversale crescente linearmente e non nullo in superficie.

(12) i primi quattro periodi di vibrazione $T_1=0,06834$ s, $T_2=0,03198$ s, $T_3=0,02008$ s, $T_4=0,0145$ s, che sono in buon accordo con i valori ottenuti per via numerica riportati in fig. 6 unitamente ai primi quattro modi di vibrazione.

Come ultimo esempio significativo si riporta il confronto fra i valori dei primi quattro periodi di vibrazione di un terreno eterogeneo riscontrato in un caso reale, con quelli calcolati attraverso la metodologia illustrata nel presente lavoro. Il sito, rappresentato da una stratificazione eterogenea dello spessore di circa 40 m, è ubicato nella Piana di Catania, ed è stato oggetto in passato di un'indagine geotecnica in campo dinamico [MAUGERI, 1983]. Su tale sito è stata determinata la distribuzione della velocità delle onde di taglio con la profondità mediante prove cross-hole e down-hole, mentre la distribuzione del peso di volume è stata determinata attraverso prove di laboratorio.

In quel contesto sono stati calcolati i periodi propri di vibrazione del terreno utilizzando il programma di calcolo SHAKE [SCHNABEL *et al.*, 1973] che ha fornito i fattori di amplificazione per le frequenze proprie (fig. 7) a cui corrispondono i seguenti periodi: $T_1=0,833$ s, $T_2=0,303$ s, $T_3=0,202$ s, $T_4=0,126$ s (fig. 7). Tali valori sono in accordo con quelli ottenuti per via numerica con la metodologia illustrata nel presente studio e riportati in fig. 8, unitamente ai primi quattro modi di vibrazione.

È da osservare che al quinto modo di vibrazione, non riportato in fig. 8, corrisponde un periodo

Pt=2 t/mc ; G=2000(1+0,9z)^2 t/mq
T1=.0688 T2=.0323 T3=.0202 T4=.0145

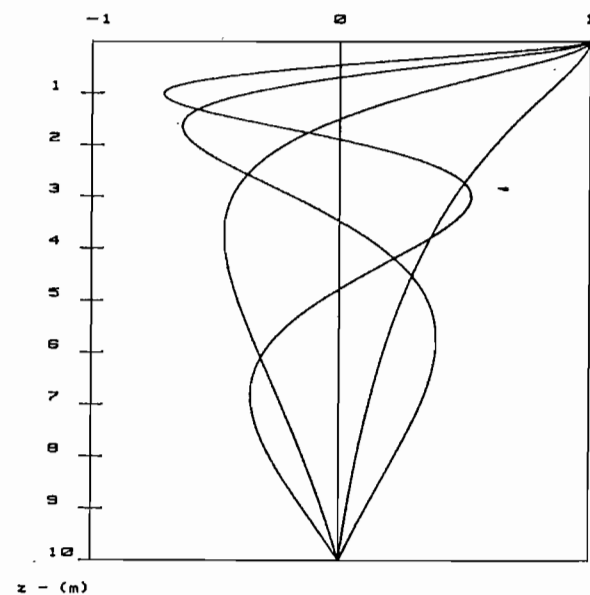


Fig. 6. - Periodi e modi di vibrazione per terreno con modulo trasversale crescente con la profondità con andamento parabolico.

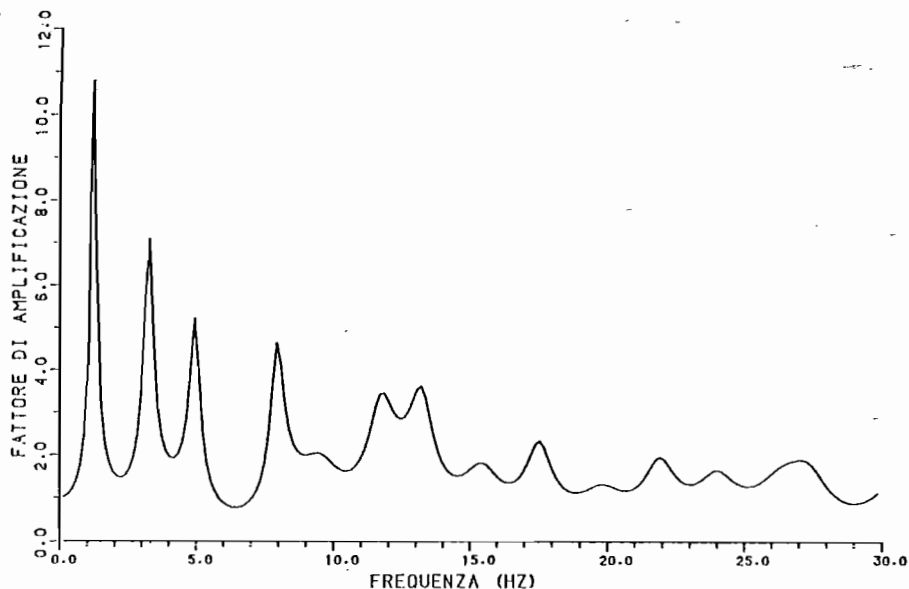


Fig. 7. - Fattori di amplificazione per le frequenze proprie di un terreno stratificato (tab. 2) valutate con il programma SHAKE.

T1=.813 T2=.3 T3=.198 T4=.125

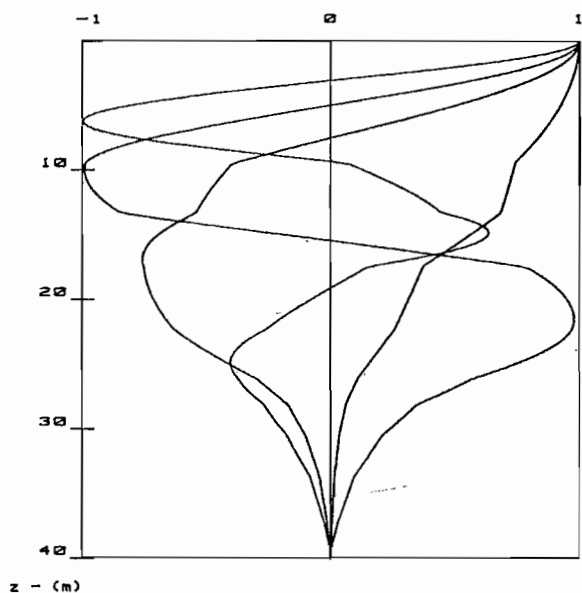


Fig. 8. - Periodi e modi di vibrazioni per terreno stratificato (tab. 2).

$T_5=0,11$ s che differisce da quello calcolato con il programma di calcolo SHAKE; quest'ultimo infatti ha fornito il valore $T_5=0,09$.

I fattori di amplificazione, per le frequenze proprie, sono stati valutati anche partendo da uno spezzone di registrazione di vibrazioni ambientali, ottenendo il diagramma riportato in fig. 9. Da tale diagramma è possibile notare la presenza della quinta armonica con frequenza $F_5=9,45$ Hz, a cui corrisponde un periodo $T_5=0,11$ s, in accordo con quanto determinato con il codice di calcolo elaborato in questo lavoro.

Tabella 2. - *Suddivisione in strati e parametri geotecnici di un terreno argilloso della piana di Catania*

N.	V_s (m/s)	γ (T/mc)	Profondità (m)
1	100	1.84	0-5
2	100	1.84	5-10
3	200	1.84	10-13
4	100	1.84	13-17
5	200	1.70	17-23
6	150	1.90	23-26.5
7	200	1.80	26.5-28
8	300	1.80	28-30
9	400	1.80	30-34
10	550	1.98	34-37
11	650	1.98	37-40
12	1.500	1.98	Oltre 40

V_s = Velocità media delle onde di taglio (da misure cross-hole e down-hole); γ = Peso per unità di volume.

6. Conclusioni

L'estensione del metodo di Holzer ai sistemi continui elastici lineari, si è rivelato un metodo di calcolo numerico appropriato per la caratterizzazione dinamica in campo monodimensionale di situazioni stratigrafiche di terreno con qualsiasi distribuzione della rigidità trasversale e della massa.

L'introduzione della procedura migliorata consente di mantenere entro limiti ragionevoli la suddivisione dello strato in elementi finiti.

I risultati ottenuti sono in buon accordo con quelli ricavati da soluzioni in forma chiusa e ciò conferma la validità della procedura adottata.

Il codice di calcolo elaborato opera attraverso procedure di tipo sostitutivo senza impegnare una

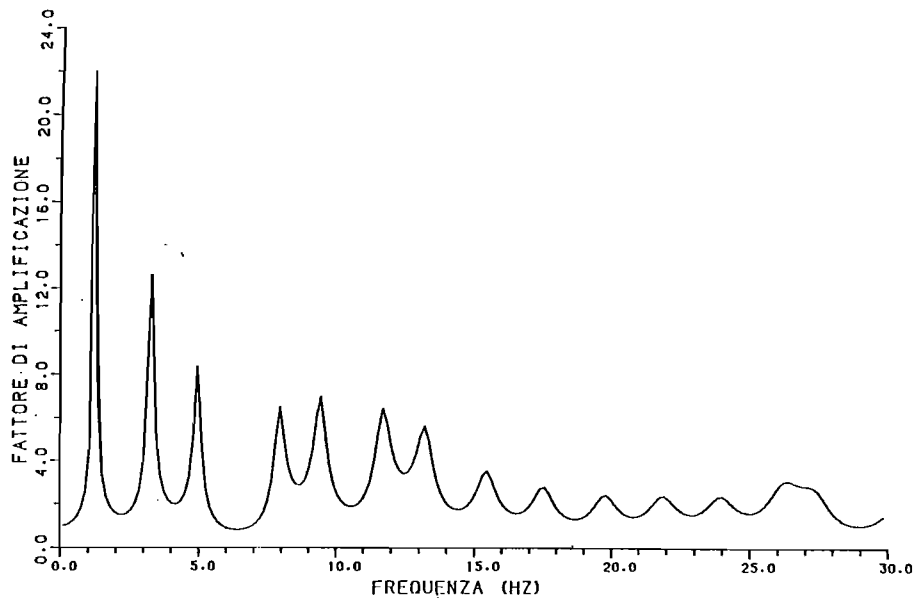


Fig. 9. - Fattori di amplificazione per le frequenze proprie di un terreno stratificato (tab. 2) valutate da registrazione ambientale.

notevole memoria centrale per cui è potenzialmente alla portata di un vasto numero di utenti contrariamente ai metodi più complessi in campo mono e bidimensionale, che sono accessibili ad un numero di specialisti sempre più ristretto. A riprova di ciò, il confronto tra i risultati ottenuti con il codice di calcolo proposto e la procedura di calcolo SHAKE ha fornito risultati soddisfacenti per un sito italiano dove le condizioni locali erano conosciute in dettaglio.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano il Prof. Ing. Carlo Viggiani per l'incoraggiamento ricevuto e per la revisione del testo.

BIBLIOGRAFIA

- AMBRASEYS N.N. (1959) - *A note on the response of an elastic overburden of varying rigidity to an arbitrary ground motion.* Bull. Seism. Soc. Am., 49, pp. 211-220.
- CARRUBBA P., MAUGERI M. (1983) - *Periodo fondamentale dei terreni.* C.N.R., Attività di Ricerca nell'anno 1983, pp. 147-148.
- CHEN A.T.F. (1971) - *Natural periods of two-layer systems.* Report No. USGS-GD-71-030, U.S. Geological Survey, Menlo Park, California.
- DOBRY R., OWEIS I., URZUA A. (1976) - *Simplified procedures for estimating the fundamental period of a soil profile.* Bull. Seism. Soc. of Am., 66, pp. 1293-1321.
- DOBRY R., WHITMAN R.V., RAESSET J.M. (1971) - *Soil properties and the one-dimensional theory of earthquake amplification.* Research Report R 71-18, Dep. Civ. Eng. MIT, Cambridge Mass.
- GAZETAS G. (1982) - *Vibrational characteristics of soil deposits with variable wave velocity.* Inter. Journ. for Numer. and Analyt. Meth. in Geomechanics, V. 6.
- IDRISS I.M., SEED H.B. (1968) - *Seismic response of horizontal soil layers.* Jour. Soil Mech. Found. Div. ASCE, 94, pp. 1003-1031.
- JACOBSEN L.S. (1930) - *Motion of a soil subjected to a simple*

harmonic ground vibration. Bull. Seism. Soc. Am., 20, pp. 160-195.

- MADERA G.A. (1971) - *Fundamental period and amplification of peak acceleration in layered systems.* Research Report R. 70-37, Dep. of Civil Engineering, M.I.T., Cambridge, Mass.
- MAUGERI M. (1983) - *Indagini geotecniche per la valutazione delle proprietà dinamiche di un terreno argilloso.* Atti XV Convegno Nazionale di Geotecnica, Spoleto, 4-6 maggio 1983, vol. 3, pp. 147-152.
- OHSAKI Y. (1969) - *Effects of local soil conditions upon earthquake damage.* Proc. Soil Dynamics Specialty Session. Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng. 7th, Mexico City, pp. 3-32.
- SCHNABEL P.B., LYSMER J., SEED H.B. (1973) - *SHAKE - A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites.* Report No. EERC 72-12, Earthquake Eng. Res. Center Univ. of California, Berkeley.
- SCHREYER H. (1977) - *One-dimensional elastic waves in inhomogeneous media.* Jour. Eng. Mech. Div. ASCE 103 EM5, pp. 979-990.
- SEAOC (1974) - *Recommended lateral force requirements and commentary.* Seismology Committee of the Structural Engineers Association of California, San Francisco.
- SEED H.B. (1969) - *The influence of local soil conditions on earthquake damage.* Proc. Soil Dynamics Specialty Session. Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng. 7th, Mexico City, pp. 33-66.
- SEED H.B., UGAS C., LYSMER J. (1976) - *Site dependent spectra for earthquake-resistant design.* Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 66.
- TOKI K., CHERRY S. (1972) - *Inference of subsurface accelerations and strain from accelerograms recorded at ground surface.* Proc. 4th Eur. Symp. on Earth. Eng., London.
- URZUA S. (1974) - *Determinación del periodo fundamental de vibración del suelo.* Master's Thesis in Soil Mechanics University of Chile, Santiago, Chile.

SUMMARY

Seismic response of non homogeneous soils

The macroseismic effects of destructive earthquakes are related to selective aspect of local response.

From a general point of view such a site dependent damage is primarily related both to dynamical properties of layer understanding the foundation and dynamical coupling of soil-structure vibration.

Dynamic structural analysis for earthquake ground motion can

be carried out by following two different approaches: time history analysis and response spectrum analysis.

Following the response spectrum analysis a modal superposition is required.

In the present paper a new procedure is proposed in order to analyse the modal behaviour of layers.

Through an extension of Holzer method to a onedimensional, linearly elastic and cross-heterogeneous layer (figs. 1 and 2), the proposed methodology provides frequencies and natural vibration shapes for complete modal response solution of a soil with a given stratigraphy.

The eterogeneity of soil can be modelled in terms of shear stiffness and density, by means of any law within the layer.

At a first step every natural undamped frequency of vibration, for a multi-degree of freedom system, is calculated as solution of the algorithm:

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i - \frac{\omega^2 \sum_{j=0}^i \rho_j \Phi_j \Delta z}{G_i / \Delta z} \quad (5)$$

Such algorithm has been implemented on a top desk computer.

At a second step eigenvectors are calculated as solution of the dynamic problem:

$$(\bar{K} - \omega_n^2 \bar{M}) \bar{\Phi}_n = 0$$

Following the proposed procedure, some cases of continuous heterogeneity, with available closed form solutions, are examined successfully (figs. 3, 4, 5, 6).

Finally, with reference to natural frequencies of vibration, a comparison was carried out for a real site (fig. 8 and tab. 2) where a dynamical geotechnical characterization was performed by means a careful in situ and laboratory investigation.

Computed frequencies were so compared with SHAKE procedure results (fig. 7), and with spectral analysis of environmental vibrations (fig. 9).

With regard to small cyclic shear deformation involved, it has been found that good predictions for dynamic behaviour of real site can be achieved by means of a more simplified onedimensional models; moreover the accuracy of results could be primarily related to dynamic soil parameters determination.