

Su alcune correlazioni empiriche con l'indice di plasticità

R. NOVA *

SOMMARIO: In questa breve nota tecnica si vuole mostrare come spesso non sia lecito utilizzare relazioni empiriche per scopi più ampi di quelli per cui sono state formulate. L'attenzione è posta in particolare sulle relazioni tra indice di plasticità e alcune caratteristiche meccaniche di un terreno coesivo, quali la coesione non drenata, l'angolo d'attrito ed il coefficiente di spinta a riposo. Si mostra che legando tra loro in successione logica varie relazioni empiriche, che singolarmente interpolano con sufficiente accuratezza i risultati sperimentali, si può giungere a relazioni che sono in contrasto, anche notevole, con la realtà.

È noto come gli indici di Atterberg, ed in special modo l'indice di plasticità PI, godano di grande popolarità nell'Ingegneria Geotecnica. Infatti essi hanno il vantaggio di poter essere determinati in modo semplice ed economico e possono essere correlati abbastanza facilmente ai parametri caratteristici di un qualunque terreno coesivo. L'esempio forse più noto è quello della relazione di SKEMPTON [1957] che lega la coesione non drenata c_u , di un'argilla normalmente consolidata, alla pressione verticale efficace, σ'_v , presente in situ, tramite l'indice di plasticità PI. Infatti si ha (fig. 1)

$$\frac{c_u}{\sigma'_v} = a + b \text{ PI} \quad (1)$$

dove $a = .11$ e $b = .0037$.

Altri esempi di parametri legati all'indice di plasticità sono il coefficiente di compressibilità edometrico, la pendenza logaritmica del percorso dei carichi efficaci nella fase di scarico in una prova edometrica [WROTH, 1975], la sensibilità di un'argilla, e così via.

Recentemente MASSARSCH [1979] e FLAVIGNY [1980] hanno proposto relazioni empiriche analoghe che legano il valore del coefficiente di spinta a riposo, K_0 , di un'argilla normalmente consolidata con PI. Esse sono rispettivamente

$$K_0 = 0.43 + 0.0042 \text{ PI} \quad (2)$$

$$K_0 = 0.42 + 0.0040 \text{ PI} \quad (3)$$

In fig. 2 sono riportati alcuni valori di K_0 misurati da vari autori, tab. 1, in funzione di PI e le due rette date dalla (2) e dalla (3). Co-

me si vede, anche se la correlazione non è eccellente, essa è in ambedue i casi senz'altro accettabile se si tiene conto della varietà dei metodi di prova e dei tipi di terreno considerati.

Un'altra relazione comunemente accettata per sabbie e argille normalmente consolidate è la

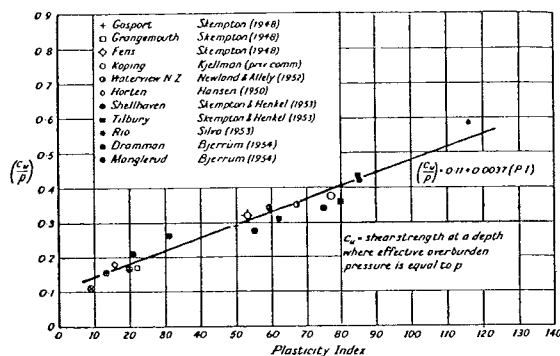


Fig. 1. - Correlazione tra coesione non drenata, sforzo verticale efficace ed indice di plasticità. Da Skempton (1957).

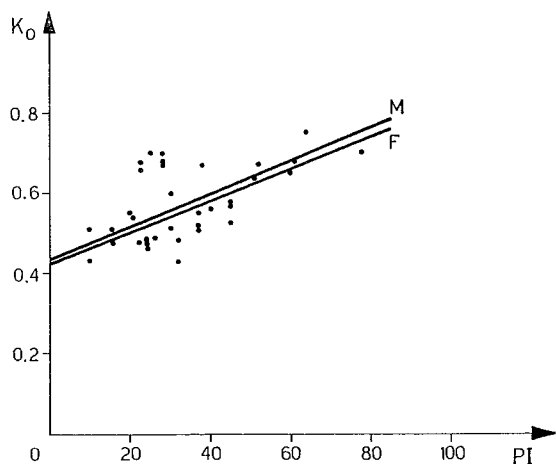


Fig. 2. - Correlazione tra il coefficiente di spinta a riposo e l'indice di plasticità. M: (Massarsch, 1979), F: (Flavigny, 1980) dati da Massarsch (1979).

** Prof. Ing. Roberto Nova, Incaricato Stabilizzato di Geotecnica - Politecnico di Milano.

TABELLA I

Argilla		Autore	PI	Ko	ϕ'
Atchafalaya clay	U	Saada - Bianchini (1975)	52	.67	
»	U	»	51	.64	
»	U	»	51	.63	
»	U	»	48	.63	
Hydrite	R	»	37	.51	
»	R	»	37	.52	
Grundite	R	»	23	.68	
Florida clay	R	»	24	.47	
»	R	»	24	.46	
»	R	»	24	.48	
Bangkok clay	U	Chang et al. (1977)	64	.75	
»	U	»	37	.55	
Ngoo Hao clay	U	»	30	.64	
»	R	»	60	.65	
»	R	»	60	.76	
Chicago clay	R	Brooker - Ireland (1965)	10	.47	26.0
Goose Lake flour	R	»	16	.51	27.5
Weald clay	R	»	21	.54	26.0
London clay	R	»	38	.67	22.0
Bearpaw shale	R	»	78	.70	15.5
Porto Tolle clay		Jamiolkowski et al. (1980)	30	.51	28.0
Chew Stoke clay	U	Bishop (1958)	10	.43	32.5
Yarmouth clay	U	»	45	.57	27.0
Weald clay	R	»	25	.70	22.0
Kaolin	R	»	23	.66	20.0
Kristiansand clay	U	Simons (1958)	10	.51	28.5
Oslo marine clay	U	»	16	.48	31.0
Boston clay	R	Ladd (1965)	23	.48	32.0
		Campanella - Vaid (1972)	20	.55	30.0
Trieste clay		Ghionna et al. (1980)	47		24.0
Klein Belt Ton		Gibson (1953)	91		21.0
Shellhaven clay	U	»	87		23.0
»	U	»	76		23.5
»	R	»	68		22.0
London clay		»	49		20.5
Massena clay	U	»	20		30.0
Illite		»	45		22.0
Chicago clay	U	»	29		19.0
Kaolinite		»	25		21.5
Wiener Tegel		»	25		26.0
Horten clay	R	»	16		31.5
Boston clay	R	»	23		31.0

R = campione rimaneggiato

U = campione indisturbato

relazione di JAKY [1944] che lega K_0 all'angolo d'attrito interno del terreno e cioè

$$K_0 = \frac{1 + \frac{2}{3} \sin \Phi'}{1 + \sin \Phi'} (1 - \sin \Phi') \quad (4)$$

che viene in genere approssimata dalla più semplice equazione

$$K_0 = 1 - \sin \Phi' \quad (5)$$

Come si può notare dalla fig. 3, WROTH [1972], essa interpola bene i risultati sperimentali.

Vien dunque naturale pensare di correlare anche Φ' con PI. Dalla (2) e dalla (3) si ha, rispettivamente

$$\sin \Phi' = .57 - .0042 \text{ PI} \quad (6)$$

$$\sin \Phi' = .58 - .0040 \text{ PI} \quad (7)$$

Come si può notare dalla fig. 4, ambedue queste relazioni non colgono adeguatamente l'andamento dei risultati sperimentali, soprattutto per valori di $\text{PI} > 50$.

Si vede quindi che, pur essendo queste relazioni accettabili, se considerate singolarmente, l'uso di esse in sequenza logica può portare ad errate valutazioni.

Può essere utile comunque cercare una nuova relazione che leghi Φ' a PI. A questo scopo, si noti che la forma del percorso degli sforzi efficaci in una prova non drenata è approssimativamente sempre la stessa indipendente-

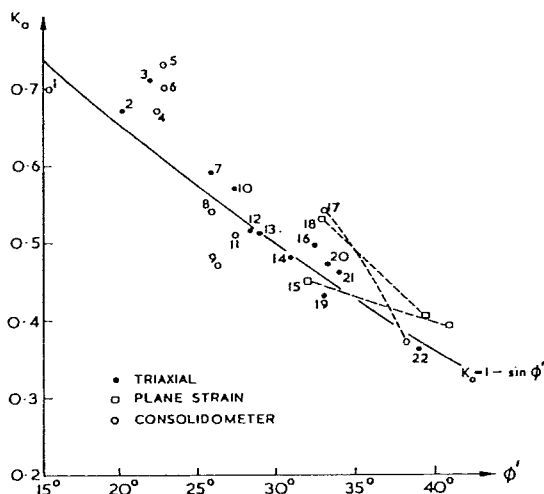


Fig. 3. - Valori del coefficiente di spinta a riposo in funzione dell'angolo di attrito interno per sabbie e argille normalmente consolidate [Wroth, 1972].

mente dalla pressione di preconsolidazione (fig. 5). Ne segue che il rapporto tra il valore del deviatore $q = \sigma_1 - \sigma_3$ a collasso e il valore del deviatore in condizioni K_0 è indipendente dalla pressione di cella σ_3 . Quindi, poiché il deviatore a collasso q_f vale

$$q_f = 2 C_u \quad (8)$$

e il valore di q in condizioni K_0 vale

$$q_0 = \sigma'_v - \sigma'_H = \sigma'_v (1 - K_0) \quad (9)$$

ne segue che

$$\frac{q_f}{q_0} = \frac{2 C_u}{\sigma'_v (1 - K_0)} = C \quad (10)$$

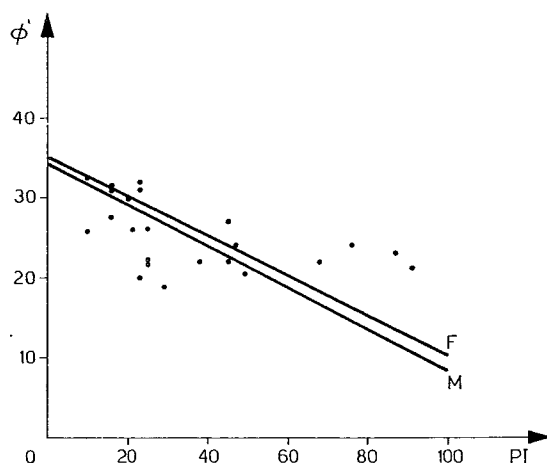


Fig. 4. - Correlazione tra indice di plasticità ed angolo d'attrito a confronto con le relazioni derivate dalle relazioni di Massarsch (M) e Flavigny (F).

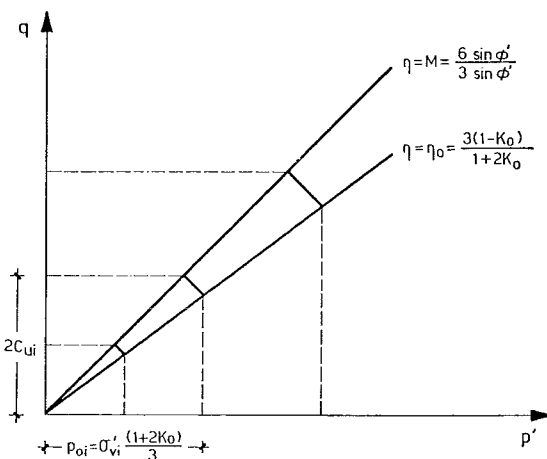


Fig. 5. - Percorsi di carico, dalla condizione di riposo fino a collasso, di campioni d'argilla normalmente consolidata con differenti pressioni di preconsolidazione.

dove C è una costante che dipende però dal tipo di terreno. Poiché sia C_u/σ'_v che K_0 dipendono da PI , C sarà funzione dell'indice di plasticità.

Dalla (10) e dalla (1) segue che

$$K_0 = 1 - 2 \frac{a + b PI}{C (PI)} \quad (11)$$

e dalla (5)

$$\sin \Phi' = 2 \frac{a + b PI}{C (PI)} \quad (12)$$

La funzione $C (PI)$ può essere ricavata a partire dai dati sperimentali o attraverso la (12) o attraverso la (11). Nel primo caso, a partire dai dati di tab. 1, si ha una buona correlazione con la retta

$$C = .37 + .024 PI \quad (13)$$

come si vede dalla fig. 6.

Nel secondo caso la (13) può essere ancora considerata un'accettabile interpolazione dei risultati sperimentali, ma la dispersione dei dati è maggiore e i dati divergono notevolmente per valori di $PI > 60$ (fig. 7).

Dalla (13) possono venire calcolati a ritroso i valori di $\sin \Phi'$ e K_0 in funzione di PI . Come si vede — figg. 8, 9 — l'interpolazione dei risul-

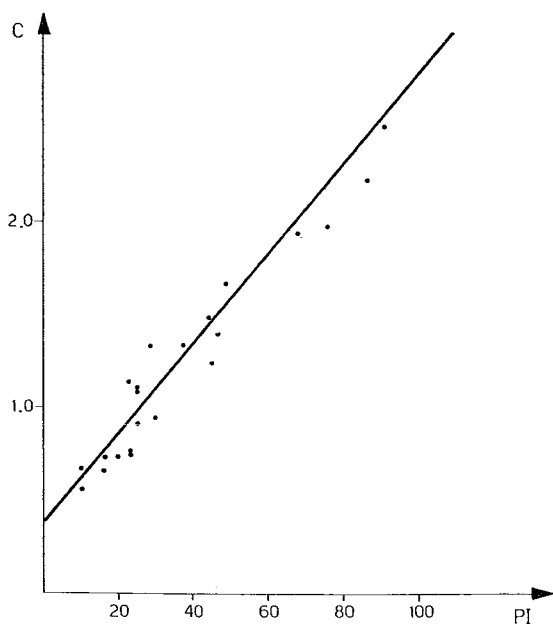


Fig. 6. - Correlazione tra C e PI derivata dalla (12).

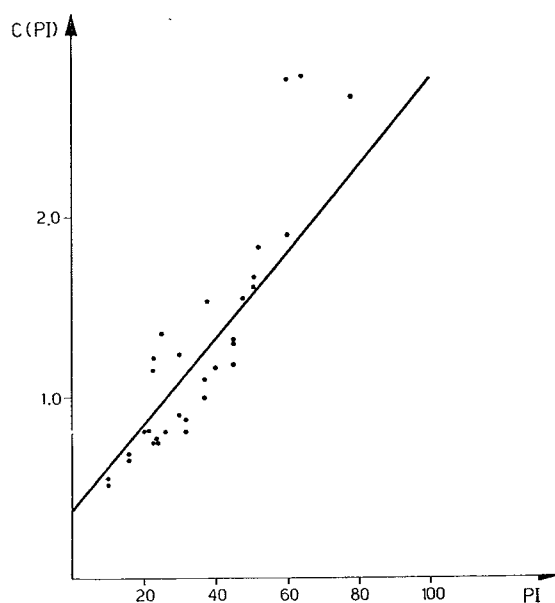


Fig. 7. - Correlazione tra C e PI derivata dalla (11).

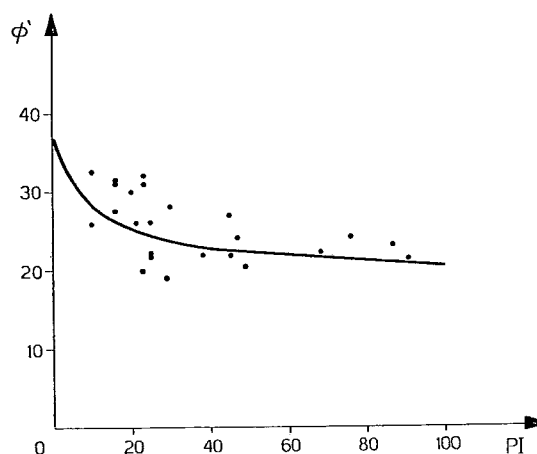


Fig. 8. - Correlazione tra Φ' e PI calcolata a ritroso dalla (13).

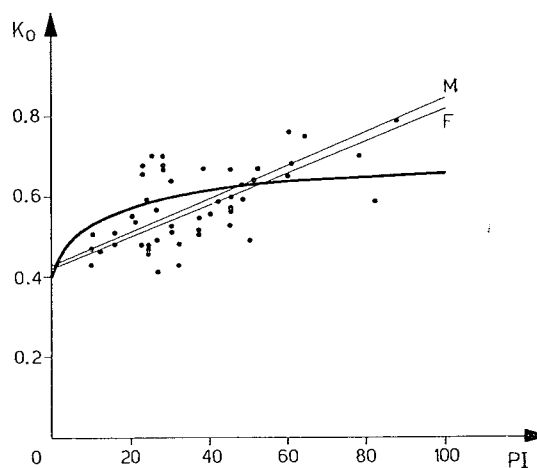


Fig. 9. - Correlazione tra K_0 e PI calcolata a ritroso dalla (13).

tati sperimentali è buona per quanto riguarda Φ' , mentre per ciò che concerne K_0 la dispersione dei dati è tale che è difficile dire quale sia la migliore. Tutte e tre le relazioni colgono sufficientemente bene l'andamento dei dati sperimentali. La (2) e la (3) hanno il vantaggio di essere analiticamente più semplici, mentre la (11) ha il vantaggio di essere congruente con la (12). Dato PI i valori di K_0 e Φ' ricavati combinando (5) ed (11) sono quindi ugualmente affidabili per ogni valore di PI, diversamente a quanto accade alle (2) e (3).

Purtroppo però la (12) soffre lo stesso inconveniente denunciato dalle (2) e (3) se si cerca di proseguire la correlazione di PI con altre quantità meccaniche, come ad esempio l'incremento di pressione neutra tra la situazione di riposo e quella di collasso. Se si ammette che il percorso degli sforzi totali sia quello che si ha in prova triassiale per cui $\Delta\sigma_3 = 0$, e si definisce $p \equiv 1/3 \cdot (\sigma_1 + 2\sigma_3)$, la pressione neutra è data da

$$\Delta u = \frac{1}{3} \Delta q + \Delta p' \quad (14)$$

dove l'apice indica sforzi efficaci.

Poiché, come si può dedurre dalla fig. 5,

$$\Delta q = 2 C_u - \sigma'_v (1 - K_0) \quad (15)$$

$$\Delta p' = \frac{1}{3} \sigma'_v (1 + 2K_0) - \frac{2 C_u}{M} \quad (16)$$

essendo M il valore del rapporto q/p' a collasso, che è legato all'angolo d'attrito dalla relazione

$$M = \frac{6 \sin \Phi'}{3 - \sin \Phi'} \quad (17)$$

ne segue che

$$\begin{aligned} \frac{\Delta u}{\sigma'_v} &= 1/3 \left[2 \frac{C_u}{\sigma'_v} - 1 + K_0 \right] + \\ &+ \frac{1}{3} (1 + 2K_0) - \frac{2 C_u}{\sigma'_v M} = \\ &\frac{2 C_u}{\sigma'_v} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{M} \right] + K_0 \end{aligned} \quad (18)$$

quindi

$$\begin{aligned} \frac{\Delta u}{\sigma'_v} &= 2 (a + b \text{PI}) \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{3C - 2(a + b \text{PI})}{12(a + b \text{PI})} \right] + \\ &+ 1 - 2 \frac{a + b \text{PI}}{C} = \\ &= 1 - \frac{C}{2} + (a + b \text{PI}) \left[1 - \frac{2}{C} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

La variazione di $\Delta u/\sigma'_v$ con PI è illustrata nella fig. 10.

Appare subito chiaro che questi risultati sono privi di senso almeno per valori di PI sufficientemente alti. Infatti la pressione neutra tende a diventare negativa al crescere di PI in contrasto con ciò che viene rilevato sperimentalmente per argille normalmente consolidate.

Ne segue che sia le relazioni di Massarsch e Flavigny che quella qui proposta hanno una validità assai limitata. Esse possono essere utilizzate per determinare quella grandezza per cui sono state dedotte le relazioni empiriche in questione. Questa conclusione è generale e le relazioni citate forniscono solo un esempio. Le relazioni empiriche non possono essere utilizzate analiticamente in combinazione con altre o con ipotesi teoriche per poter derivare altri parametri caratteristici del terreno. Così facendo si rischia di ottenere nuove relazioni in disaccordo con i risultati sperimentali. Ciò non

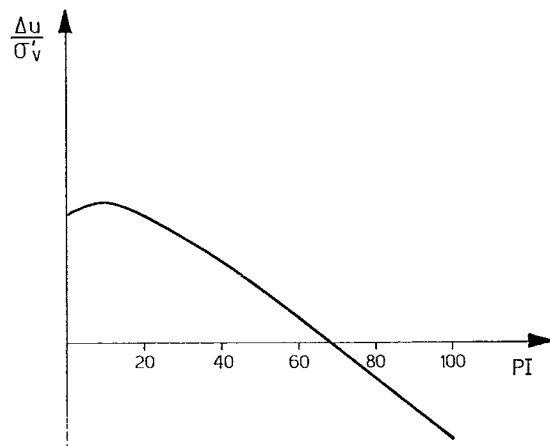


Fig. 10. - Variazione della pressione neutra a collasso in funzione dell'indice di plasticità.

significa, naturalmente, che le relazioni empiriche non debbano essere utilizzate in pratica, ma esse devono essere impiegate con cautela, tenendo sempre presente la loro limitatezza concettuale e il ristretto ambito della loro validità.

BIBLIOGRAFIA

- BISHOP A. W. (1958) - *Test requirements for measuring the coefficient of earth pressure at rest*. II ECSMFE, Bruxelles, 1, 2-14.
- BROOKER E. W., IRELAND H. O. (1965) - *Earth pressure at rest related to stress history*. Can. Geot. J. 2, 1-15.
- CAMPANELLA R. G., VAID Y. P. (1972) - *A Simple K_0 - triaxial cell*. Can. Geot. J. 9, 249-260.
- CHANG M. F., MOH Z. C., LIU H. H., VIVRANUVUT S. (1977) - *A method for determining the in situ K_0 coefficient*. IX ICSMFE, Tokyo, 1, 61-64.
- FLAVIGNY E. (1980) - *Discussion on design parameters for soft clays*. VII ECSMFE, Brighton 4, 23.
- GIBSON F. E. (1953) - *Experimental determination of the true cohesion and the true angle of internal friction in clays*. III ICSMFE, Zurich 1, 126-130.
- GHIONNA V., JAMIOLKOWSKI M., LANCELLOTTA F. (1978) - *Performance of self boring pressuremeter in cohesive deposits*.
- JAKY J. (1944) - *The coefficient of earth pressure at rest*. (Hungarian) Magyar Mérnök és Építész Egilet Kozlonye.
- JAMIOLKOWSKI M., LANCELLOTTA R., TORDELLA M. (1980) - *Geotechnical properties of Porto Tolle N.C. Silty clay*. VI Danube ECSMFE, Varna.
- LADD C. C. (1965) - *Stress-strain behaviour of anisotropically consolidated clays during undrained shear*. VI ICSMFE, Montreal, 1, 282-286.
- MASSARSCH K. R. (1979) - *Lateral Earth pressure on normally consolidated clay*. VII ECSMFE, Brighton, 2, 245-249.
- SAAD A. S., BIANCHINI G. F. (1975) - *Strength of one dimensionally consolidated clays*. ASCE-GED 101, GT 11, 1151-1164.
- SIMON N. E. (1958) - *Discussion on paper by A. W. Bishop*. II ECSMFE, Bruxelles, 3, 50.
- SKEMPTON A. W. (1957) - *Discussion on the planning and design of the new Hong Kong airport*. Proc. Inst. Civ. Eng., 7, 305-307.
- WROTH C. P. (1972) - *General theories of earth pressures and deformation*. General Report V ECSMFE, Madrid, 2, 33-52.
- WROTH C. P. (1975) - *In situ measurement of initial stresses and deformation characteristics*. State of Art paper session IV ASCE Specialty conference on « In situ measurement of soil properties », Raleigh, U.S.A.

SUMMARY

On some empirical correlation to the plasticity index

The aim of this short technical note is to show that the use of empirical correlations for scopes wider than those for which they have been found, may be incorrect. Attention is laid on the relations between the plasticity index of a cohesive soil and some of its mechanical characteristics, such as undrained cohesion, internal friction angle and the coefficient of earth pressure at rest. It is shown that using in logical sequence some empirical correlations, which singularly well interpolate the experimental data, it is possible to derive relations which may be in marked contrast with the experimental findings.