

# Influenza dell'anisotropia dello stato tensionale sulle proprietà dinamiche del terreno

E. BRIGNOLI\*, R. NOVA\*\*, P. ODORIZZI\*\*\*

**SOMMARIO:** L'articolo illustra i risultati di un'indagine sperimentale sull'influenza che l'anisotropia dello stato di sforzo statico ha sul modulo dinamico di taglio e sullo smorzamento delle sabbie. A questo scopo sono state eseguite una serie di prove di laboratorio su campioni cilindrici con la colonna risonante di Hardin, particolarmente adatta a studiare le caratteristiche meccaniche di campioni consolidati anisotropicamente nel campo delle bassissime deformazioni, quali quelle indotte nel terreno da fondazioni di macchine vibranti e sismi.

A differenza delle colonne risonanti ordinarie, l'apparecchiatura di Hardin consente di applicare al provino oltre ad una pressione isotropa di cella anche un carico deviatorico. Si mostra nell'articolo che il modulo di taglio dinamico ricavato sperimentalmente è fortemente influenzato dal livello di carico deviatorico, mentre non dipende né dal percorso di carico seguito per raggiungere il livello statico a cui viene effettuata la prova, né dal grado di sovraconsolidazione. È inoltre fortemente influenzato dal valore dello sforzo principale intermedio. Il modulo di taglio normalizzato rispetto al valore iniziale varia col livello di taglio nello stesso modo per campioni densi e campioni sciolti.

Analoghe conclusioni valgono per lo smorzamento.

## 1. Introduzione

Il problema centrale della Dinamica dei Terreni consiste nella determinazione dello stato di sforzo indotto in un terreno dall'azione di un sisma o di una fondazione di una struttura sollecitata da carichi variabili nel tempo. Data la complessità del problema, come è d'uso anche in altri campi dell'Ingegneria Geotecnica, esso viene drasticamente semplificato adottando un modello di comportamento del terreno molto semplice, il modello viscoelastico di Kelvin-Voight, fig. 1, che costituisce un accettabile compromesso tra semplicità e rispetto dell'evidenza sperimentale. Esso è infatti caratterizzato da due soli parametri, il modulo di taglio  $G$  che caratterizza la rigidità elastica a taglio, rappresentata da una molla in fig. 1, e il coefficiente di smorzamento relativo al critico  $D$ , che caratterizza la viscosità dello smorzatore, e quindi lo smorzamento globale del sistema.

La scelta di un modello viscoelastico per caratterizzare terreni come le sabbie, il cui comportamento non dipende dal tempo, se non in minima parte, è giustificata dal fatto che, assegnando una legge di

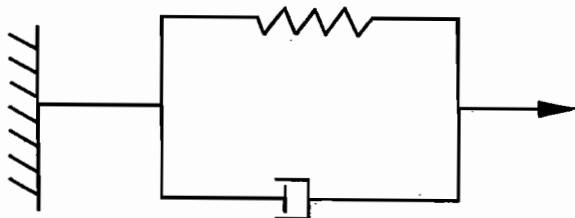


Fig. 1. - Schema del modello viscoelastico di Kelvin-Voight.

\* Dott. Ing. Enrico BRIGNOLI, Ingegnere, ISMES Bergamo.

\*\* Prof. Ing. Roberto NOVA, Associato di Geotecnica, Politecnico di Milano.

\*\*\* Dott. Ing. Paolo ODORIZZI, Ingegnere, CeAS Milano.

spostamento sinusoidale, la reazione del modello descrive nel piano forza-spostamento un ciclo di isteresi simile a quello osservato sperimentalmente su campioni di terreno in prove di taglio ciclico. Il modello di Kelvin-Voight consente quindi di descrivere, nel modo più elementare possibile, uno dei fenomeni più rilevanti legati alle sollecitazioni dinamiche: la dissipazione di energia in un ciclo di carico che è legata all'ampiezza dell'area racchiusa nel ciclo stesso.

Il modello di Kelvin-Voight è però troppo semplicistico e non riesce a descrivere in modo accettabile, anche dal punto di vista quantitativo, il complesso comportamento del terreno. Per poter essere usato in pratica con un certo grado di confidenza è necessario introdurre qualche modifica basilare. Infatti, mentre nel modello originale  $G$  e  $D$  sono delle costanti, in Dinamica dei Terreni sia  $G$  che  $D$  vengono fatte dipendere da un notevole numero di parametri. In primo luogo, per un determinato terreno con una certa densità iniziale, sia il modulo di taglio che lo smorzamento variano in funzione della pressione di confinamento e del livello di deformazione raggiunto. Inoltre, esse dipendono dal numero di cicli, dal percorso tensionale, dal livello di carico e da altri fattori di minore rilievo. La determinazione dei valori caratteristici di  $G$  e  $D$  è un passo molto delicato e dipende dal tipo di problema al contorno da studiare. Ad esempio, per problemi connessi con le fondazioni di macchine vibranti si sceglieranno valori del modulo di taglio associati a scorrimenti piccolissimi, dell'ordine di  $10^{-5}$ , mentre per problemi sismici, in cui il livello atteso di deformazione è dell'ordine di  $10^{-3}$ , il valore più opportuno del modulo di taglio sarà minore.

Tra gli strumenti disponibili per studiare la di-

pendenza di G e D dai fattori sopraelencati, la colonna risonante costituisce senza dubbio uno dei sistemi più affidabili. Nella sua versione più elementare, l'apparecchio è costituito da una cella, simile a quella delle normali celle triassiali, all'interno della quale può essere consolidato isotropicamente un campione di terreno. A consolidazione ultimata il provino viene sollecitato ciclicamente da un momento torcente applicato alla testa. La risposta del campione dipende oltre che dalla frequenza della forzante anche dalla frequenza propria, a sua volta funzione della rigidità e dello smorzamento. Essa sarà particolarmente amplificata in condizioni di risonanza, cioè quando la frequenza di eccitazione è prossima alla frequenza propria. Facendo variare la frequenza di eccitazione è allora possibile trovare la frequenza di risonanza e da questa risalire al modulo elastico. Lo smorzamento può essere ricavato interrompendo l'eccitazione e misurando il decadimento delle oscillazioni libere del campione.

Uno dei limiti di questa apparecchiatura è che lo stato di sforzo statico applicato al campione è vincolato ad essere isotropo. Questa è una situazione molto lontana dalla realtà, poiché lo stato di sforzo geostatico è in genere assialsimmetrico, ma anisotropo, dal momento che lo sforzo agente sulla faccia orizzontale di un elemento di volume è diverso da quello agente su una faccia verticale, comunque orientata. Per tenere conto di questa anisotropia iniziale dello stato tensionale, HARDIN [1965] modificò la colonna risonante di modo che fosse possibile eseguire prove dinamiche su campioni in cui la pressione assiale fosse diversa dalla pressione di cella.

Questo può essere realizzato semplicemente collegando l'eccitatore dinamico ad un telaio esterno di contrasto mediante un'asta capace di trasmettere un carico assiale al campione. La colonna risonante di Hardin può quindi funzionare come un ordinario apparecchio triassiale in condizioni statiche.

Scopo di questo lavoro è quello di studiare l'influenza dell'anisotropia dello stato tensionale sul valore del modulo di taglio e del coefficiente di smorzamento. A questo scopo sono state condotte una serie di prove in compressione ed estensione seguendo diversi percorsi di carico statici. Si mostrerà che il livello di carico raggiunto staticamente ha una considerevole influenza sul valore di ambedue le grandezze, mentre il percorso di carico seguito per giungere al livello di sforzo statico prefissato non ha una grande rilevanza.

## 2. Descrizione dell'apparecchiatura utilizzata

L'apparecchiatura consiste essenzialmente di una cella triassiale equipaggiata con opportuni stru-

menti atti ad imporre la sollecitazione dinamica sul campione. Per poter contenere l'oscillatore di Hardin che misura circa 13 cm di altezza e 12 di diametro, la cella deve essere molto alta, all'incirca 60 cm. In figura 2 è illustrato uno schema dell'apparecchiatura assemblata.

L'oscillatore deve trasmettere al campione sia il carico assiale che il momento torcente. Il carico assiale viene trasmesso da una piccola asta di alluminio che deve soddisfare due esigenze contrastanti. Innanzitutto deve essere sufficientemente resistente per poter trasmettere carichi assiali dell'ordine dei 2000 N. In secondo luogo, non deve costituire un vincolo torsionale troppo rigido per non compromettere il funzionamento di tutto il sistema eccitante. Al di sotto di essa sono posti i magneti, inseriti tra le estremità di due bobine che generano il campo magnetico che induce il momento torcente sul campione. La cella di carico assiale è posta all'interno della cella, subito sopra l'oscillatore in modo da consentire una lettura precisa del carico assiale ed eliminare gli errori di misura connessi all'attrito tra il pistone e la sua sede di scorrimento.

Il sistema di carico costituito dall'oscillatore e dal pistone pesa più di 70 N. È stato quindi necessario progettare un sistema di bilanciamento a leva che consentisse di applicare il sistema di carico al provino già pronto in cella senza provocare eccessivi disturbi. Una volta posizionato il sistema di carico, il sistema di bilanciamento può essere smontato rapidamente in modo da non costituire un impedimento per la parte successiva della prova.

L'apparecchiatura impiegata è stata inoltre integrata da un trasduttore di pressione e di spostamento con i relativi condizionatori-amplificatori di segnale, un pannello di controllo con manometri e da una buretta misuratrice delle variazioni di volume.

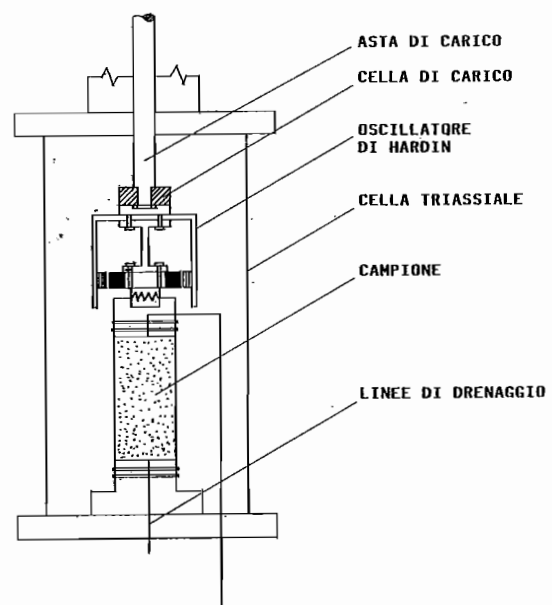


Fig. 2. - Colonna risonante di Hardin.

### 3. Caratteristiche del materiale impiegato

Le prove sono state eseguite su campioni cilindrici utilizzando la sabbia del Ticino la cui curva granulometrica è riportata in fig. 3.

Lo stato di addensamento massimo e minimo determinato secondo la normativa ASTM è risultato rispettivamente pari a  $1.70 \text{ gr/cm}^3$  e  $1.39 \text{ gr/cm}^3$  mentre la densità specifica dei grani è risultata di 2.684.

Per quanto riguarda le caratteristiche meccaniche in condizioni di carico statico di questo tipo di materiale si può far riferimento a JAMIOLKOWSKI e PASQUALINI [1983].

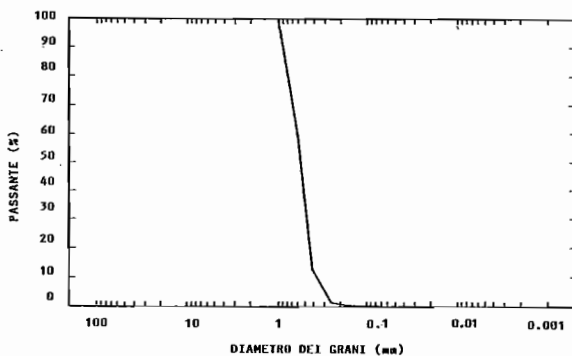


Fig. 3. - Curva granulometrica della sabbia utilizzata.

### 4. Procedure di prova

Tutti i campioni sono stati preparati con la tecnica del tamping umido descritta da LADD [1978].

Questa tecnica consiste nel compattare a strati il terreno (precedentemente preparato ad una umidità opportuna) entro un apposito contenitore. Ogni strato viene portato ad un particolare addensamento, variabile con l'altezza, tale da produrre, al termine, un provino di densità uniforme.

Preparato il provino sulla base della cella si è iniziata la fase di saturazione facendo circolare  $\text{CO}_2$  per circa un'ora e successivamente acqua deaerata in presenza di contropressione, mantenendo una pressione efficace di circa 25 KPa. Verificata la completa saturazione del campione attraverso la misura del parametro B di Skempton si sono eseguite determinazioni del modulo di taglio G e del coefficiente di smorzamento D fino al valore di pressione isotropa efficace di consolidazione stabilito.

Si è quindi provveduto all'applicazione degli sforzi statici secondo un prefissato percorso deviatorico di sollecitazione (Tab. 1), alla nuova determinazione del modulo iniziale dinamico e ad un'ulteriore variazione dello stato tensionale fino a rottura o al livello tensionale desiderato.

Tutte le prove sono state condotte utilizzando provini aventi  $\varnothing = 7.1 \text{ cm}$   $H = 14 \text{ cm}$  con esclusione delle ultime 3 prove (Tab. 1) per le quali si sono impiegati provini aventi  $\varnothing = 3.81 \text{ cm}$   $H = 7.6 \text{ cm}$ .

Essendo quest'ultima serie di provini caratterizzata da minor rigidità iniziale è stato possibile lo studio della dipendenza di G dallo scorrimento  $\gamma$  per diversi stati di consolidazione anisotropa, propri di un prefissato percorso di sollecitazione.

Tabella 1. - Sintesi delle prove eseguite

Prova	Densità relativa (%)	Grado di saturaz. (%)	Indice dei vuoti ( )	Tensione di consolid. (kPa)	Percorso di carico	Diametro provino (cm)
1	34.2	94.7	0.82	80	Compressione a pressione di cella costante	7.1
2	36.2	94.7	0.81	80	Compressione a sforzo ottaedrale costante	7.1
3	34.1	93.4	0.82	80	Compressione a sforzo assiale costante	7.1
4	36.2	94.6	0.81	80	Estensione a pressione di cella costante	7.1
5	37.8	95.7	0.806	80	Estensione a sforzo ottaedrale costante	7.1
6	38.0	95.2	0.808	80	Estensione a sforzo assiale costante	7.1
7	38.5	94.2	0.801	80	Compressione a sforzo ottaedrale costante sovracon. isotropicam.	7.1
8	58.0	99.0	0.736	100	Compressione a sforzo ottaedrale costante	7.1
9	80.1	95.0	0.658	200	Compressione a sforzo ottaedrale costante	7.1
10	42.4	96.0	0.767	400	Compressione a sforzo ottaedrale costante	3.8
11	40.2	98.0	0.775	80	Compressione a pressione di cella costante	3.8
12	40.2	98.0	0.764	80	Estensione a pressione di cella costante	3.8

## 5. Riduzione dei dati

Le prove di colonna risonante consistono, come precedentemente detto, nell'applicare una torsione ciclica al provino impiegando un generatore di onde sinusoidali a frequenza variabile.

La torsione sinusoidale ciclica applicata alla testa del provino genera onde di taglio che attraversano il campione e vengono riflesse.

La frequenza della torsione ciclica applicata viene modificata fino ad ottenere la prima frequenza di risonanza. Questo avviene, indipendentemente dal valore del coefficiente di smorzamento, quando il moto del campione è sfasato di 180 gradi rispetto al moto dell'oscillatore.

Il valore della frequenza di risonanza misurata è stato utilizzato per il calcolo del modulo di taglio  $G$  attraverso la seguente formula, ottenuta ammettendo che il comportamento del terreno sia elastico lineare:

$$\frac{1}{T} = F \operatorname{tg} F \quad (1)$$

dove

$$F = \frac{2 \pi H f}{V_s} \quad (2)$$

e

$$T = \frac{I_0}{I} \left[ 1 - \left( \frac{f_0}{f} \right)^2 \right] \quad (3)$$

per le quali:

$H$  = altezza campione a fine consolidazione

$f$  = frequenza di risonanza dell'eccitatore dinamico

$I$  = momento d'inerzia polare del campione a fine consolidazione

$I_0$  = momento d'inerzia polare dell'eccitatore dinamico

$V_s$  = velocità delle onde di taglio del campione

La (1) è un'equazione di tipo trascendente in  $F$  la cui soluzione è di tipo iterativo.

Nelle elaborazioni si è fatto uso del metodo di Newton che consente una convergenza abbastanza rapida.

Noto  $F$  e quindi  $V_s$  dall'equazione (2) si è calcolato il modulo di taglio con la seguente espressione:

$$G = \rho V_s^2 \quad (4)$$

dove  $\rho$  rappresenta la densità del campione saturo a fine consolidazione.

Per quanto riguarda il calcolo del coefficiente di smorzamento  $D$  relativo al critico, esso è stato calcolato dalla misura del decremento logaritmico delle oscillazioni libere del provino attraverso le seguenti espressioni:

$$D = \frac{\delta}{2 \pi} \quad (5)$$

dove

$$\delta = \delta_T (1 + S) - \delta_1 S \quad (6)$$

e

$$S = \frac{I_0}{I} \left( \frac{f_0 F}{f} \right)^2 \quad (7)$$

per le quali:

$\delta_1$  = decremento logaritmico del provino

$\delta_T$  = decremento logaritmico dell'eccitatore dinamico.

Essendo la base del campione fissa (fig. 4), lo scorrimento dipende dalla distanza dall'asse del campione del punto in cui esso è misurato.

Lo scorrimento inoltre varia sinusoidalmente nel tempo. È pratica comune considerare come scorrimento rappresentativo,  $\bar{\gamma}$ , il massimo valore dello scorrimento in un punto posto ad una distanza pari a 2/3 del raggio del campione dal suo asse.

La formula utilizzata per la determinazione dello scorrimento rappresentativo è allora:

$$\bar{\gamma} = \frac{2 k a r}{3 H} \quad (8)$$

dove:

$a$  = accelerazione torsionale

$k$  = fattore di calibrazione del moto torsionale

$r$  = raggio del campione.

La determinazione dei parametri  $f_0$ ,  $I_0$ ,  $T$  e  $k$  comporta una laboriosa analisi sperimentale e matematica i cui dettagli sono riportati diffusamente in ODORIZZI [1985].

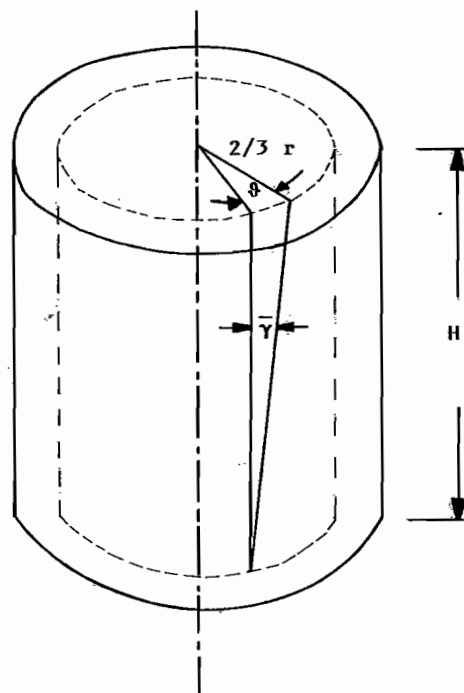


Fig. 4. - Definizione dello scorrimento rappresentativo.

## 6. Risultati sperimentali

Si è in primo luogo studiata la variazione del modulo di taglio dinamico con la pressione isotropa di consolidazione. Poiché il livello deformativo è molto basso, il modulo misurato può essere identificato con il massimo valore del modulo di taglio, che verrà indicato con  $G_{M_I}$  per mettere in evidenza l'isotropia delle condizioni di carico.

Si ricava che l'espressione proposta da PRAKASH [1981]

$$G_{M_I} = \frac{A P_a}{0.3 + 0.7 e^2} \left( \frac{p'}{P_a} \right)^n \quad (9)$$

dove  $p'$  è la pressione di consolidazione, e è l'indice dei vuoti e  $P_a$  è la pressione atmosferica, fornisce un'ottima interpolazione dei dati sperimentali se per i parametri adimensionali  $A$  ed  $n$  si assumono, per la sabbia in questione, i valori di 526 e 0.48, rispettivamente.

A titolo d'esempio si riportano in Fig. 5 i dati sperimentali e quelli calcolati con la (9) per due campioni a diverse densità relative.

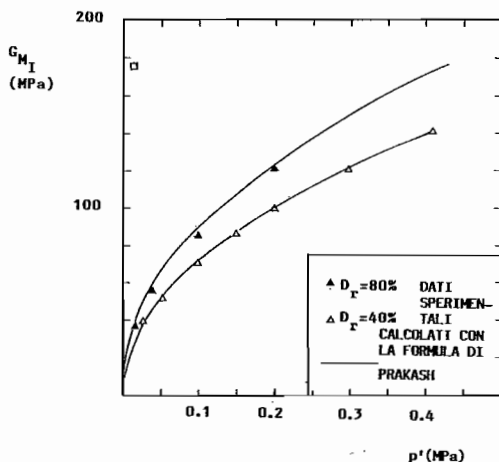


Fig. 5. - Confronto tra dati calcolati con l'Eq(9) e dati sperimentali per una sabbia con  $D_r = 40\%$  e  $D_r = 80\%$ .

Nella fig. 6 è riportato un confronto tra i valori di  $G_{M_I}$  ottenuti con la colonna risonante e i valori del modulo di taglio ottenuto in prove triassiali drenate per lo stesso tipo di sabbia.  $G_N$  è il modulo di taglio per una sabbia normalmente consolidata mentre  $G_0$  è relativo a campioni di sabbia sovraconsolidata per diversi valori del rapporto di sovraconsolidazione (compreso tra 2 e 8). I valori di  $G_N$  e  $G_0$  sono stati ricavati assumendo che

$$G = \frac{E_{25}}{2(1 + \mu)} \quad (10)$$

dove  $\mu$  è il modulo di Poisson assunto pari a 0.25 mentre  $E_{25}$  è il modulo elastico secante al 25% dello sforzo di rottura. Il valore di  $E_{25}$  è fornito da JAMIOLKOWSKI *et al.* [1985].

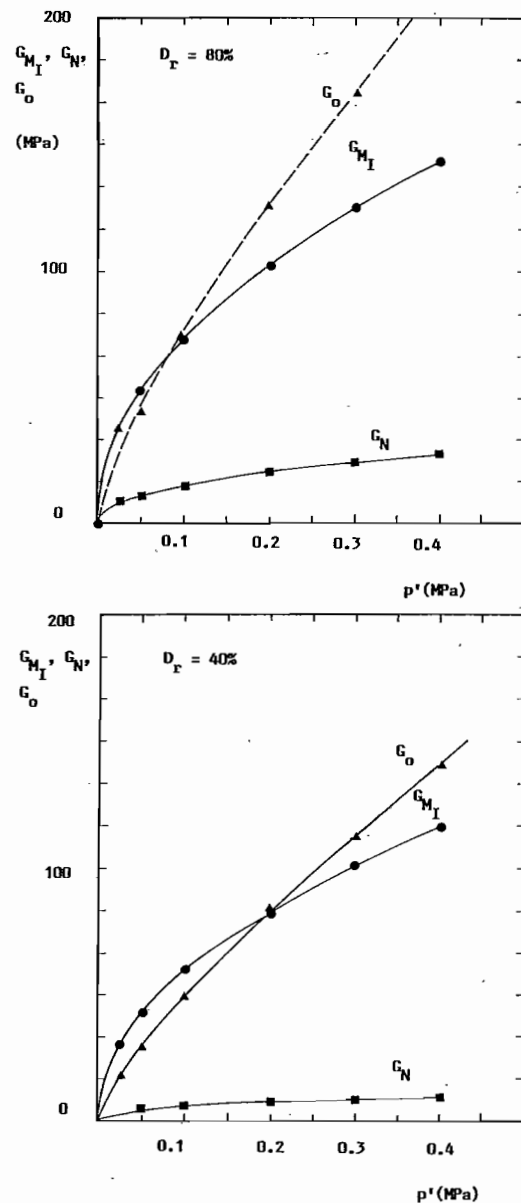


Fig. 6. - Confronto tra i valori del modulo di taglio ottenuti con la colonna risonante,  $G_{M_I}$ , ed i valori del modulo di taglio ottenuti in prove triassiali su sabbia normalmente consolidata,  $G_N$ , e sovraconsolidata,  $G_0$ .

Si può notare che il valore ottenuto con la colonna risonante è vicino a quello relativo a sabbie sovraconsolidate. Il modulo di taglio dinamico è infatti un modulo di scarico-ricarico.

Si è quindi considerato il problema dell'influenza del deviatore degli sforzi e del percorso di carico sul valore di  $G_M$ . A questo scopo si sono effettuate una serie di prove dinamiche dopo che il campione era stato sottoposto a diversi percorsi di carico.

In primo luogo si può notare dai risultati di fig. 7, relativi a prove in cui il percorso statico era di compressione a pressione isotropa costante, che il valore del modulo elastico non è costante, ma varia con il livello di carico definito come

$$\eta = \frac{q}{p'} = \frac{3(\sigma'_1 - \sigma'_3)}{\sigma'_1 + 2\sigma'_3} \quad (11)$$

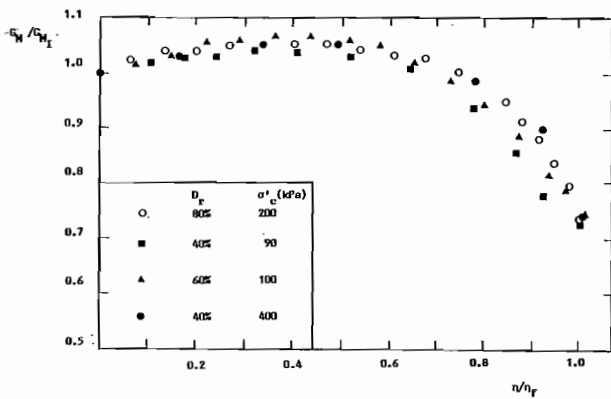


Fig. 7. - Variazione di  $G_M$  con il livello di carico e con la densità.

dove  $\sigma'_1$  e  $\sigma'_3$  sono le tensioni principali efficaci statiche.

In particolare il modulo  $G_M$  aumenta leggermente al crescere di  $\eta$ , si mantiene quindi pressoché costante per un lungo tratto e decresce infine considerevolmente fino a raggiungere un valore che è solo circa il 75% del valore registrato in condizioni di carico isotropo.

Se il valore di  $\eta$  è normalizzato rispetto al valore di collasso statico  $\eta_f$ , e  $G_M$  è normalizzato rispetto al valore relativo alla condizione di carico isotropo ( $\eta=0$ ) la relazione tra queste due quantità non dipende sostanzialmente né dalla densità relativa, né dal valore della pressione di consolidazione. Il valore massimo del modulo di taglio normalizzato, si ha in corrispondenza di un valore  $\eta$  pari a circa  $0.45 \eta_f$ . Sia  $\hat{K}$  il rapporto tra lo sforzo orizzontale e quello verticale in queste condizioni. Si ha:

$$\hat{K} = \frac{\hat{\sigma}'_3}{\hat{\sigma}'_1} = \frac{3 - \hat{\eta}}{3 + 2 \hat{\eta}} = \frac{3 - 0.45 \eta_f}{3 + 0.9 \eta_f} \quad (12)$$

La tabella 2 fornisce i valori di  $\eta_f$  e  $\hat{K}$  e, per confronto, i valori medi del coefficiente di spinta a riposo  $K_0$  in base ai risultati sperimentali ottenuti da JAMOLKOWSKI *et al.* [1985] in camera di calibrazione.

Tabella 2

$D_r$ (%)	$\eta_f$ (-)	$\phi'$ (°)	$\hat{K}$ (-)	$K_0$ (-)
80	1.78	43.3	0.48	0.42
60	1.67	40.8	0.50	0.45
40	1.53	31.6	0.53	0.49

Come si può notare  $\hat{K}$  è molto vicino a  $K_0$ . Ciò può chiarire il fenomeno dell'aumento di  $G_M$ . Infatti esso può essere spiegato ammettendo che il terreno acquisti una struttura anisotropa durante la fase di deposizione perché i granelli di sabbia tendono a disporsi con l'asse maggiore orizzontale.

Questa configurazione è la più stabile per il terreno e perciò è associata ad una maggiore rigidezza.

Le figure 8 e 9 mostrano che la curva di fig. 7 non dipende neanche dal percorso di carico statico e neppure dal livello di sovraconsolidazione. Infatti in figura 8 si confrontano i risultati sperimentali ottenuti in tre diverse prove in cui dopo una consolidazione isotropa di 80 kPa si sollecita il campione con percorsi statici a pressione di cella costante nel primo caso, a pressione isotropa costante nel secondo, e infine a carico verticale costante. D'altro canto (Fig. 9), l'effetto di una preconsolidazione isotropa fino a 400 kPa non produce alcun cambiamento nella risposta dinamica. Ciò conferma una volta di più che il modulo elastico dinamico è stretto parente del modulo di taglio per la sabbia sovraconsolidata.

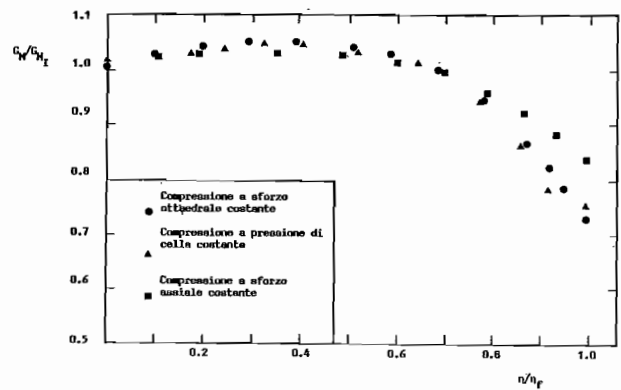


Fig. 8. - Variazione di  $G_M$  con percorso di carico statico - prove di compressione.

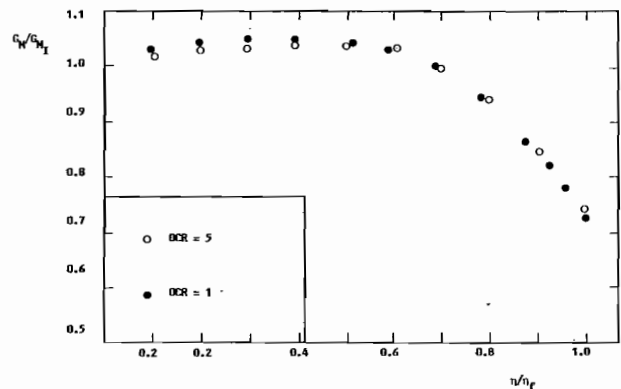


Fig. 9. - Variazione di  $G_M$  con il grado di sovraconsolidazione.

Dalle figure 10 e 11, si può invece notare che anche in prove di estensione esiste un'unica curva normalizzata che fornisce la variazione del modulo di taglio con il livello di carico, ma che questa curva è assai diversa dalla precedente, valida per prove di compressione. In altre parole l'angolo di Lode, o se si preferisce la tensione principale intermedia, ha una notevole influenza sull'andamento di  $G_M$ .

Nel caso delle prove in estensione il modulo di taglio decresce monotonamente dal valore massimo

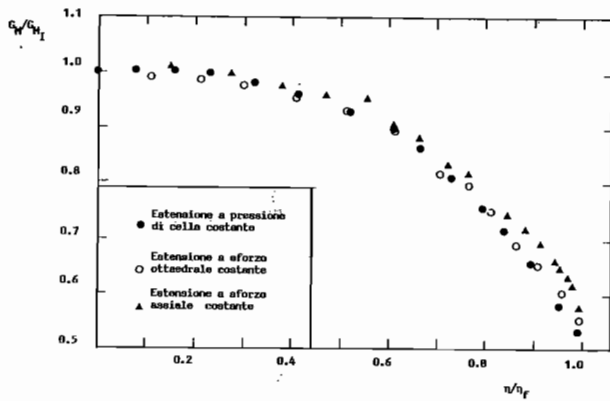


Fig. 10. - Variazione di  $G_M$  con il percorso di carico statico - prove di estensione.

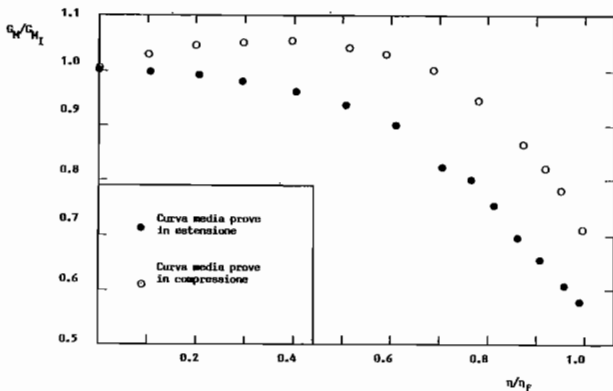


Fig. 11. - Confronto tra le variazioni di  $G_M$  in compressione ed estensione per percorsi di carico statici a pressione isotropa costante.

relativo ad  $\eta=0$  fino quasi al 50% di questo in prossimità della rottura.

La figura 12 riporta i dati di due prove a tensione ottaedrale costante (80 kPa) in compressione ed estensione. Il livello tensionale è questa volta normalizzato rispetto al valore di collasso in compressione. Come c'era da attendersi, la derivata della funzione  $G_M(\eta)$  è continua e si può individuare un asse di simmetria (tratteggiato in figura).

ROESSLER [1979] ha proposto un'equazione empi-

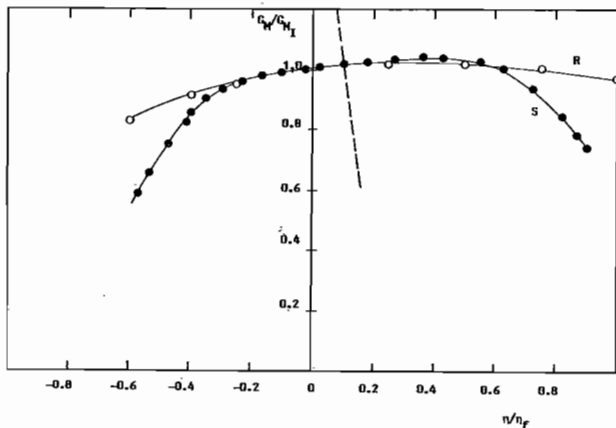


Fig. 12. - Variazione di  $G_M$  con il livello tensionale: S = sperimentale, R = calcolata con l'espressione empirica di Roessler (1979).

rica per tenere conto dell'anisotropia dello stato tensionale:

$$G_M = C P_a \left( \frac{\sigma_a}{P_a} \right)^l \cdot \left( \frac{\sigma_r}{P_a} \right)^m \quad (13)$$

in cui  $l$  ed  $m$  sono coefficienti sperimentali. Si noti che la (13) si riduce all'espressione (9) in condizioni di isotropia. La (13) può anche essere scritta come

$$\frac{G_M}{G_{M1}} = (\eta^c)^n \cdot \left( \frac{1}{\eta_f^c} + \frac{2}{3} \frac{\eta}{\eta_f^c} \right)^l \left( \frac{1}{\eta_f^c} - \frac{1}{3} \frac{\eta}{\eta_f^c} \right)^m \quad (14)$$

in cui  $n = l + m$  è il coefficiente che compare nella (9) mentre  $\eta_f^c$  è il valore di collasso in compressione. La (14) vale indipendentemente dalla pressione di consolidazione, dal rapporto di sovraconsolidazione e dal tipo di percorso di carico seguito nella prova, in accordo con le risultanze sperimentali. Tuttavia l'accordo quantitativo con i dati sperimentali è discreto solo per valori del livello tensionale lontani dalle condizioni di collasso, sia in compressione che in estensione. D'altronde i risultati di Fig. 12 non sembrano poter essere interpolabili da alcuna funzione tanto semplice da avere un apprezzabile significato pratico.

Il modulo di taglio varia con l'ampiezza dello scorrimento. Tuttavia la figura 13 mostra che la variazione del rapporto  $G/G_M$  con  $\bar{\gamma}$  è sempre la medesima, per diversi valori del livello tensionale, in compressione ed estensione.

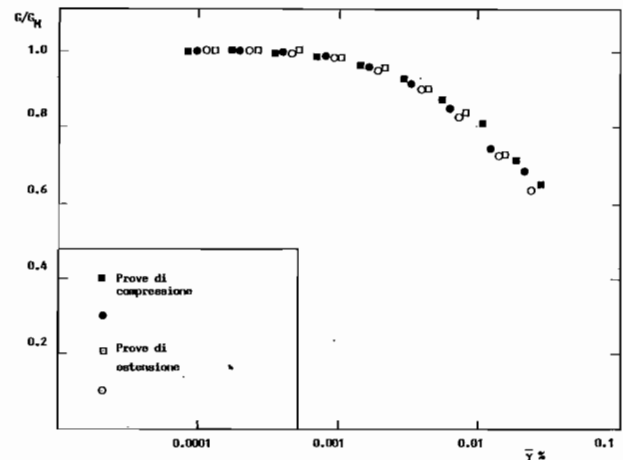


Fig. 13. - Variazione del modulo di taglio normalizzato con lo scorrimento.

Dal decremento logaritmico delle oscillazioni libere è possibile ricavare il valore dello smorzamento. La figura 14 ne illustra la variazione con l'ampiezza dello scorrimento, per diversi livelli tensionali, in compressione ed estensione. Per le prove in estensione si nota che la relazione tra  $D$  e  $\bar{\gamma}$  è essenzialmente la stessa indipendentemente dal livello di carico. In compressione i risultati sono più dispersi. Tuttavia sembra lecito concludere, in prima approssimazione, che per lo smorzamento esista un'unica relazione con lo scorrimento indipendente dal livello tensionale e dalla storia di carico.

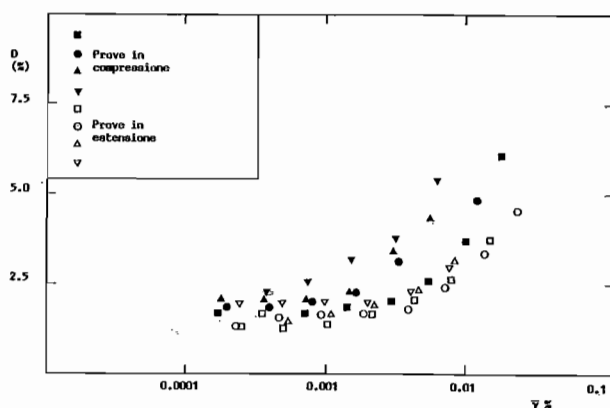


Fig. 14. - Variazione del coefficiente di smorzamento relativo al critico con lo scorrimento.

## 7. Conclusioni

L'analisi condotta dei dati sperimentali ottenuti con prove in colonna risonante di campioni di sabbia del Ticino ha consentito di mettere in luce i seguenti aspetti del comportamento dinamico delle sabbie:

1) il valore del modulo di taglio per deformazioni dell'ordine di  $10^{-6}$ ,  $G_M$ , dipende dal livello tensionale. In particolare, il valore massimo di  $G_M$  si verifica quando le tensioni orizzontali e verticali stanno in un rapporto prossimo a  $K_0$ . Esso è peraltro solo poco superiore al valore  $G_{M_I}$  relativo a condizioni di carico isotropo. Per valori elevati del livello tensionale il valore di  $G_M$  decresce notevolmente fino a ridursi, vicino a rottura, a circa il 70% di  $G_{M_I}$  in compressione e a circa il 50% di  $G_{M_I}$  in estensione;

2) la relazione  $G_M/G_{M_I}$ ,  $\eta/\eta_f$  non dipende apprezzabilmente né dalla densità relativa, né dalla pressione di consolidazione, né dal percorso tensionale statico. Esistono tuttavia non trascurabili differenze in compressione ed estensione;

3) la relazione empirica proposta da Prakash per la determinazione di  $G_{M_I}$  si è dimostrata in ottimo accordo con i dati sperimentali ottenuti in questo studio. La formula proposta da Roessler per tener conto dell'anisotropia dello stato tensionale non si è invece mostrata di pari efficacia. In particolare, essa sovrastima notevolmente, per lo meno nel caso studiato, il valore di  $G_M$  vicino a rottura;

4) le relazioni tra il modulo di taglio normalizzato rispetto a  $G_M$  e lo scorrimento  $\bar{\gamma}$  e tra lo smorzamento relativo al critico  $D$  e  $\bar{\gamma}$  sono sostanzialmente indipendenti dal livello tensionale e dalla storia di carico.

Si può quindi concludere che le relazioni proposte in letteratura per tener conto della variabilità di  $G$  e  $D$  con la pressione di consolidazione e l'am-

piezza dello scorrimento, derivate da risultati di prove con stati tensionali isotropi, sono valide anche quando lo stato tensionale è anisotropo se si ha l'avvertenza di sostituire a  $G_{M_I}$  l'effettivo valore  $G_M$ , funzione del livello tensione. In mancanza di ciò la rigidità del terreno può venire considerevolmente sovrastimata, soprattutto se lo stato tensionale statico in sito non è distante dal livello di collasso locale.

## BIBLIOGRAFIA

- BALDI G., BRIGNOLI E., HUECKEL T., MENGA R. (1986) - *Effetto degli sforzi deviatorici sul modulo di taglio dinamico di una sabbia e sulla risposta dinamica di un pendio*. Atti del XVI Convegno Nazionale di Geotecnica, Bologna 14-16 maggio 1986.
- HARDIN B.O. (1965) - *The nature of damping in sands*. ASCE-SMFE 91, SM1, 63-97.
- HARDIN B.O., MUSIC J. (1965) - *Apparatus for vibration of soil specimens during the triaxial test*. Instruments and Apparatuses for Soil and Rock Mechanics, ASTM STP 392, 55-74.
- JAMIOLKOWSKI M. (1985) - *Laboratory validation of in situ tests*, in Geotechnical Engineering in Italy, ISSMFE Golden Jubilee volume, AGI, 251-240.
- JAMIOLKOWSKI M., PASQUALINI E. (1985) - *Richiami sul comportamento meccanico dei terreni non coesivi*. Atti Ciclo XI. Problemi di Meccanica dei Terreni e Ingegneria delle Fondazioni, Torino.
- ODORIZZI P. (1985) - *Prove dinamiche di laboratorio con la colonna risonante di Hardin*. Tesi di Laurea - Politecnico di Milano.
- PRAKASH S. (1981) - *Soil Dynamics*. Mc Graw Hill.
- ROESSLER S.K. (1979) - *Anisotropic shear modulus due to stress anisotropy*. ASCE-J.GED, Vol. 105, GT7.

## SUMMARY

### Influence of the anisotropy of the state of stress on the dynamic characteristics of soils.

The paper deals with an experimental investigation on the influence of the anisotropy of the state of stress on the value of the dynamic shear modulus and damping of sands. To this goal several tests have been performed on Ticino sand samples at different densities by means of a Hardin's resonant column. By means of this apparatus it is in fact possible to apply a deviatoric loading together with an isotropic cell pressure.

From the study performed it is possible to draw the following conclusions:

1) the value of the shear modulus for very small strains,  $G_M$ , depends on the deviatoric stress level. The maximum value is attained when the ratio between the horizontal and the vertical stresses is close to  $K_0$ . The value of  $G_M$  in isotropic loading conditions,  $G_{M_I}$ , is close to the maximum. For high values of the deviatoric stress level,  $G_M$  decreases to about 0.7  $G_{M_I}$  in triaxial compression and to about 0.5  $G_{M_I}$  in triaxial extension.

2) If the shear modulus is normalized with respect to  $G_{M_I}$  and the deviatoric stress ratio is normalized with respect to the failure value, there is a unique relationship between normalized shear modulus and normalized deviatoric stress ratio, independently of relative density, consolidation pressure, stress path. This relation is however different in compression and extension.

3) The empirical relation proposed by Prakash to determine  $G_{M_I}$  has been found to be in very good agreement with experimental data. The relation proposed by Roessler to take account of the intermediate principal stress did not show the same efficiency, since it overestimates the value of  $G_M$ , at least in the examined cases.

4) The relationship between the shear modulus normalized with respect to  $G_M$  and the shear strain  $\bar{\gamma}$  is independent of stress level and stress path. The same conclusion holds for the damping ratio.