

Sul coefficiente di sicurezza al ribaltamento di dighe e muri di sostegno.

DANILEVSKY A. - *Safety factors of dams and retaining walls.* Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, GT1, pp. 47-61, 1982.

La stabilità al ribaltamento di un muro di sostegno o di una diga a gravità è misurata dal coefficiente di sicurezza al ribaltamento, definito come segue:

$$F = \frac{\text{resistenza al ribaltamento}}{\text{tendenza al ribaltamento}} \quad (1)$$

ovvero, operativamente, come rapporto tra la somma dei momenti equilibranti e la somma dei momenti ribaltanti, valutati generalmente rispetto al piede dell'opera di sostegno.

Tale definizione, concettualmente molto chiara, pone peraltro il problema di stabilire quali forze siano da considerare equilibranti e quali ribaltanti. Ne consegue una indeterminazione del valore del coefficiente di sicurezza al ribaltamento, poiché le varie espressioni proposte per la (1) conducono a risultati affatto differenti.

Il problema di tale indeterminazione è discusso nel classico trattato di HUNTINGTON [1957] limitatamente ai muri di sostegno soggetti alla sola spinta del terreno.

Con riferimento al muro a gravità della figura 1a, HUNTINGTON individua 2 formule per il calcolo di F, rispettivamente:

$$F' = \frac{Wa}{Pl} = \frac{Wa}{P_h b - P_v c} \quad (2')$$

$$F'' = \frac{Wa + P_v c}{P_h b} \quad (2'')$$

Da un punto di vista concettuale, la prima formula appare preferibile, poiché F' è riguardato come il numero per cui deve essere moltiplicata l'intensità della spinta a tergo del muro per causare ribaltamento, restando invariato il peso del muro; F' è dunque riguardato come un moltiplicatore dei carichi.

Una critica marginale può essere mossa a tale formula: per valori negativi del braccio l (figura 1b), conseguenti ad una opportuna geometria del muro, F' è negativo. Ciò potrebbe essere erroneamente interpretato come indicazione di instabilità del muro, laddove

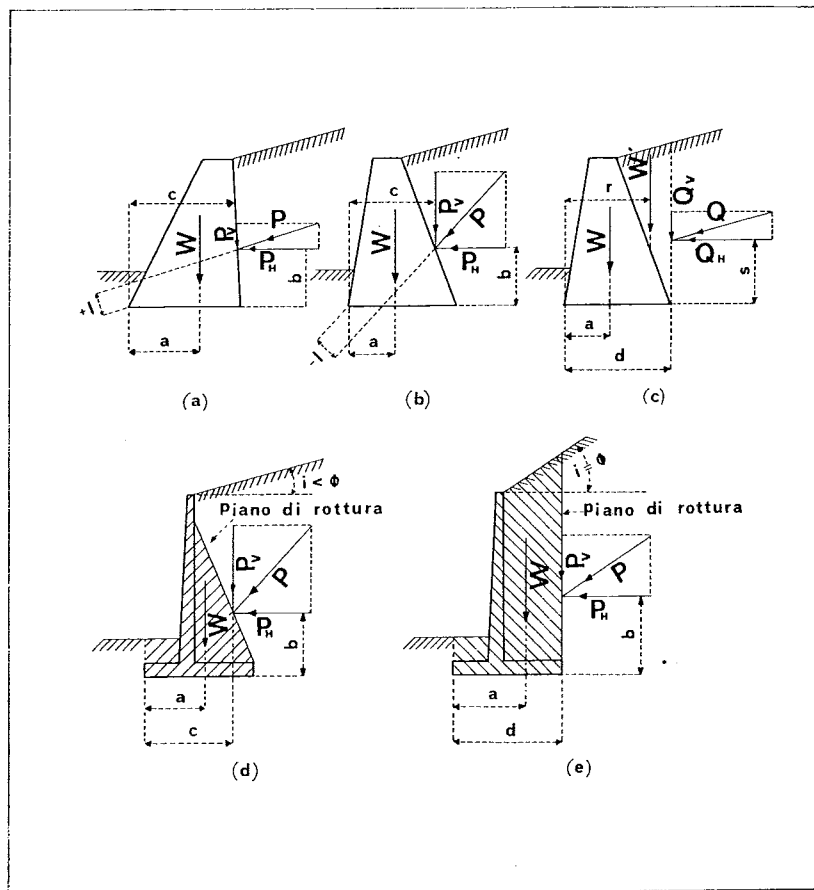


Fig. 1. - Forze agenti sui muri di sostegno.

invece indica che il ribaltamento è impossibile, poiché la direzione della spinta dovrebbe invertirsi. In tal caso, naturalmente, non ha alcun significato la definizione di un coefficiente di sicurezza al ribaltamento.

La formula (2'') supera tale marginale inconveniente, considerando la componente verticale P_v della spinta a tergo del muro come forza equilibrante, ma, come osserva HUNTINGTON, è priva di significato fisico: F'' rappresenta infatti il numero per cui dovrebbe essere moltiplicata la componente orizzontale della spinta per causare ribaltamento, restando invariata la componente verticale.

Per completezza di trattazione, HUNTINGTON analizza casi particolari di calcolo del coefficiente di sicurezza, come

l'impiego del metodo di RANKINE per valutare la spinta del terreno sul piano verticale passante per il tacco del muro (figura 1c), e lo studio di un muro a mensola, ove W è comprensivo del peso di terreno racchiuso tra il muro e la superficie di rottura (figure 1d e 1e); in entrambi i casi, è possibile adottare la formula (2') o la (2''). HUNTINGTON suggerisce l'impiego della formula (2') per il suo più chiaro significato fisico; rileva peraltro che la formula (2'') è più utilizzata e conduce ad una progettazione più cautelativa.

In definitiva, per il semplice caso analizzato da HUNTINGTON, l'indeterminazione è legata al ruolo della sola componente verticale P_v della spinta, e si traduce in 2 possibili definizioni di F.

Il problema viene ripreso da DAN-

LEVSKY nel lavoro che qui si recensisce, con riferimento al caso più generale illustrato in fig. 2 in cui il sistema di carichi comprende forze orizzontali e verticali dirette in entrambi i sensi.

L'opera di sostegno in esame è una diga (o un muro) a gravità, con acqua a tergo e a fronte a diversi livelli. La presenza di forze orizzontali e verticali dirette in entrambi i sensi conferisce generalità al problema. La letteratura fornisce 3 definizioni del coefficiente di sicurezza al ribaltamento:

$$F_1 = \frac{\text{momenti orari}}{\text{momenti antiorari}};$$

$$F_2 = \frac{\text{momenti delle forze verticali}}{\text{momenti delle forze orizzontali}};$$

$$F_3 = \frac{\text{momento del peso del muro (diga)}}{\text{momenti delle forze « accidentali »}}.$$

Con riferimento alle definizioni proposte da HUNTINGTON, F_1 e F_2 si riducono, per un muro di sostegno soggetto alla sola spinta del terreno, a F' , mentre F_3 coincide con F' . Le espressioni di F cui si perviene in base alle 3 definizioni esposte sono le seguenti:

$$F_1 = \frac{M_{H1} + M_{Wc}}{M_{H2} + M_U} = \frac{3 \gamma_c / \gamma_o n^2 + m^3}{1 + (m + 2) n^2} \quad (*)$$

$$F_2 = \frac{M_{Wc} + M_U}{M_{H1} + M_{H2}} = \frac{3 \gamma_c / \gamma_o - (m + 2)}{1 - m^3} \cdot n^2$$

$$F_3 = \frac{M_{Wc}}{M_{H1} + M_{H2} + M_U} = \frac{3 \gamma_c / \gamma_o n^2}{(1 - m^3) + (m + 2) n^2}$$

L'autore pone chiaramente in luce l'origine della indeterminazione: nel caso particolare $U = H = 0$ (assenza di spinta a fronte del muro, e assenza di sottospinte, cioè terreno non permeabile) risulta:

$$F_1 = F_2 = F_3 = \frac{M_{Wc}}{H_{H2}} = 3 \frac{\gamma_c}{\gamma_o} n^2$$

Si tratta quindi di una estensione, da un caso particolare a un caso generale, della definizione di coefficiente di sicurezza al ribaltamento, secondo 3 diversi criteri.

L'A. esplora inoltre i casi generali di equivalenza delle 3 formule. Esplicitando le relazioni

$$\begin{aligned} F_1 &= F_2 \\ F_1 &= F_3 \\ F_2 &= F_3 \end{aligned}$$

(*) Per un evidente errore di stampa nel lavoro Danilevski è assente il fattore n^2 al numeratore dell'espressione F_1 .

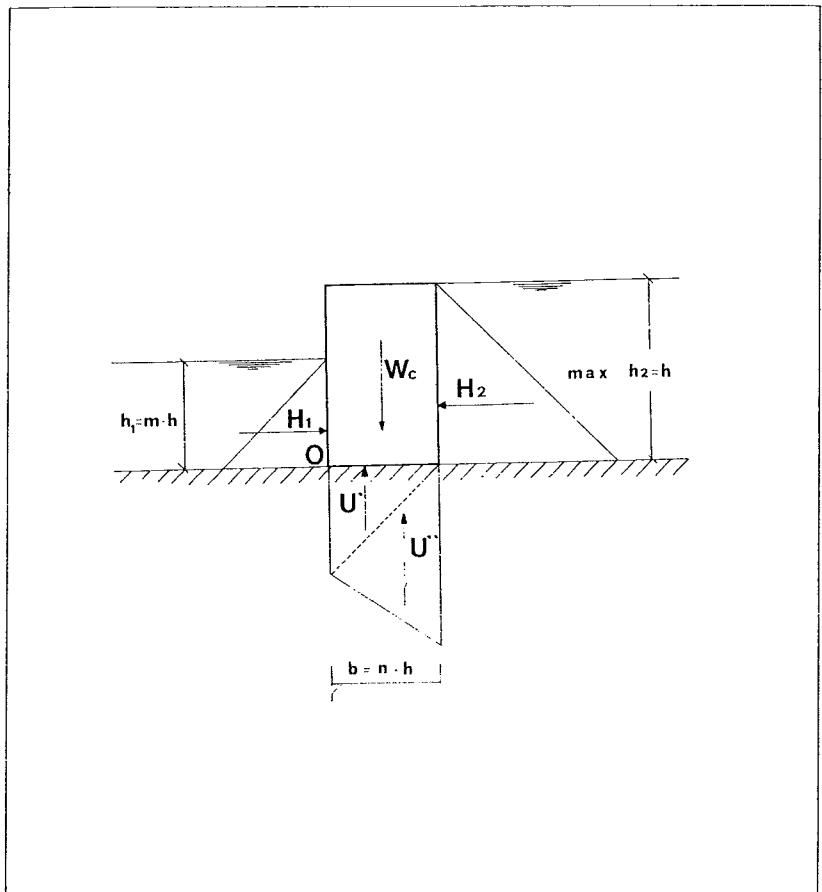


Fig. 2. - Forze agenti su un'opera di sostegno a gravità.

si ottiene il sistema di equazioni:

$$\begin{aligned} [m^3 - mn^2 + (\mu n^2 - 1)] \cdot [m^3 + (m + 2) n^2] &= 0 \\ [m^3 - mn^2 + (\mu n^2 - 1)] \cdot m^3 &= 0 \\ [m^3 - mn^2 + (\mu n^2 - 1)] \cdot (m + 2) n^2 &= 0 \end{aligned}$$

con $\mu = (3 \gamma_c / \gamma_o - 2)$ o, in forma sintetica

$$\begin{aligned} f_o(\gamma_c, n, m) \cdot f_1(n, m) &= 0 \\ f_o(\gamma_c, n, m) \cdot f_2(m) &= 0 \\ f_o(\gamma_c, n, m) \cdot f_3(n, m) &= 0 \end{aligned}$$

In particolare:

- 1) per $n = 0$, $f_3(n, m) = 0$ $F_2 = F_3 \neq F_1$
- 2) per $m = 0$, $f_1(m) = 0$ $F_1 = F_3 \neq F_2$
- 3) per $n = m = 0$, $f_1(n, m) = f_2(m) = f_3(n, m) = 0$ $F_1 = F_2 = F_3 = 0$

I casi 1) e 3) non sono, a rigore, pertinenti a muri di sostegno; per $n = 0$, l'opera in esame è in realtà un diaframma.

Nel caso 3), inoltre, risultando $F_1 = F_2 = F_3 = 0$, non ha alcun interesse definire un coefficiente di sicurezza al

ribaltamento. Per $m = 0$ (caso 2) (assenza d'acqua di fronte al muro), i coefficienti F_1 e F_3 sono uguali tra loro, ma sempre diversi da F_2 , che presenta la particolarità di contenere il termine n^2 solo al numeratore.

Il sistema ammette quindi soluzione non banale se e solo se risulta:

$$f_o(\gamma_c, n, m) = m^3 - mn^2 + (\mu n^2 - 1) = 0 \quad (3)$$

È facile constatare che la (3) esprime anche lo stato di equilibrio limite al ribaltamento, indipendentemente dalla

definizione adottata. Ponendo infatti $F_i = 1$ ($i = 1, 2, 3$) si perviene alla 3) per ogni i . In definitiva, le 3 formule sono

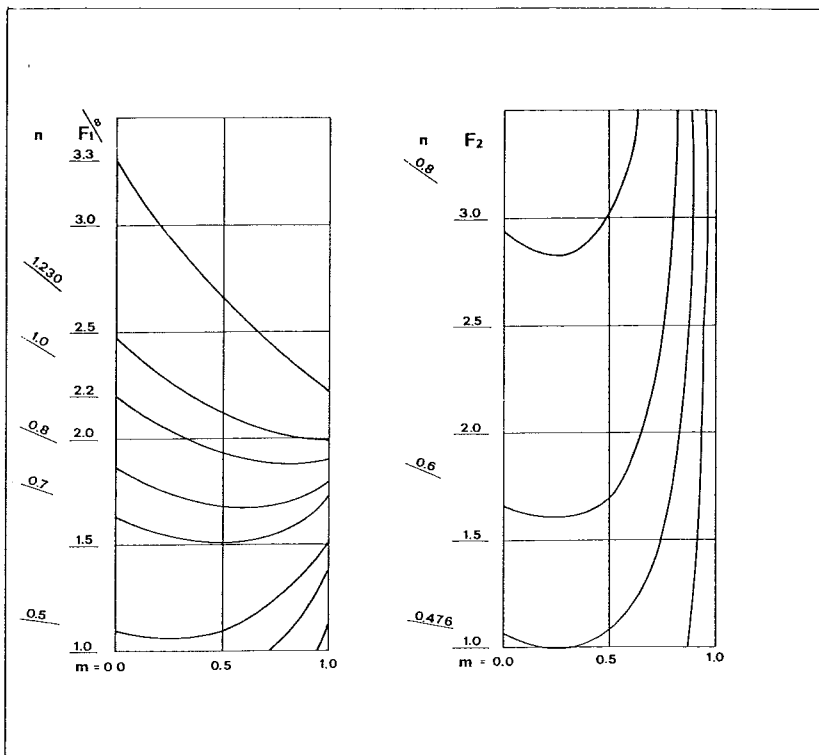


Fig. 3. - Coefficiente di sicurezza F_1 .

Fig. 4. - Coefficiente di sicurezza F_2 .

equivalenti solo nei 3 casi particolari:
 — assenza di acqua di fronte al muro
 e assenza di spinta idrostatica

$$F_1 = F_2 = F_3 = \frac{3\gamma_c}{\gamma_0} n^2$$

— struttura priva di resistenza al ribaltamento

$$F_1 = F_2 = F_3 = 0$$

— struttura al limite del ribaltamento

$$F_1 = F_2 = F_3 = 1.$$

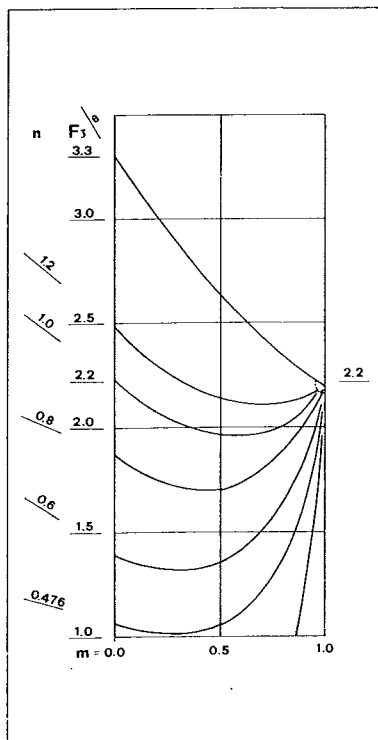


Fig. 5. - Coefficiente di sicurezza F_3 .

L'andamento delle curve F_i ($i = 1, 2, 3$) in funzione di m e n e per $\gamma_c/\gamma_0 = 2.2$ è riportato nelle figure 3, 4, 5. Le famiglie di curve F_1 e F_3 sono molto simili nella forma, risultando addirittura coincidenti, come già rilevato, per $m = 0$, e differiscono marcatamente dalla famiglia di curve F_2 . Ciò è dovuto alla presenza del fattore n^2 sia al numeratore che al denominatore nelle espressioni di F_1 e F_3 , laddove detto fattore compare solo al numeratore nell'espressione di F_2 . Le curve della famiglia F_2 differiscono quindi tra loro solo per detto fattore quadratico, e per $m \rightarrow 1$, $F_2 \rightarrow \infty$, qualsiasi sia n . In tal caso, infatti, costituendo le spinte idrostatiche H_1 e H_2 una coppia di braccio nullo, non esiste a rigore un problema di ribaltamento, ma al più un problema di galleggiamento.

L'A. suggerisce quindi, in base a considerazioni di carattere fisico, l'impiego dell'espressione F_3 . Secondo l'A., infatti, le forze presenti nell'equilibrio di un'opera di sostegno appartengono da un punto di vista concettuale a 2 gruppi di forze tra loro omogenee:

— le forze intrinseche alla struttura, costanti, che nel caso in esame si ridu-

cono al solo peso proprio della struttura;

— le forze accidentali, variabili, applicate all'opera di sostegno.

L'espressione F_3 è l'unica rispettosa di questa partizione in gruppi, laddove l'adozione di espressioni di origine matematica, come la F_1 e la F_2 che fanno riferimento rispettivamente al segno dei momenti delle forze, o alla loro direzione, comporta la scissione di tali gruppi.

Le conclusioni cui perviene l'A. risentono, a giudizio dello scrivente, dello schema cui si è fatto riferimento. La suddivisione in gruppi di forze proposte dall'A. appare infatti senz'altro soddisfacente nel caso di schemi di tipo idraulico quali la diga esaminata in fig. 2, in cui è chiaro il significato di forze intrinseche costanti, e di forze accidentali variabili (si pensi all'escursione del pelo libero dell'acqua a tergo e a fronte dell'opera di sostegno). Di contro, in ambito propriamente geotecnico (muri di sostegno), tale distinzione tra forze intrinseche e forze accidentali appare ambigua al pari di quelle tra forze equilibranti e forze ribaltanti. L'incertezza legata a tale distinzione appare evidente dall'esempio applicativo, relativo allo studio del coefficiente di sicurezza al ribaltamento del muro a mensola di fig. 6. Come si può notare, sono definite forze accidentali tutte e sole le azioni dovute alla presenza dell'acqua (fig. 6b), mentre le forze intrinseche comprendono, oltre al peso proprio del muro, sia il peso proprio del terreno compreso tra la parete del muro e la superficie verticale passante per il tacco del muro, sia la spinta a tergo di tale superficie. Tali forze sono considerate dall'A. inscindibili in quanto legate entrambe alla presenza del terreno a tergo dell'opera di sostegno, e il loro contributo globale all'equilibrio del muro è pari alla somma algebrica dei loro momenti.

In fig. 7 è diagrammato l'andamento del coefficiente di sicurezza, come sopra definito, in funzione del livello d'acqua a fronte del muro, e per assegnati valori dei rimanenti parametri ($n = t = 0.6$, $\gamma_c/\gamma_0 = 2.4$, $\gamma_s/\gamma_0 = 1.8$, $\gamma'_s/\gamma_0 = 1.1$, $\varphi = 30^\circ$). Per confronto nella stessa figura è riportato l'analogo diagramma del coefficiente di sicurezza per il muro a gravità di fig. 2, caratterizzato dai medesimi valori dei parametri assunti costanti, ad eccezione di γ_c/γ_0 , assunto pari a 2.2, sì da considerare il muro a gravità di fig. 2 equivalente al muro a mensola di fig. 6 in termini di peso proprio. L'evidente analogia tra i 2 diagrammi è considerata dall'A. una conferma della validità della definizione proposta per il coefficiente di sicurezza.

A giudizio dello scrivente, invece, l'attribuzione al gruppo delle forze intrinseche di entrambe le forze dovute alla presenza del terreno appare arbitraria.

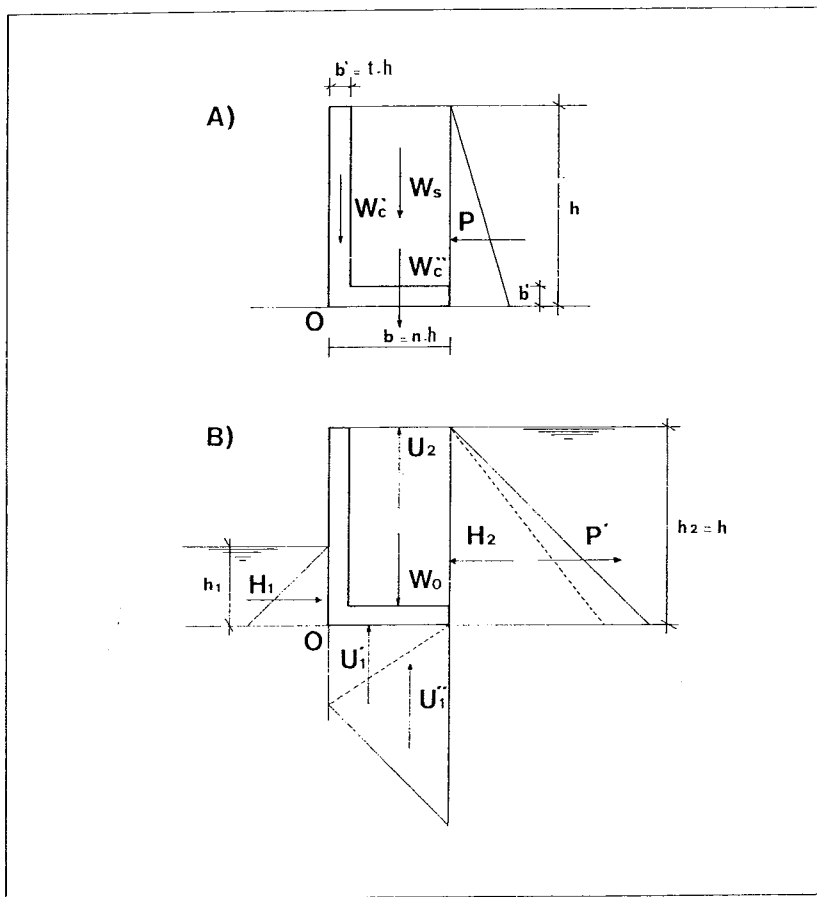


Fig. 6. - Forze agenti su un muro a mensola.

In alternativa a quanto proposto dall'A., con pari arbitrarietà (o forse con maggiore aderenza alla citata suddivi-

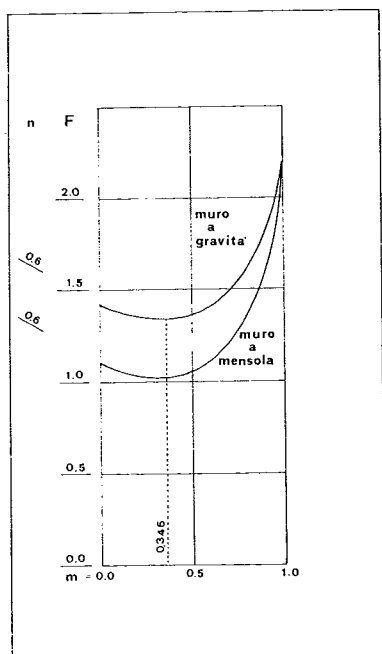


Fig. 7. - Coefficiente di sicurezza del muro a mensola e del muro a gravità.

sione in gruppi), si potrebbe riguardare la spinta del terreno come forza accidentale. Mentre infatti la forza dovuta al peso proprio del terreno è senza dubbio da ritenersi costante, la spinta del terreno può essere considerata « variabile » con riferimento alle inevitabili incertezze connesse al metodo di calcolo impiegato e al valore dei parametri che vi compaiono. È evidente che anche operando in tal modo l'analogia tra i 2 diagrammi relativi ai coefficienti di sicurezza del muro a mensola e del muro a gravità viene conseguita, con il vantaggio, sul piano operativo, di ottenere valori finiti del coefficiente di sicurezza anche in assenza di forze esercitate dall'acqua.

In modo analogo, appare opportuno considerare forze accidentali altri eventuali carichi agenti sull'opera di sostegno, quali, ad esempio, eventuali sollecitazioni sismiche, o incrementi delle pressioni orizzontali sul muro indotte da carichi applicati al terrapieno.

Il lavoro recensito affronta il problema della definizione del coefficiente di sicurezza al ribaltamento di un'opera di sostegno a gravità, soggetta ad un sistema di forze comunque orientate; propone un criterio di definizione che appare soddisfacente sul piano concettuale ma, al pari di analoghi criteri ri-

portati nella letteratura, non dotato di oggettività.

A giudizio dello scrivente, tale limite costituisce una caratteristica intrinseca del tradizionale approccio deterministico al problema della sicurezza di un'opera.

Incertezze e ambiguità nella definizione di coefficienti di sicurezza convenzionali si incontrano infatti in diversi problemi di stabilità, quali ad esempio, la stabilità dei pendii [TERZAGHI-PECK, 1967] o l'equilibrio di un corpo pesante poggiante su un piano inclinato [HABIB, 1979]. Si tratta di incertezze legate al ruolo di forze che possono, con pari arbitrarietà, essere riguardate come equilibranti o sollecitanti, e conseguentemente essere posizionate al numeratore o al denominatore del rapporto che definisce il coefficiente di sicurezza.

Tale impostazione di tipo deterministico è pertanto da considerare come semiempirica, nel senso che la scelta di un valore appropriato del coefficiente di sicurezza viene effettuata dal progettista sulla sola base dell'esperienza corrente in casi analoghi. Tale approccio, pur presentando un limite di natura concettuale nella mancanza di oggettività, è allo stato attuale il più diffuso nel campo della geotecnica, consentendo di formulare metodi di calcolo di buona affidabilità per lo studio e la risoluzione dei problemi progettuali che si affrontano nella pratica corrente. Appare pertanto del tutto giustificato valutare la stabilità di un'opera, nei confronti di un possibile fenomeno di rottura, avvalendosi di procedimenti di verifica di tipo tradizionale; atteso peraltro il carattere convenzionale di tali verifiche, è opportuno rilevare che la precisazione di un valore minimo ammissibile per il coefficiente di sicurezza dovrebbe sempre fare riferimento alla definizione adottata e al metodo impiegato per valutarlo.

È interessante notare come anche la vigente normativa italiana [1981] appaia carente in tal proposito, limitandosi a prescrivere, per ogni problema di stabilità, le verifiche da condurre e i valori ammissibili dei relativi coefficienti di sicurezza, senza esplicitare in dettaglio il metodo da adottare.

Un approccio più moderno e razionale ai problemi progettuali, condotto avvalendosi di procedure probabilistiche, è attualmente in via di sviluppo, e appare in grado di superare le ambiguità e i limiti connessi alla classica impostazione deterministica. Le incertezze relative alla definizione di coefficienti di sicurezza vengono eliminate introducendo il concetto di margine di sicurezza, definito come differenza tra la resistenza R e il carico C , entrambi riguardati come variabili casuali, e valutando la probabilità di rottura.

Una siffatta impostazione è di carattere del tutto generale, e può pertanto

essere adottata, in alternativa all'approccio tradizionale, per lo studio di un qualsiasi problema; in particolare, può essere interessante ricordare un confronto tra i 2 approcci, illustrato da HOËG e MURARKA [1974] con riferimento alla progettazione di un muro di sostegno a gravità. La scelta di tale esempio applicativo, essendo il comportamento di tale struttura inquadrato in un modello matematico di generale accettazione, consente di focalizzare l'attenzione sugli aspetti peculiari dei 2 approcci.

Il proporzionamento dell'opera viene inizialmente condotto in base alle usuali procedure e, per una data geometria del muro, conduce a coefficienti di sicurezza pari a 1.9, 3.7, 1.6 nei confronti di 3 possibili modi di rottura (*) (ribaltamento del muro, rottura a carico limite del complesso fondazione-terreno e scorrimento della fondazione). Per confronto, lo stesso caso viene studiato in termini probabilistici mediante l'equazione di propagazione dell'errore, pervenendo a probabilità di crisi piuttosto alte (rispettivamente 0.1/1000, 13/1000, 3/1000 per i 3 modi di rottura indagati). In particolare, è significativo notare come la più alta probabilità di

di crisi è connessa al fenomeno di rottura (carico limite) cui compete il coefficiente di sicurezza più elevato secondo l'analisi deterministica convenzionale. Ciò è dovuto essenzialmente al forte gradiente in funzione dell'angolo di attrito ϕ dei coefficienti N_x , N_c , N_y che compaiono nell'espressione del carico limite.

Nello stesso lavoro di HOËG e MURARKA è inoltre illustrata un'applicazione dell'analisi probabilistica per la determinazione della soluzione progettuale ottimale in termini di costi, portando in conto i costi connessi ad un'eventuale rottura e le relative probabilità che essa si verifichi.

La possibilità di un'analisi che tenda alla minimizzazione dei costi è uno degli aspetti più interessanti dell'approccio probabilistico, anche se le complessità di calcolo che ne derivano appaiono considerevoli; a giudizio dello scrivente, il contributo di HOËG e MURARKA, sia pure molto schematico per il suo dichiarato carattere divulgativo, indica con chiarezza l'approccio più soddisfacente e moderno allo studio dei problemi di stabilità.

(Vincenzo Caputo)

BIBLIOGRAFIA

- HABIB P. (1979) - *Le coefficient de sécurité dans les ouvrages au rocher*. Proc. 4th Int. Congr. of Rock Mech., Montreux 1979, vol. III, pp. 18-22.
- HOËG K., MURARKA R. P. (1974) - *Probabilistic analysis and design of a retaining wall*. Journal of the Geotechnical Engineering Div. GT3, pp. 349-366.
- HUNTINGTON W. C. (1957) - *Earth pressures and retaining walls*. John Wiley and Sons, Inc., Publishers pp. 286-293.
- TERZAGHI K., PECK R. (1948) - *Soil Mechanics in Engineering Practice*. John Wiley and Sons, Inc., Publishers, pp. 181-191.
- DECRETO MINISTERIALE (1981) - *Norme tecniche riguardanti le indagini sui terreni e sulle rocce, la stabilità dei pendii naturali e delle scarpate, i criteri generali e le prescrizioni per la progettazione, l'esecuzione e il collaudo delle opere di sostegno delle terre e delle opere di fondazione*.

(*) Per semplicità, non viene analizzata la stabilità globale del complesso muro-terrapieno.