

Analisi statistica e sperimentale della compressibilità dei terreni di fondazione nell'area di Peretola-Castello (Firenze)

G. VANNUCCHI*

SOMMARIO: Nelle fasi preliminari di progettazione geotecnica può essere utile disporre di relazioni semiempiriche per la stima di proprietà geotecniche, come l'indice di compressione e il grado di sovraconsolidazione, la cui determinazione sperimentale, in misura quantitativamente adeguata, sia particolarmente onerosa in termini di tempo e di economia, ma la cui conoscenza possa essere determinante in alcune scelte progettuali.

Esistono in letteratura molte equazioni semiempiriche per la stima dell'indice di compressione, la maggior parte delle quali è scientificamente giustificabile nell'ambito della teoria del doppio strato diffuso di Gouy-Chapman. Purtroppo l'applicabilità di tali relazioni è limitata generalmente a terreni normalmente consolidati ed i valori stimati con le diverse formule sono spesso eccessivamente dispersi per un'utilizzazione pratica di sufficiente attendibilità.

È allora consigliabile determinare, su una base statistica limitata ma omogenea e nell'ambito di un modello teoricamente soddisfacente, i valori dei parametri di volta in volta più idonei.

Il procedimento sopradescritto è stato applicato ai terreni di fondazione dell'area di Peretola-Castello (FI), ove è previsto per i prossimi anni il più importante sviluppo edilizio della città di Firenze.

Si tratta di terreni limo argillosi moderatamente sovraconsolidati, di origine fluviale e lacustre, con presenza di inclusioni lenticolari sparse di ghiaie e ciottoli.

L'analisi si basa sui risultati di 28 prove edometriche standard eseguite presso il laboratorio geotecnico del Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Firenze.

Dopo aver definito e descritto un procedimento automatico per la schematizzazione della curva di compressibilità edometrica, è applicato un modello costitutivo strutturalmente simile a quello proposto da NAGARAJ *et al.* [1986a, b], che consente la previsione di una curva schematica di compressibilità edometrica, ma è svolta una specifica analisi statistica delle proprietà geotecniche di base per calibrare i coefficienti del modello mediante la tecnica della regressione lineare multipla.

1. Introduzione e scopo della ricerca

Molti ricercatori hanno proposto relazioni empiriche per stimare l'indice di compressione dei terreni coesivi normalmente consolidati mediante correlazioni con altre proprietà geotecniche di più rapida e frequente determinazione. Infatti il costo, sia in termini di tempo che di denaro, per la determinazione sperimentale dell'indice di compressione è notevolmente più alto del costo delle prove geotecniche di classificazione. A titolo di esempio in tabella 1 sono riportate alcune delle equazioni proposte per la stima dell'indice di compressione.

Si può dimostrare che la maggior parte di esse (e tutte quelle di tabella 1) sono scientificamente giustificate nell'ambito della teoria elettrica del doppio strato diffuso di Gouy - Chapman, sviluppata da BOLT [1956] e successivamente modificata e integrata da altri ricercatori [SRIDHARAN e JAYADEVA, 1982; NAGARAJ e SRINIVASA MURTHY, 1983; 1986a].

Per terreni sovraconsolidati non sono generalmente applicabili le correlazioni valide per terreni normalmente consolidati ed è inoltre molto difficile stimare il grado di sovraconsolidazione in assenza di risultati sperimentali diretti.

Un modello generalizzato semplice è stato sviluppato da NAGARAJ e SRINIVASA MURTHY [1986b] in accordo con la teoria del doppio strato diffuso. Per terreni coesivi normalmente consolidati, saturi, non cementati, con limite di liquidità compreso nell'intervallo 40 - 140 (%), essi sono pervenuti alla seguente relazione fra indice dei vuoti normalizzato rispetto al valore corrispondente al limite di liquidità (e/e_L) e pressione effettiva verticale (p in KPa):

$$e/e_L = 1.122 - 0.2343 \log p \quad (1)$$

L'indice di compressione risulta pertanto definito

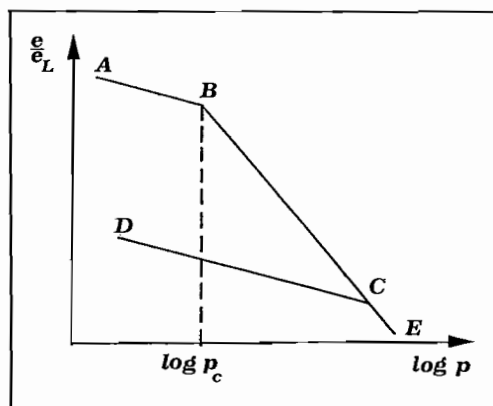


Fig. 1 - Schema della curva di compressibilità edometrica nel piano e/e_L - $\log p$.

* Prof. ing. Giovanni VANNUCCHI - Associato di Geotecnica e Fondazioni, Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Firenze.

dalla (2) che è una relazione simile, per struttura, a quelle elencate in tabella 1:

$$C_c = 0.2343 e_L \quad (2)$$

Lo sviluppo più interessante ai fini applicativi è relativo ai terreni coesivi sovraconsolidati saturi non cementati per i quali la curva di compressibilità edometrica nel piano $e/e_L - \log p$ può essere schematizzata come in figura 1. I rami di ricarico AB e di scarico CD hanno eguale pendenza. Il ramo corrispondente alla fase di carico vergine BE interseca il ramo AB in corrispondenza della pressione di consolidazione p_c . Le equazioni generalizzate sono le seguenti:

$$\text{AB}) e/e_L = 1.122 - 0.188 \log p_c - 0.0463 \log p \quad (3)$$

$$\text{BE}) \quad e/e_L = 1.122 - 0.2343 \log p \quad (1)$$

La pressione di consolidazione è calcolata utilizzando i valori di indice dei vuoti naturale e_o e di pressione litostatica effettiva p_o :

$$\log p_c = (1.122 - e_o/e_L - 0.0463 \log p_o)/0.188 \quad (4)$$

L'indice di compressione e l'indice di rigonfiamento risultano rispettivamente:

$$C_c = 0.2343 e_L \quad (5)$$

$$C_s = 0.0463 e_L \quad (6)$$

I coefficienti delle equazioni precedenti sono stati determinati con metodi statistici sulla base dei risultati di prove di compressione edometrica eseguite su terreni provenienti da ogni parte del mondo e pertanto forniscono risultati accettabili solo in prima approssimazione.

Il presente lavoro parte dalle considerazioni testè esposte e si propone i seguenti obiettivi:

1. Definire in modo univoco il procedimento di schematizzazione della curva di compressibilità edometrica sperimentale.
2. Definire un metodo di analisi statistica per la scelta dei coefficienti delle equazioni generalizzate in modo che siano utilizzate le informazioni geotecniche derivanti dalle più comuni prove di laboratorio.
3. Applicare il modello ad una situazione locale fiorentina, nell'ambito della caratterizzazione geotecnica dei terreni di fondazione dell'area di Peretola-Castello, a nord-ovest del centro storico di Firenze, che è attualmente oggetto di studio per la realizzazione del progetto di sviluppo urbanistico de «La Fondiaria».

2. Schematizzazione della curva di compressione edometrica

La curva di compressione edometrica nel piano $e-\log p$ viene usualmente tracciata per interpolazione grafica fra i punti sperimentali. Per determinare la pressione di consolidazione il metodo grafico di CASAGRANDE [1936] è il più frequentemente utilizzato.

Allo scopo di ridurre gli errori di graficismo, rendere più rapida l'elaborazione dei risultati sperimentali e pervenire in modo univoco allo schema geometrico di riferimento è stato messo a punto un semplice programma di calcolo che:

- a) determina analiticamente le curve sperimentali

TABELLA 1

Alcune relazioni empiriche per l'indice di compressione (e_o = indice dei vuoti iniziale o in situ, e_n = indice dei vuoti naturale, e_L = indice dei vuoti corrispondente al limite di liquidità, w_n = contenuto in acqua naturale)

Equazione	Rif. bibl.	Regioni e condizioni di applicabilità
$C_c = 0.007 (w_L - 10)$	[SKEMPTON, 1944]	Argille rimaneggiate
$C_c = 0.009 (w_L - 10)$	[TERZAGHI e PECK, 1948]	Argille normalmente consolidate, di media sensibilità
$C_c = 0.007 (w_L - 5.3)$	[RICCERI e PREVIADELLO, 1971]	Argille normalmente consolidate della laguna veneta
$C_c = 0.01 w_n$	[KOPPULA, 1981]	Argille di Chicago e di Alberta
$C_c = 0.0115 w_n$	[BOWLES, 1979]	Argille e limi organici
$C_c = 1.15 (e - e_o)$	[NISHIDA, 1956]	Tutte le argille
$C_c = 1.15 (e - 0.35)$	[NISHIDA, 1956]	Tutte le argille
$C_c = 0.54 (e_n - 0.35)$	[NISHIDA, 1956]	Terreni naturali
$C_c = 0.37 (e_o + 0.003 w_L + 0.0004 w_n - 0.34)$	[AZZOUZ et al., 1976]	Tutte le argille
$C_c = 0.75 (e_o - 0.50)$	[BOWLES, 1979]	Terreni di bassa plasticità
$C_c = 0.0046 (w_L - 9)$	[BOWLES, 1979]	Argille brasiliane
$C_c = 1.21 + 1.055 (e_o - 1.87)$	[BOWLES, 1979]	Argille varicolori di San Paolo
$C_c = 0.30 (e_o - 0.27)$	[HOUGH, 1957]	Argille inorganiche limose e limo sabbiose
$C_c = 0.208 (e_o + 0.0083)$	[BOWLES, 1979]	Argille di Chicago
$C_c = 0.156 (e_o + 0.0107)$	[BOWLES, 1979]	Tutte le argille
$C_c = 0.2343 e_L$	[NAGARAJ et al., 1986b]	Argille normalmente consolidate sature

in compressione edometrica nel piano e - $\log p$ mediante un'interpolazione con funzioni spline cubiche [STOER, 1977];

- b) consente un controllo visivo da parte dell'operatore sui grafici ottenuti;
- c) ricerca per via analitica e numerica il punto di massima curvatura ed esegue analiticamente la costruzione di Casagrande determinando la pressione di consolidazione e l'indice di compressione di laboratorio;
- d) esegue analiticamente la correzione di SCHMERTMANN [1955] per tener conto degli effetti di disturbo dovuti al campionamento, calcola l'indice di compressione corretto della curva vergine e definisce, nel modo di seguito indicato, la spezzata di fig. 2, ovvero lo schema geometrico di riferimento.

Per terreni sovraconsolidati il procedimento di Schmertmann (fig. 2) prevede di:

- tracciare una linea orizzontale in corrispondenza dell'indice dei vuoti iniziali e_0 fino al valore calcolato della pressione litostatica effettiva p_0 (punto 1 di figura 2); per indice dei vuoti iniziali si è inteso il valore corrispondente al grado di consolidazione $U=0\%$ per il primo incremento di carico;
- dal punto 1 tracciare la retta parallela alla retta che meglio interpola la curva di scarico e ricarico, ovvero alla retta di regressione di e su $\log p$ per i punti sperimentali della fase di scarico (e di eventuale ricarico), fino al valore calcolato di pressione di consolidazione p_c (punto 2 di figura 2); la pendenza di tale retta è l'indice di rigonfiamento C_s ;
- tracciare una linea orizzontale in corrispondenza dell'indice dei vuoti $e = 0.42 e_0$ fino all'intersezione con la retta tangente al tratto terminale della curva di compressione di laboratorio (punto 3 di figura 2);

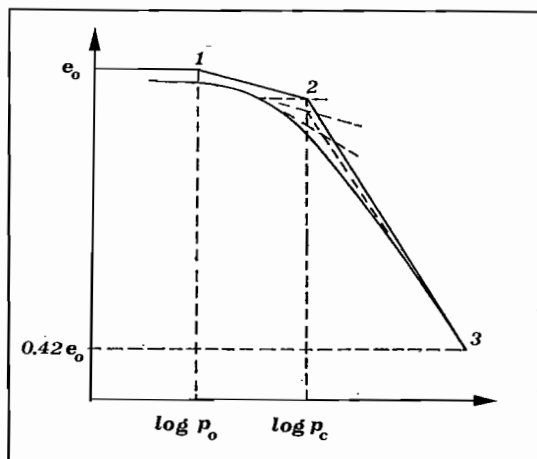


Fig. 2 - Definizione geometrica dello schema di curva di compressione edometrica con il metodo di Schmertmann per terreni sovraconsolidati.

- tracciare la retta congiungente i punti 2 e 3 precedentemente calcolati, la cui pendenza definisce l'indice di compressione della curva vergine in situ C_c .

I vertici 1, 2 e 3 della spezzata di figura 2 hanno le coordinate:

$$\begin{aligned} 1. \log p(1) &= \log p_0 & e(1) &= e_0 \\ 2. \log p(2) &= \log p_c & e(2) &= C_s \log \frac{p(1)}{p(2)} + e(1) \\ 3. \log p(3) &= \frac{e(3) - e(2)}{C_c} + \log p(2) & e(3) &= 0.42 e(1) \end{aligned}$$

le equazioni delle rette componenti la curva di compressione schematizzata sono:

tratto iniziale: $e = e(1)$

$$\text{tratto 1-2: } \frac{\log [p/p(1)]}{\log [p(1)/p(2)]} = \frac{[e - e(1)]}{[e(1) - e(2)]}$$

$$\text{tratto 2-3: } \frac{\log [p/p(2)]}{\log [p(2)/p(3)]} = \frac{[e - e(2)]}{[e(2) - e(3)]}$$

Le rette 1-2 e 2-3 corrispondono, a meno del fattore di scala e_L alle rette AB e BE in figura 1:

$$\text{AB) } e/e_L = a(\bullet) - c(\bullet) \log p_c - [b(\bullet) - c(\bullet)] \log p$$

$$\text{BE) } e/e_L = a(\bullet) - b(\bullet) \log p$$

3. L'area campione

L'area di Peretola-Castello ove è previsto l'insediamento de «La Fondiaria» ha un'estensione di circa 170 ha e si trova nella parte sud orientale della piana di Firenze-Prato-Pistoia la cui geologia, idrogeologia e storia evolutiva è esaurientemente discussa in [CAPECCHI *et al.*, 1975a, b].

L'attuale pianura è stata sede di una depressione lacustre di età villafranchiana di cui ha conservato le dimensioni e l'orientamento con asse maggiore in direzione SE-NO.

La piana è fiancheggiata da colline costituite da materiale roccioso appartenente ad alcune formazioni geologiche note che ne costituiscono anche il fondo.

Il bacino lacustre ha attualmente una profondità massima di circa 500-550 m nella zona compresa tra Campi Bisenzio e Calenzano; minori profondità sono state riscontrate tra Prato e Pistoia (circa 400-450 m). Le profondità minime sono presenti nell'area di Firenze (circa 50 m nel centro cittadino), in quanto movimenti quaternari hanno sollevato il margine SE della piana rispetto alla rimanente zona NO nella quale viene oggi a trovarsi

l'area oggetto di studio. In particolare un'indagine geoelettrica ha permesso di accertare che la profondità del substrato roccioso (bedrock) in corrispondenza nell'area de «La Fondiaria» è in ogni caso non inferiore a 400 m.

I materiale di rimpimento del bacino sono di origine fluviale e lacustre con presenza alternata di argille, sabbie e ghiaie. In particolare nella zona a SE di Firenze (Antella e Bagno a Ripoli) prevalgono i termini grossolani (ghiaie e ciottoli anche di grosse dimensioni), di natura prevalentemente calcarea, talora cementati, con presenza di inclusioni lenticolari di sabbie e argille. Allontanandosi da tale zona in direzione NO i termini grossolani diminuiscono di frequenza per lasciar posto ai materiali più fini (limi e argille) che costituiscono i termini prevalenti nella zona a nord della città di Firenze. Fanno eccezione i materiali grossolani (generalmente superficiali) di origine fluviale depositati dai vari corsi d'acqua che hanno interessato ed interessano la piana (Arno, Bisenzio e Ombrone).

L'area in studio si trova nella parte di bacino che, per effetto del sollevamento differenziale a cui si è accennato, è rimasta nella zona di lago residuo, giungendo quindi al colmamento lacustre. La natura dei sedimenti è quindi prevalentemente argillosa. Non sono assenti inclusioni lenticolari di ghiaia e ciottoli, sedi localmente di falde acquifere, con disposizione più o meno casuale all'interno di tutta l'area [CHIARUGI, 1985].

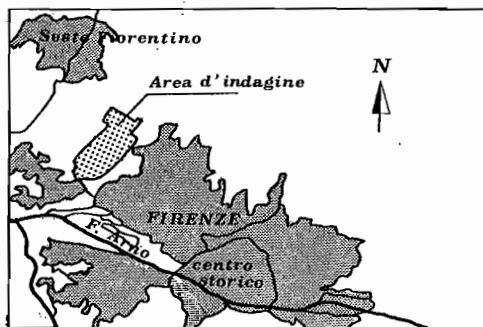
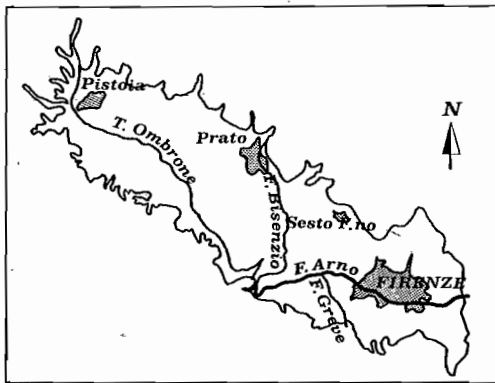


Fig. 3 - L'area di Peretola-Castello da cui provengono i campioni di terreno provati in laboratorio.

Nella figura 3 è geograficamente localizzata l'area di Peretola Castello da cui provengono i campioni di terreno oggetto di studio.

4. Elaborazione statistica dei dati geotecnici

In Statistica si definisce «popolazione» l'intero gruppo di valori che una variabile assume in determinate condizioni (ad esempio tutti i valori assunti dalla variabile «limite di liquidità» nell'area Peretola-Castello). Una popolazione può essere finita o, come nell'esempio citato, infinita. Se è impossibile prendere in esame l'intera popolazione, se ne considera una parte rappresentativa, detta «campione», dalla cui analisi si possono spesso inferire importanti conclusioni circa l'intera popolazione. Nel caso in esame il campione è costituito dai 28 valori misurati delle diverse variabili proprietà geotecniche.

Per un assegnato set di dati, che costituisce il campione statistico $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, si definisce:

Primo momento (media aritmetica)

$$m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1} x_i$$

Secondo momento

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - m_1^2$$

Terzo momento

$$m_3 = \frac{1}{n} \sum x_i^3 - \frac{3}{n} m_1 \sum x_i^2 + 2m_1^3$$

Quarto momento

$$m_4 = \frac{1}{n} \sum x_i^4 - \frac{4}{n} m_1 \sum x_i^3 + \frac{6}{n} m_1^2 \sum x_i^2 - 3m_1^4$$

Coefficiente di asimmetria

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}$$

Coefficiente di curtosi

$$g_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$$

Se il campione è rappresentativo dell'intera popolazione, le quantità sopraelencate sono una stima sufficientemente accurata delle corrispondenti quantità per l'intera popolazione.

Per una distribuzione simmetria il coefficiente di asimmetria è zero. Se la curva di frequenza ha una «coda» più lunga a destra del massimo centrale la

distribuzione è positivamente asimmetrica; se è vero il contrario la distribuzione è negativamente asimmetrica.

Il coefficiente di curtosi è una misura del grado di altezza della distribuzione; quando la maggior parte dei valori di una distribuzione è concentrata intorno al valore medio, la distribuzione ha un picco pronunciato, mentre se i valori sono dispersi in tutto il campo di esistenza la distribuzione è appiattita. La distribuzione normale ha coefficiente di curtosi eguale a 3 (mesocurtosi), una distribuzione piatta ha coefficiente di curtosi piccolo (platicurtosi), mentre una distribuzione di notevole altezza ha coefficiente di curtosi elevato (leptocurtosi).

Tutti i dati utilizzati nell'analisi provengono da 28 prove edometriche eseguite presso il laboratorio geotecnico del Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Firenze su campioni estratti nel corso di tre successive campagne di indagini. Le prove sono state condotte con procedure standard su provini di diametro 7.0 cm e altezza 2.0 cm. In fig. 4 sono riportati nel diagramma di plasticità di Casagrande i punti rappresentativi dei campioni provati. Un sommario dei parametri statistici delle proprietà geotecniche e degli istogrammi di frequenza sono riportati in tabella 2 e in fig. 5 rispettivamente. La scelta del numero delle classi è stata

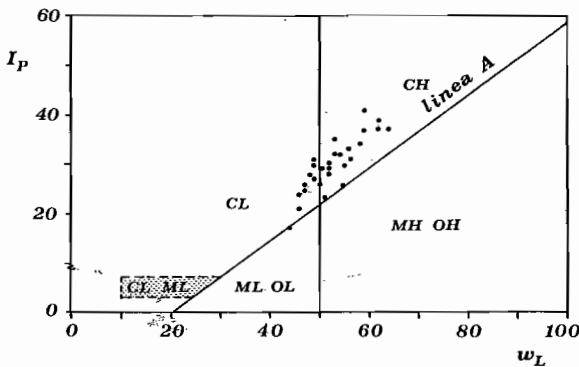


Fig. 4 - Punti rappresentativi dei campioni analizzati nel diagramma di plasticità di Casagrande.

fatta con il criterio di Sturges [BENJAMIN e CORNELL, 1970]:

$$K = 1 + 3.3 \log N \quad (7)$$

Fra le variabili considerate manca purtroppo il contenuto in argilla ($\% < 0.002$ mm) poiché non erano disponibili le curve granulometriche complete.

La maggior parte delle variabili che sono state considerate ha asimmetria positiva, ma con valori non molto alti, e curtosi prossima al valore 3 della distribuzione normale. I coefficienti di variazione, che sono indice della dispersione dei valori intorno alla media, sono sensibilmente più alti per le proprietà derivate (C_c , C_s , GSC, I_p) che per le proprietà geotecniche direttamente misurate (w_L , w_P , w_n , e_o , γ_d). La scelta della legge di distribuzione attribuita alle singole proprietà geotecniche è stata fatta sulla base dei seguenti criteri:

- a) diagramma di Pearson (fig. 6);
- b) test di Kolmogorov-Smirnov;
- c) test chi-quadro.

In tabella 2 sono indicate le distribuzioni che meglio si adattano alla distribuzione campionaria di ogni variabile considerata, con preferenza per la distribuzione normale. I risultati sono in buon accordo con quanto riportato dalla letteratura tecnica [LUMB, 1966; WU e KRAFT, 1967; HOLTZ e KRIZEK, 1971; COROTIS *et al.*, 1975].

Per la completa definizione delle curve schematiche di compressione edometrica (figura 2) è necessario conoscere o stimare il valore dei parametri a, b e c, biunivocamente collegati alle proprietà geotecniche: indice di compressione, C_c , indice di rigonfiamento, C_s , e grado di sovraconsolidazione, GSC. Diversamente da quanto proposto da NAGARAJ *et al.* [1983, 1986a, 1986b]; che assumono valori costanti per i parametri a, b e c, pare più opportuno determinare per ognuno di essi un modello di regressione multipla su un numero ristretto di va-

TABELLA 2
Parametri statistici delle proprietà geotecniche

Proprietà	w_L (%)	w_P (%)	I_p (%)	w_n (%)	e_o	γ_d (g/cm ³)	C_c	C_s	GSC
Media aritmetica	52.82	22.89	22.93	22.02	0.605	1.711	0.209	0.048	3.28
Moda	49.00	22.00	26.00	19.50	0.540	1.780	0.248	0.043	1.22
Mediana	52	22.5	30	22.1	0.597	1.71	0.197	0.046	2.87
Deviazione standard	5.27	2.90	5.56	2.57	0.09	0.087	0.042	0.015	1.88
Coeff. di asimmetria	0.41	0.14	-0.08	0.18	0.04	-0.12	0.76	0.11	0.63
Coeff. di curtosi	2.37	2.60	2.79	2.75	2.17	2.24	3.07	4.33	2.46
Coeff. di variazione	9.98	12.65	24.24	11.67	6.94	5.08	20.09	31.25	57.38
Distribuzione 1	norm.	norm.	norm.	norm.	norm.	norm.	beta	norm.	beta (J)
2	beta (J)	beta		beta	beta				

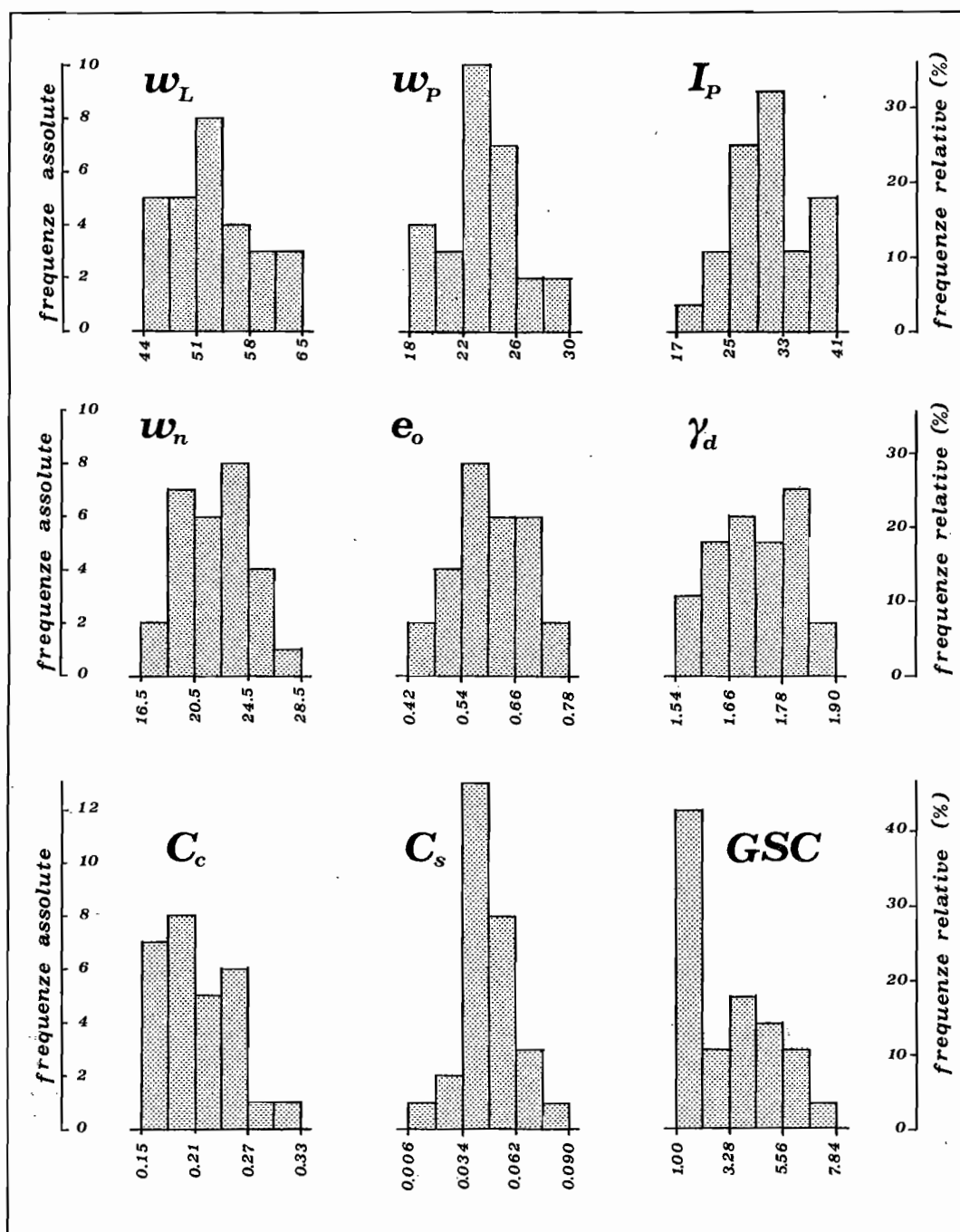


Fig. 5 - Istogrammi di frequenza delle proprietà geotecniche.

riabili indipendenti, scelte fra le proprietà geotecniche di più frequente e rapida determinazione. Così operando, se da un lato si perde in generalità, dall'altro si acquista in affidabilità, limitatamente ai terreni per i quali è stata condotta l'analisi.

Operativamente i valori attuali dei coefficienti a , b e c , che definiscono in maniera completa lo schema delle 28 curve di compressione edometrica nel piano $\log p_c - e/e_L$ (le quali costituiscono il campione statistico) sono stati determinati attraverso le relazioni:

$$e_a = C_s \log(p_o/p_c) + e_o \quad (8)$$

$$a = e_a/e_L + b \log(p_c/p_a) \quad (9)$$

$$b = C_c/e_L \quad (10)$$

$$c = b - C_s/e_L \quad (11)$$

È stata quindi calcolata la matrice dei coefficienti di correlazione fra tali coefficienti e un gruppo di proprietà geotecniche di facile ed economica determinazione (proprietà geotecniche di base) note anche in assenza di prova edometrica (tabella 3).

Il passo successivo è consistito nella costruzione di un modello di regressione multipla per ognuno dei coefficienti a , b e c ed un gruppo ridotto di proprietà geotecniche di base.

TABELLA 3
Matrice dei coefficienti di correlazione

	a	b	c	w_L	w_P	I_P	w_n	e_o	γ_d	P_o/P_a
a	1	.907	.903	-.375	.009	-.360	.288	.403	-.436	.353
b		1	.950	-.255	-.165	-.156	.113	.181	-.272	.441
c			1	-.292	-.114	-.217	.135	.247	-.314	.284
w_L				1	.171	.858	.533	.386	-.432	-.051
w_P					1	-.359	.527	.481	-.427	-.255
I_P						1	.231	.115	-.186	.085
w_n							1	.940	-.917	-.149
e_o								1	-.958	-.261
γ_d									1	.215
P_o/P_a										1

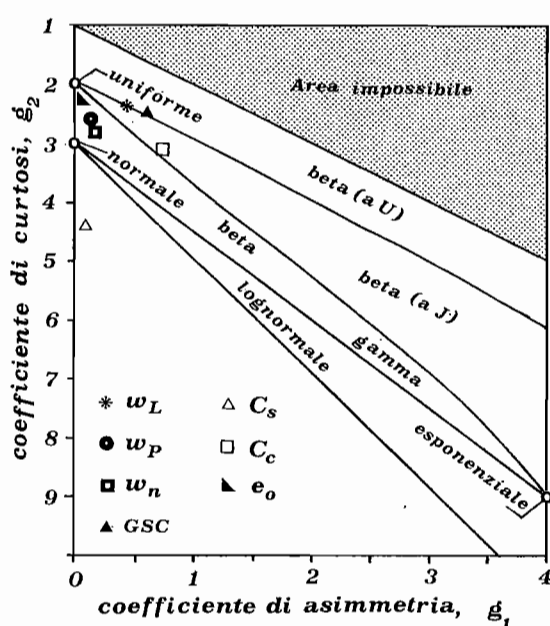


Fig. 6 - Diagramma dei momenti di Pearson con indicati i punti rappresentativi delle proprietà geotecniche considerate.

La matrice di correlazione mostra le relazioni lineari fra coppie di variabili. I valori +1 e -1 indicano una relazione lineare perfetta, rispettivamente positiva o negativa, fra le due variabili considerate, mentre un valore prossimo a zero indica che vi è poca o nessuna corrispondenza lineare fra di esse.

Nel caso in esame la matrice di correlazione indica che i tre coefficienti $a(\bullet)$, $b(\bullet)$ e $c(\bullet)$ del modello, cioè le proprietà geotecniche derivate, sono fortemente correlate fra loro; pertanto potranno essere scelte le stesse proprietà geotecniche di base come variabili indipendenti nelle tre regressioni lineari multiple.

Inoltre la coppia di proprietà geotecniche w_L-I_P e la terna $w_n-e_o-\gamma_d$ hanno alti coefficienti di correlazione mutui, ovvero sono interdipendenti (multicollinearità). Se due variabili di base sono fortemente correlate fra loro e sono entrambe uti-

lizzate nella regressione multipla, tendono a riprodurre un effetto simile sulla variabile derivata e a ridurre, per tale motivo, i rispettivi coefficienti nella regressione, rendendo difficile la stima dell'influenza di ciascuna variabile di base separatamente. Un altro effetto negativo della multicollinearità è la sensibilità dei coefficienti della regressione al numero di osservazioni («sindrome dei coefficienti instabili»). Per tali motivi si sono scelte come variabili indipendenti nelle regressioni tre proprietà geotecniche di base (densità secca, limite di liquidità e pressione litostatica normalizzata) che presentano contemporaneamente coefficienti di correlazione relativamente alti con le variabili derivate, e bassi con le altre due variabili indipendenti.

Vi sono tre procedimenti «canonici» per la scelta delle variabili da impiegare in un modello di regressione multipla:

- Con il metodo di «selezione in avanti» (forward selection) viene inizialmente considerata la variabile indipendente che ha il più elevato valore assoluto del coefficiente di correlazione con la variabile dipendente, ed è applicato un criterio di accettazione della variabile nel modello basato sul test F. F è una statistica che consente di valutare la capacità del modello di regressione a riprodurre i dati sperimentali. Se il test è positivo viene considerata, fra le rimanenti, la variabile indipendente con il coefficiente di correlazione più elevato in valore assoluto e nuovamente applicato il criterio di accettazione. E così via, finché il criterio di accettazione porta ad un risultato negativo che interrompe il procedimento.
- Con il metodo di «eliminazione all'indietro» (backward elimination) vengono inizialmente considerate nel modello di regressione tutte le variabili indipendenti, quindi, con un criterio di rimozione anch'esso basato sul test F, sono gra-

dualmente rimosse le variabili indipendenti meno significative.

- c) Il metodo di «selezione a gradini» (stepwise selection), che è probabilmente il più usato, è una combinazione dei due procedimenti sopracitati.

Nel caso in esame, pur avendo come riferimento principale il metodo di «selezione a gradini», si è imposto che le tre equazioni di regressione per i coefficienti a, b e c, utilizzassero le medesime proprietà geotecniche di base come variabili indipendenti. Questa esigenza ha fatto sì che, nell'equazione di regressione per il coefficiente a, fosse imposta la variabile indipendente γ_d in luogo della variabile indipendente e_o , altrimenti prescelta. Naturalmente, dato l'alto valore del coefficiente di correlazione tra γ_d e e_o ($R = -0.958$), la presenza di una delle due variabili esclude la presenza dell'altra. Ciò ha portato una lieve diminuzione del coefficiente di regressione multipla da $R = 0.969$ a $R = 0.956$.

Con analogo procedimento sono stati anche costruiti i modelli di regressione per i coefficienti a, b e c e lo stesso gruppo di proprietà geotecniche di base, ma in forma logaritmica. L'uso della forma logaritmica ha portato infatti un lieve miglioramento dei modelli di regressione.

I modelli di regressione permettono di stimare, con un margine di errore controllato ed in base alla conoscenza di proprietà geotecniche di facile determinazione (γ_d , w_L , p_o/p_a), i valori dei parametri a, b e c, noti i quali è possibile disegnare lo schema completo della curva di compressibilità edometrica nel piano $\log p-e/e_L$ e quindi stimare le proprietà geotecniche: indice di compressione, indice di rigonfiamento e grado di sovraconsolidazione.

Un sommario dei risultati dei due modelli di regressione multipla per ciascuna delle variabili a, b e c è riportato nelle tabelle 4 e 5. In esse si è indicato con:

- R il coefficiente di regressione multipla;
SE l'errore standard della stima;
B i coefficienti parziali della regressio-

TABELLA 4a

Modello di regressione per il coefficiente (a)

Coefficiente di regressione multipla:		R = 0.956		
Errore standard:		SE = 0.018		
Variabile Indipendente	B	SE B	SB	T
γ_d	-0.6387	0.0456	-0.9498	-14.014
w_L	-0.0091	0.0007	-0.8173	-12.333
p_o/p_a	0.0227	0.0038	0.3657	5.973
Costante	2.0109	0.1004		20.037

TABELLA 4b

Modello di regressione per il coefficiente (b)

Coefficiente di regressione multipla:		R = 0.726		
Errore standard:		SE = 0.021		
Variabile Indipendente	B	SE B	SB	T
γ_d	-0.1985	0.0528	-0.5988	-3.759
w_L	-0.0027	0.0009	-0.4859	-3.119
p_o/p_a	0.0167	0.0044	0.5454	3.790
Costante	0.6059	0.1163		5.211

TABELLA 4c

Modello di regressione per il coefficiente (c)

Coefficiente di regressione multipla:		R = 0.685		
Errore standard:		SE = 0.018		
Variabile Indipendente	B	SE B	SB	T
γ_d	-0.1726	0.0460	-0.6336	-3.754
w_L	-0.0025	0.0007	-0.5450	-3.303
p_o/p_a	0.0099	0.0038	0.3932	2.579
Costante	0.5253	0.1013		5.188

TABELLA 5a

Modello di regressione per il coefficiente (a)

Coefficiente di regressione multipla:		R = 0.961		
Errore standard:		SE = 0.017		
Variabile Indipendente	B	SE B	SB	T
$\ln \gamma_d$	-1.1096	0.0744	-0.9695	-14.915
$\ln w_L$	-0.5257	0.0377	-0.8859	-13.927
$\ln(p_o/p_a)$	0.0302	0.0048	0.3749	6.330
Costante	3.1458	0.1715		18.346

TABELLA 5b

Modello di regressione per il coefficiente (b)

Coefficiente di regressione multipla:		R = 0.767		
Errore standard:		SE = 0.020		
Variabile Indipendente	B	SE B	SB	T
$\ln \gamma_d$	-0.3763	0.0851	-0.6670	-4.423
$\ln w_L$	-0.1761	0.0432	-0.6020	-4.079
$\ln(p_o/p_a)$	0.0238	0.0055	0.5994	4.362
Costante	1.0471	0.1961		5.340

TABELLA 5c
Modello di regressione per il coefficiente (c)

Variabile Indipendente	Coefficiente di regressione multipla: Errore standard:			R = 0.722 SE = 0.017
	B	SE B	SB	T
$\ln \gamma_d$	-0.3195	0.0753	-0.6889	-4.242
$\ln w_L$	-0.1535	0.0382	-0.6384	-4.017
$\ln(p_o/p_a)$	0.0144	0.0048	0.4395	2.970
Costante	0.8929	0.1736		5.143

ne, ovvero i coefficienti moltiplicativi delle singole variabili indipendenti nel modello di regressione;

$SB = B S_x/S_y$ i coefficienti parziali standardizzati della regressione per ciascuna variabile indipendente. Essi sono dati dal prodotto di B per il rapporto fra la deviazione standard della variabile indipendente di volta in volta considerata (S_x) e la deviazione standard della variabile dipendente (S_y). Poiché le variabili considerate nella regressione possono avere diverse unità di misura, diverso ordine di grandezza e diverso campo di variazione, l'importanza relativa di ciascuna variabile indipendente nella regressione è indicata dal coefficiente SB e non dal coefficiente B. Così, ad esempio, l'ordine di importanza delle variabili indipendenti proprietà geotecniche di base è generalmente γ_d , w_L , p_o/p_a , ma nel modello di regressione in forma naturale per b esso è γ_d , p_o/p_a , w_L .

SE B i coefficienti B non sono calcolati sull'intera popolazione (infinita), ma sul campione statistico di 28 osservazioni. Essi sono pertanto solo delle stime dei «veri» coefficienti parziali della regressione. Con SE B si sono indicati gli errori standard della stima coefficienti della regressione.

$T = B/SE B$, t di Student

Per calcolare i valori stimati degli indici di compressione e di rigonfiamento è sufficiente la conoscenza di e_L , indice dei vuoti corrispondente al limite di liquidità, e dei valori stimati dei coefficienti $b(\bullet)$ e $c(\bullet)$. Per calcolare il valore stimato del grado di sovraconsolidazione, GSC, ovvero della pressione di consolidazione, p_c , è necessario conoscere an-

che il valore stimato di $a(\bullet)$ e l'indice dei vuoti corrispondente al punto I del diagramma di fig. 2, e_o . Quest'ultimo, in assenza di determinazione diretta può essere a sua volta stimato con una regressione lineare sulla densità secca o sul contenuto naturale in acqua, dati gli alti valori assoluti dei rispettivi coefficienti di correlazione (ved. tab. 3).

Il procedimento di stima delle caratteristiche di compressibilità edometrica per i terreni della zona in esame è pertanto il seguente:

1. Si valutano mediante le equazioni delle tabelle 4 (o delle tabelle 5) $a(\bullet)$, $b(\bullet)$ e $c(\bullet)$ del modello utilizzando risultati di prove geotecniche semplici ed economiche.
2. Si stimano i valori dell'indice di compressione, C_c , dell'indice di rigonfiamento, C_s , e della pressione di consolidazione, p_c , mediante le seguenti espressioni:

$$C_c = b(\bullet) e_L \quad (11)$$

$$C_s = [b(\bullet) - c(\bullet)] e_L \quad (12)$$

$$\log p_c = \{a(\bullet) - e_o/e_L - [b(\bullet) - c(\bullet)] \log p_o\} / c(\bullet) \quad (13)$$

Per un giudizio qualitativo e quantitativo sulla affidabilità del procedimento di stima proposto per le caratteristiche di compressibilità edometrica dei terreni dell'area di Peretola-Castello si esaminano la tabella 6. In essa, per le proprietà geotecniche derivate: indice di compressione, C_c , indice di rigonfiamento, C_s , e grado di sovraconsolidazione, GSC, sono indicati i coefficienti di correlazione fra valori misurati e valori stimati delle 28 prove edometriche, gli errori standard della stima, i valori minimo e massimo misurati.

TABELLA 6

Coefficienti di correlazione ed errori standard fra valori misurati e valori stimati delle variabili in tabella. Valore minimo e massimo misurati per le 28 prove edometriche del campione statistico

Variabile	B	Errore Standard	Valore min. Osservato	Valore max. Osservato
C_c	0.717	0.030	0.153	0.322
C_s	0.616	0.012	0.007	0.087
GSC	0.880	0.909	1.01	7.84

I risultati sono moderatamente soddisfacenti, anche tenuto conto delle incertezze che comunque caratterizzano la determinazione diretta e la scelta dei valori di progetto delle proprietà geotecniche di compressibilità edometrica. In particolare per l'indice di compressione l'errore standard della stima rappresenta il 17.8% del campo dei valori osservati; per l'indice di rigonfiamento il 15.0% e per il

grado di sovraconsolidazione il 13.3%. Nelle figure 7 è graficamente rappresentato il confronto fra valori osservati e valori misurati delle proprietà geotecniche derivate.

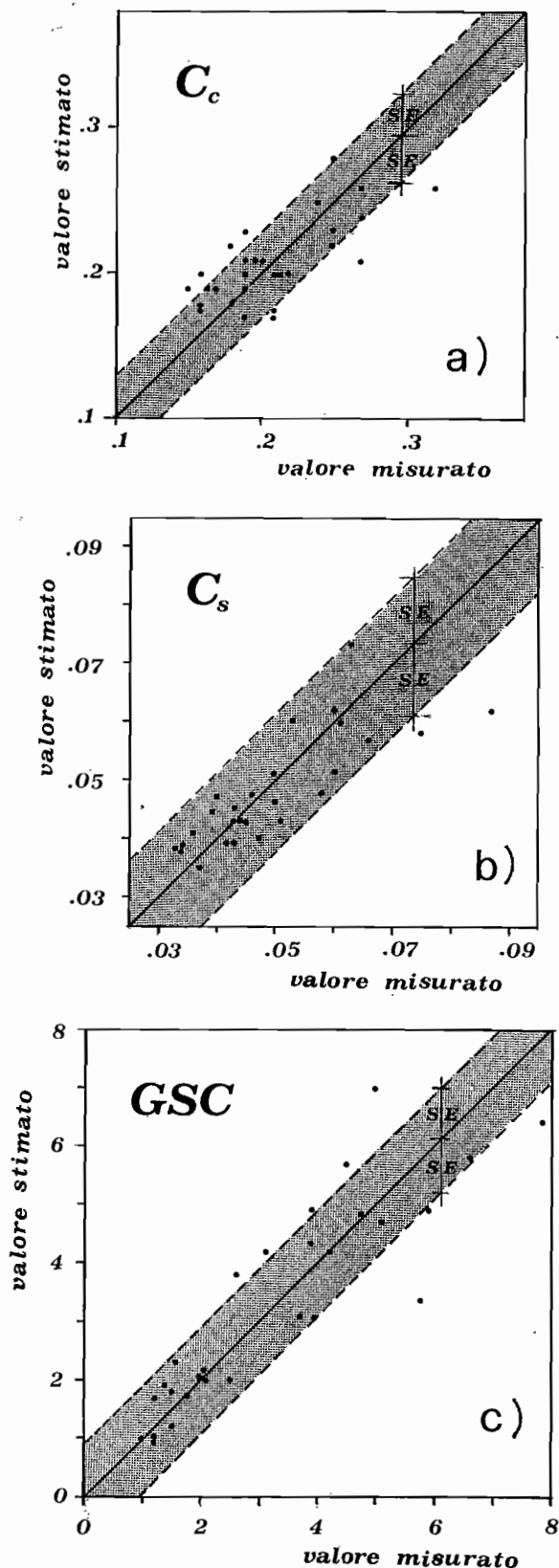


Fig. 7. - Confronto fra valori misurati e stimati dell'indice di compressione (a); dell'indice di rigonfiamento (b); e del grado di sovraconsolidazione.

5. Conclusioni

Nelle fasi preliminari di progettazione geotecniche è utile disporre di metodi di stima delle caratteristiche di compressibilità edometrica sulla base di proprietà geotecniche di facile determinazione. Per terreni sovraconsolidati ciò è possibile solo su scala locale e comunque con un sensibile grado di dispersione. Il modello di NAGARAJ *et al.* [1986 a, b] si è mostrato strutturalmente idoneo a tale scopo ed è stato applicato ai terreni di fondazione dell'area di Peretola-Castello (FI), ma è stato necessario calibrare i coefficienti del modello mediante un'analisi di regressione multipla. Con tale procedimento i risultati possono ritenersi moderatamente soddisfacenti sebbene in modo differenziato per le diverse proprietà geotecniche.

BIBLIOGRAFIA

- AZZOUZ *et al.* (1976) - *Regression analysis of soil compressibility*. Soils and Foundations, Tokyo, vol. 16, n. 2, 19-29.
- BENJAMIN J.C., CORNELL C.A. (1970) - *Probability, statistics, and decision for civili engineers*. McGraw-Hill Book Company, New York.
- BOLT H.G. (1956) - *Phisico-chemical analysis of the compressibility of pure clays*. Geotechnique 6, n. 2, 86-93.
- BOWLES J.W. (1979) - *Physical and geotechnical properties of soils*. New York: McGraw Hill.
- CAPECCHI F., GUAZZONE G., PRANZINI G. (1975a) - *Il bacino lacustre di Firenze Prato Pistoia*. Geologia del sottosuolo e ricostruzione evolutiva, Boll. Soc. Geol. Ital., 94.
- CAPECCHI F., GUAZZONE G., PRANZINI G. (1975b) - *Ricerche geologiche e idrogeologiche nel sottosuolo della pianura di Firenze*. Boll. Soc. Geol. Ital., 94.
- CASAGRANDE A. (1936) - *The determination of the preconsolidation load and its practical significance*. Discussion, Proc. of the 1st ICSMFE, Harward University, Cambridge, Mass., vol. 3, n. D-34, 60-65.
- CHIARUGI A. (1986) - *Insedimento «Fondiarìa»*. Relazione geotecnica di sintesi. Rapporto interno.
- COROTIS R.B., AZZOUZ A.S., KRIZEK R.J. (1975) - *Statistical evaluation of soil index properties and constrained modulus*. Proc. of the 2nd ICASP, Aachen, F.R. Germany, vol. 2, 273-293.
- HOLTZ R.D., KRIZEK R.J. (1971) - *Statistical evaluation of soil test data*. Proc. 1st ICASP, Hong Kong, 230-266.
- HOUGH B.K. (1957) - *Basic soil engineering*. New York: Ronald.
- KOPPULA S.D. (1981) - *Statistical estimation of compression index*. *ASTM Geotech. Test. J.* 4, n. 2, 68-73.
- LUMB P. (1966) - *The variability of natural soils*. Canadian Geotechnical Journal, vol. 3, n. 2, 74-97.
- LUMB P. (1970) - *Safety factors and the probability distribution of soil strength*. Canadian Geotechnical Journal, vol. 7, n. 3, 225-242.
- NAGARAJ T.S., SRINIVASA MURTHY B.R. (1983) - *Rationalization of Skempton's compressibility equation*. Geotechnique 33, n. 4, 433-443.
- NAGARAJ T.S., SRINIVASA MURTHY B.R. (1986a) - *A critical reappraisal of compression index equations*. Geotechnique 36, n. 1, 27-32.
- NAGARAJ T.S., SRINIVASA MURTHY B.R. (1986b) - *Prediction of compressibility of overconsolidated uncementated soils*. Journal of Geotechnical Engineering, vol. 112, n. 4, April, 484-488.
- NISHIDA Y. (1956) - *A brief note on the compression index of soil*. J. Soil Mech. Frnds. Div., ASCE 106, 1179-1199.
- PEARSON E.S. (1954) - *Biometrika tables for statisticians*. vol. 1, Cambridge University Press, Cambridge.

- RICCERI C., PREVIADELLO P. (1971-72) - *Caratteristiche geotecniche del sottosuolo della laguna veneta*. Atti dell'Accademia Palatina di Scienze, Lettere ed Arti, vol. LXXXIV.
- SCHMERTMANN J.H. (1955) - *The undisturbed consolidation behaviour of clay*. Trans. of the ASCE, vol. 120, paper 2775, 1201-1227.
- SKEMPTON A.W. (1944) - *Notes on the compressibility of clays*. Q.J. Geol. Soc. Lond. 100, 119-135.
- SRIDHARAN A., JAYADEVA M.S. (1982) - *Double layer theory and compressibility of clays*. Geotechnique 32, n. 2, 133-144.
- STOER J. (1975) - *Introduzione all'analisi numerica*. Zanichelli, Bologna.
- TERZAGHI K., PECK R.B. (1948) - *Soil mechanics in engineering practice*, p. 729, New York: Wiley.
- DESKTOP VON FAY V.F., BYERS J.G., KUNZER B.A. (1986) - *Desktop computer application for consolidation testing and analysis*. Consolidation of soils: Testing and evaluation. ASTM STP 892, R.N. Yong and F.C. Townsend, Eds., ASTM, Philadelphia, 217-235.
- WU T.H., KRAFT L.M. (1967) - *The probability of foundation safety*. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 93, SM5, 213-217.

SUMMARY

Foundation soils of Peretola-Castello area (Florence): experimental and statistical analysis of compressibility data

During planning stages and preliminary phases of geotechnical design it can be useful to adopt semiempirical relationships to Esti-

mate geotechnical properties, like the compression index and over-consolidation ratio, the cost of determining which in laboratories is high but the knowledge of which can be the deciding factor in some design options.

Numerous semiempirical relationships to estimate compressions index exist in soil mechanics literature, most of which according to the rules of Gouy-Chapman the diffuse double layer theory. Unfortunately these relationships are applicable only to normally consolidated soils and often the values estimated by means of different relationships are too dispersed for a practical and reliable enough utilization.

Therefore it is advisable to establish from a limited but homogeneous statistical data base and in the frame of a theoretically adequate model, the values of parameters which become more suitable each time.

The above stated process was applied to the geotechnical properties of the Peretola-Castello area soils, where in the near future the largest expansion of Florence is planned.

They are fluvial and lacustrine lightly overconsolidated silty clays with scattered lenses of gravels and cobbles.

The analysis was founded on 28 standard oedometer compression tests performed at the geotechnical laboratory of the Civil Engineering Department of University of Florence.

An automatic procedure for schematization of the oedometric curve is defined and described then a constitutive model similar in structure to the NAGARAJ *et al.* [1986 a, b] proposed model, which enables previsions of the schematic oedometric curve, is applied. A specific statistical analysis of explanatory geotechnical properties for calibration of the model's parameters through multiple linear regression technique is then performed.