

Recensioni

Analisi della Biforcazione e Geotecnica

I. VARDOULAKIS E J. SULEM, *Bifurcation Analysis in Geomechanics*, Blackie Academic & Professional, 1995, 462 + XLII pp., 221 figg., £ 165.

Nel 1900, Otto Mohr pubblicava un lavoro destinato a divenire una pietra miliare nella storia della meccanica dei solidi. Il suo titolo, espresso in forma interrogativa, può all'incirca tradursi in "Quali sono le condizioni al di là delle quali il comportamento di un materiale non è più elastico, e quali condizioni ne determinano la rottura?". In tale articolo Mohr sviluppava il ben noto metodo di analisi e rappresentazione dello stato tensionale (quale ingegnere non ha, o ha avuto, familiarità con i "cerchi di Mohr?") e proponeva la rappresentazione grafica del criterio di resistenza a rottura che sarebbe poi divenuto universalmente noto come "criterio di Mohr-Coulomb".

Mentre questa parte del lavoro di Mohr è certamente nota a tutti i lettori della Rivista Italiana di Geotecnica, probabilmente non molti sono a conoscenza del fatto che, nel citato articolo, Mohr osservasse come in corrispondenza della rottura, e più in generale una volta oltrepassato il "limite elastico" del comportamento, la deformazione sia localizzata. Nelle parole dello stesso Mohr, "... oltre il limite elastico (...) le deformazioni consistono essenzialmente nello scorrimento relativo di porzioni del materiale, di dimensioni finite, lungo due famiglie di bande di scorrimento [fließfiguren]"

A quasi cento anni dal lavoro di Mohr, si deve riconoscere che le domande da questi formulate non hanno ancora trovato risposte del tutto esaurienti, e certo non perché abbiano perso di attualità. Al contrario: lo studio dei fenomeni di localizzazione delle deformazioni continua ad essere di enorme interesse, non solo per l'ingegneria geotecnica, ma per svariati settori dell'ingegneria e della meccanica dei solidi. Per quanto riguarda la geotecnica, la formazione di "bande di taglio" (dall'inglese *shear bands*) viene comunemente osservata sia in sito, sia in prove di laboratorio; il fenomeno interessa tanto le rocce quanto i terreni, siano essi coesivi (argille e limi) o privi di coesione (sabbie).

In effetti, il dibattito scientifico a proposito dei fenomeni di localizzazione delle deformazioni appare tuttora molto aperto, e le conoscenze sull'argomento in corso di evoluzione. Lo studio delle bande di taglio ha condotto inevitabilmente, negli ultimi venti o trenta anni, a riconsiderare criticamente non pochi concetti connessi con il comportamento meccanico dei materiali in prossimità della rottura; tra gli altri, il concetto stesso di "rottura" ed i criteri che sottendono l'interpretazione dei risultati sperimentali. Come si capisce facilmente, tali questioni sono di interesse estremo sia dal punto di vista teorico, sia da quello più propriamente ingegneristico.

Quando si provi a ripercorrere l'evoluzione dello studio dei fenomeni di localizzazione, ci si imbatte, prima o poi, nel termine *bifurcation* (biforcazione). In effetti, la cosiddetta "analisi della biforcazione" (di un generico processo deformativo) rappresenta sicuramente il principale quadro di riferimento concettuale nell'ambito del quale oggi si sviluppa la ricerca, teorica e sperimentale. Ma che cosa significa "biforcazione"? Essenzialmente, ed in termini necessariamente generici, la biforcazione va intesa come una condizione "critica" nella quale il processo di deformazione smette di evolvere in modo simile a quanto fatto in precedenza, ed assume invece un "modo" del tutto differente. Dal punto di vista matematico, ciò vuol dire che in corrispondenza delle condizioni di biforcazione le equazioni che descrivono l'equilibrio possono ammettere anche soluzioni diverse da quella corrispondente ad uno stato omogeneo di deformazione. Analisi della biforcazione vuol dire allora: studio delle condizioni per le quali la biforcazione (di un definito problema al contorno) è possibile. Nell'analisi rientrano, in linea generale, il materiale (le equazioni costitutive che ne descrivono il comportamento meccanico), il processo di carico (di deformazione), le condizioni iniziali e quelle al contorno del volume sollecitato. Evidentemente, il presupposto fondamentale dell'analisi è che sia possibile definire le condizioni di biforcazione sulla base delle relazioni costitutive del materiale prima della biforcazione.

Va messo in evidenza che la localizzazione delle deformazioni in una banda di taglio non rappresenta l'unico, ma soltanto uno dei diversi modi di biforcazione di un processo deformativo. Instabilità superficiali e modi di deformazione non necessariamente localizzata, ma diffusa, sono modi alternativi, tutti analizzabili nell'ambito della stessa metodologia generale.

L'esame della letteratura tecnica più recente rivela un crescente numero di contributi di ricerca sull'argomento. Va tuttavia rilevato che, essendo lo studio della stabilità e della biforcazione complesso dal punto di vista teorico e delicato sia a livello sperimentale sia a livello dell'analisi numerica, tali contributi hanno spesso - sempre più spesso - un carattere estremamente specialistico. Ciò rende nei fatti molto difficile, per il non addetto ai lavori, seguire il progresso delle conoscenze, considerato anche che si tratta di concetti che usualmente non vengono trattati nei corsi di studio universitario e post-universitario.

In queste condizioni, la recente pubblicazione del volume di I. Vardoulakis e J. Sulem *Bifurcation Analysis in Geomechanics*, per i tipi di *Blackie Academic & Professional*, va salutata con particolare piacere: il volume presenta infatti le basi della metodologia generale di analisi della biforcazione in un contesto organico, mostrandone l'applicazione allo studio del comportamento meccanico dei terreni e delle rocce.

Il volume si apre con un breve ed interessante capitolo introduttivo, che chiarisce obiettivi e prospettiva dell'opera (è da tale capitolo che si è tratta la nota storica iniziale, a proposito del lavoro di Mohr). I rimanenti dieci capitoli possono essere grosso modo suddivisi in due sezioni distinte. Nella prima, costituita dai capitoli da 2 a 6, vengono esposti principi generali ed equazioni costitutive. In breve, tutti gli ingredienti necessari per l'impostazione in termini matematici di un qualsiasi problema di meccanica applicata. Più in particolare, i suddetti capitoli pongono le basi per la definizione della metodologia generale di analisi della biforcazione.

Nel capitolo 2 vengono esposti alcuni concetti fondamentali della meccanica del continuo. Questi comprendono: considerazioni di cinematica e di statica, o in altri termini la discussione delle varie possibili definizioni di deformazione e di tensione; principi generali di conservazione (della massa, della quantità di moto, del momento della quantità di moto); superfici di discontinuità e fronti d'onda. In particolare, viene trattata la non linearità geometrica e discussa l'analisi delle deformazioni finite.

Nel capitolo 3 viene presentata la formulazione incrementale della meccanica del continuo, particolarmente utile per lo studio dei problemi di stabilità e biforcazione. Nel capitolo 4 si fornisce una applicazione degli strumenti teorici stabiliti nel capitolo precedente, ossia l'analisi dei fenomeni di instabilità flessionale (*buckling*) in un mezzo elastico stratificato, qui interpretati come un problema di biforcazione.

Il capitolo 5 è dedicato alla meccanica del mezzo bifase, qui trattata come applicazione particolare della teoria delle miscele. Vengono discusse le equazioni di bilancio, il ben noto principio delle tensioni efficaci di Terzaghi, la legge di Darcy e le sue successive modifiche ed estensioni. Di particolare interesse è l'analisi della stabilità di un processo di deformazione in condizioni globalmente non drenate.

Nel capitolo 6 si affronta quindi il tema delle equazioni costitutive. Gli Autori scelgono di studiare i problemi di biforcazione nell'ambito del quadro di riferimento più accreditato per la modellazione del comportamento dei terreni e delle rocce. Questo è correntemente rappresentato dalla teoria dell'elastoplasticità con incrudimento e legge di flusso non associata. La teoria incrementale della plasticità viene presentata a partire dai concetti fondamentali sino agli sviluppi più recenti, con riferimento specifico alla modellazione del comportamento dei materiali attritivi. Il capitolo conclude, in un certo senso, la prima parte dell'opera, ed introduce direttamente alla seconda, nella quale si definisce la metodologia di analisi della biforcazione (capitoli da 7 a 11).

Come è noto, un modello costitutivo esprime in generale la risposta di un dato materiale ad una assegnata variazione delle sollecitazioni (in senso generalizzato: tensioni e/o deformazioni) applicate. Gli Autori sottolineano giustamente come la procedura di determinazione dei parametri del modello vada considerata parte integrante del modello stesso. Tipicamente, i parametri vengono dedotti

per via sperimentale, sottoponendo a prova un campione del materiale lungo percorsi di carico assegnati. L'ipotesi fondamentale che viene fatta per l'interpretazione dei risultati è che lo stato tensionale e deformativo all'interno del campione sottoposto a prova sia, in ogni istante della prova, omogeneo - in altri termini, che il comportamento del provino di laboratorio sia assimilabile a quello di un elemento di volume (*single-element*) del materiale.

In realtà, è esperienza comune che la deformazione di un provino di terra (o di roccia) sottoposto a prova in laboratorio è molto spesso disomogenea - più o meno marcatamente. L'interpretazione classica di tale fenomeno corrisponde ad un approccio che potremmo, con Peric (1990) definire *disomogeneo*: all'incirca sino alla fine degli anni '60, si è sempre assunto, più o meno implicitamente, che le disomogeneità della deformazione fossero imputabili da un lato all'eventuale disomogeneità del materiale e dall'altro alla inevitabile imperfezione delle apparecchiature sperimentali. In altri termini, non si considerava affatto l'ipotesi che fenomeni di localizzazione delle deformazioni possono svilupparsi in un elemento di volume "perfettamente" omogeneo, con condizioni al contorno "perfettamente" imposte.

È proprio quest'ultima ipotesi, viceversa, a rappresentare la chiave interpretativa dei fenomeni di localizzazione nell'ambito dell'analisi di biforcazione. I principi fondamentali della metodologia di analisi non sono poi così recenti: essi possono farsi risalire agli studi sulla stabilità compiuti da Hadamard al principio del secolo (1903). La teoria è stata successivamente estesa ad un ambito inelastico negli anni '60 [THOMAS, 1961; HILL, 1962; MANDEL, 1964], ed a modelli costitutivi maggiormente aderenti al comportamento meccanico dei terreni e delle rocce soltanto nei primi anni '70 [RUDNICKI e RICE, 1975; RICE, 1976].

L'analisi della biforcazione (sia diffusa, sia localizzata) del processo deformativo di un elemento di volume è qui ampiamente discussa nel capitolo 7. L'analisi viene condotta con specifico riferimento a tre diversi *element tests* di interesse in geotecnica: compressione ed estensione triassiale, e compressione in condizioni di deformazione piana. Il primo Autore dell'opera che qui si recensisce può a buon diritto considerarsi tra i maggiori esperti nello studio dei fenomeni di localizzazione delle deformazioni nei terreni attraverso l'analisi della biforcazione, come è peraltro testimoniato dalla sua assai vasta produzione scientifica a riguardo, a partire dalla seconda metà degli anni '70 [e.g. VARDOULAKIS, 1976] sino ai nostri giorni [e.g. VARDOULAKIS, 1996]. È dunque con indubbia cognizione di causa che, nel capitolo 8, l'analisi della biforcazione viene applicata allo studio delle bande di taglio nei mezzi granulari. Il capitolo può considerarsi un eccellente *state-of-the-art* a riguardo, con numerosi spunti di riflessione e suggerimenti di grande interesse per chi svolga ricerca nel settore; la sua lettura sembra particolarmente utile anche per il non addetto ai lavori, in quanto rende conto in modo critico e chiaro delle diverse domande che non hanno ancora trovato nel quadro di riferimento dell'analisi della biforcazione risposte pienamente soddisfacenti.

Nel capitolo introduttivo, gli Autori assai efficacemente sottolineano che alla localizzazione delle deformazioni corrisponde un repentino *cambio di scala* del processo deformativo di un mezzo granulare: sperimentalmente, si osserva che lo spessore della banda di taglio è tipicamente dell'ordine di 10 o 20 volte la dimensione media dei grani. Dal punto di vista dell'analisi, tale circostanza ha conseguenze rilevanti. Concettualmente, se ne potrebbe infatti dedurre che per la corretta descrizione del comportamento macroscopico del materiale in presenza di un fenomeno di biforcazione non è più possibile ignorare i fenomeni che hanno luogo alla scala del singolo grano. Ovvero, in altri termini, che la descrizione classica della meccanica del continuo è in questo caso inadeguata. Ebbene, sta di fatto che l'impiego del metodo degli elementi finiti per la simulazione dei fenomeni di localizzazione è vanificato dall'impossibilità di rappresentarne l'evoluzione in maniera oggettiva (*mesh-independent*, cioè indipendente dalla dimensione e dalla disposizione degli elementi). La radice del problema non è di carattere numerico, ma va bensì ricercata in una *fondamentale* inadeguatezza del modello matematico. Infatti, i modelli *standard* dell'elastoplasticità non contengono alcuna informazione costitutiva circa il summenzionato cambio di scala - una qualche proprietà caratteristica, dimensionalmente pari ad una lunghezza (*internal length scale*). In tali condizioni, lo spessore della banda di taglio non è (non può essere) un risultato del calcolo, ma finisce piuttosto per essere definito dalla dimensione degli elementi, ossia è *mesh-dependent* per definizione. In termini più generali, la dipendenza dalle dimensioni degli elementi si estende ai risultati dell'analisi nel loro complesso, pregiudicandone l'obiettività - requisito primo di qualsiasi soluzione di carattere numerico.

Dal punto di vista matematico, la localizzazione corrisponde alla perdita di ellitticità delle equazioni governanti; nel regime post-ellittico (di post-biforcazione), il generico problema al contorno diviene *malposto* in senso matematico, e la sua (formulazione e) risoluzione non è più perseguibile se non modificando la descrizione costitutiva ovvero, in modo più radicale, la struttura del modello continuo cui si fa riferimento. A tali modifiche ed estensioni (classificabili con il termine generale di "teorie di ordine superiore") sono dedicati i capitoli 9 e 10 dell'opera, nei quali vengono discussi rispettivamente il cosiddetto *continuo di Cosserat*, o modello continuo *multipolare* (peraltro già introdotto nel precedente capitolo 4) ed una teoria della plasticità del secondo ordine (*second grade plasticity*). Nel primo caso, il modello classico di continuo viene esteso introducendo nella formulazione una *lunghezza interna*, o *caratteristica* - legata alla dimensione media dei grani. Nel secondo, la modifica si realizza introducendo gradienti della deformazione di ordine superiore al primo nelle relazioni costitutive (incrementali) del materiale. In entrambi i casi, si consegue l'importante risultato di *regolarizzare* il problema al contorno in istudio, ossia di renderlo matematicamente ben posto anche nel regime post-biforcazione.

Nel capitolo finale (11), la metodologia generale di ana-

lisi viene applicata allo studio della stabilità della deformazione di un mezzo granulare saturo in condizioni globalmente non drenate. Lo studio teorico si avvale di recenti risultati ottenuti per via sperimentale, e consente di far luce su alcuni aspetti alquanto controversi del cosiddetto fenomeno della *liquefazione* delle sabbie, di indubbia rilevanza pratica.

In un giudizio di insieme, va detto che l'opera è certamente originale per concezione e realizzazione. Il suo intento è dichiaratamente assai ambizioso: nelle parole degli Autori, si intende fornire una descrizione *rigorosa* e al tempo stesso *realistica* dei fenomeni di rottura nei terreni e nelle rocce. A scanso di equivoci, va chiarito che non si tratta di un libro facile. Non pretende di esserlo, non lo è. E tuttavia, la chiarezza espositiva fa di questo volume una eccellente occasione, per quanti siano disposti ad uno studio paziente, di accostarsi con il necessario rigore ad uno dei capitoli fondamentali della meccanica dei solidi del nostro secolo.

Il compito del lettore è senza dubbio facilitato dal fatto che quasi tutti i capitoli sono *self-contained*, ossia possono essere letti in modo indipendente, e sono inoltre accompagnati da una ricca lista di riferimenti bibliografici. Infine, il carattere dell'esposizione risulterà familiare a chi abbia avuto occasione di ascoltare direttamente gli Autori, o perlomeno di leggerne la vasta produzione scientifica: una miscela assai peculiare di rigore analitico e preciso senso fisico dei fenomeni in istudio; con l'aggiunta di una notevole capacità di collocare ciascun contributo nella sua giusta prospettiva storica; il che è indizio di sicura competenza e di lunga riflessione.

Giacchino Viggiani

Bibliografia

- HADAMARD, J. (1903) - *Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique*. Librairie Scientifique, A. Hermann, Paris, France.
- HILL, R. (1962) - *Acceleration waves in solids*. J. Mech. and Phys. Solids, 10, pp. 1-16.
- MANDEL, J. (1964) - *Conditions de stabilité et postulat de Drucker*. In: *Rheology and Soil Mechanics* (eds. J. Kravtchenko & P.M. Sirieys), pp. 58-67, Springer-Verlag, Berlin (1966).
- MOHR, O. (1900) - *Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials?* Zeitschr. Vereines deutsch. Ingenieure, 44, pp. 1-12.
- PERIC, D. (1990) - *Localized deformation and failure analysis of pressure sensitive granular materials*. Ph.D. Thesis, University of Colorado, Boulder, CO.
- RICE, J.R. (1976) - *The localization of plastic deformation*. In: *Theoretical and Applied Mechanics* (ed. W.T. Koiter), pp. 207-220, North-Holland, Amsterdam.
- RUDNICKI, J.W. and RICE, J.R. (1975) - *Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive materials*. J. Mech. Phys. Solids, 23, pp. 371-394.

- THOMAS, T.Y. (1961) - *Plastic flow and fracture in solids*. Academic Press, New York.
- VARDOLAKIS, I. (1976) - *Equilibrium theory of shear bands in plastic bodies*. Mech. Res. Comm., 3, pp. 209-214.
- VARDOLAKIS, I. (1996) - *Deformation of water-saturated sand: I. Uniform undrained deformation and shear banding. II. Effect of pore water flow and shear banding*. Géotechnique, 46, pp. 441-456; pp. 457-472.

Geosintetici. Repertorio italiano (1996)

D. CAZZUFFI (ED), *Repertorio Italiano dei Geosintetici*, BE-MA Editrice, 1996, 81 pp., 14 figg., L. 25.000.

In questo agile volumetto, dopo una breve presentazione dei geosintetici per l'Ingegneria Geotecnica, il professionista troverà una ragionata catalogazione dei prodotti, identificati da sigle, offerti da produttori e distributori italiani con le corrispondenti caratteristiche. Nell'introduzione illustrata da figure esplicative, i vari tipi di geosintetici e precisamente i geotessili (GT), le geogriglie (GG), le georeti (GN), le geostuoie (GA), i geosintetici per drenaggio (GCD), le geocelle (GL), i geocomposti bentonitici (GCL), le geomembrane sintetiche (GMS), le geomembrane bituminose (GMB), sono presentati in modo semplice e chiaro con la terminologia raccomandata in campo europeo.

Segue una dettagliata elencazione dei produttori e/o distributori in grado di fornire il geosintetico di ciascun tipo menzionato. Infine, in una terza sezione del volume, per ogni produttore e/o distributore sono indicati le principali proprietà intrinseche di ogni prodotto, che è identificato con la sigla originale del produttore. Le proprietà assunte come caratteristiche sono quelle che condizionano comunemente la progettazione e precisamente: la strut-

tura, il tipo di polimero, la massa areica, lo spessore a 2,20 e 200 kpa, la resistenza a trazione, la deformazione al carico massimo, la larghezza e la lunghezza del rotolo.

La relazione fra le aziende ed i prodotti è rappresentata con chiarezza da una matrice a righe e colonne.

Nel *Repertorio* sono anche citate le principali norme redatte da CEN, ISO e UNI, alle quali si può fare riferimento per valutare la rispondenza del prodotto ai requisiti, almeno in campo europeo. Purtroppo tali norme sono ancora poche in rapporto all'intenso lavoro in corso per redigere testi di comune intesa con i partners europei; infatti le norme disponibili si riferiscono solo all'identificazione in sito, alla determinazione dello spessore, della massa areica, della resistenza a trazione.

A fronte del testo italiano è riportata un'accurata versione inglese. Il volume è illustrato da eleganti pagine di un'intelligente pubblicità; ottima la veste grafica.

Nel *Repertorio* i progettisti troveranno sulle aziende e sui prodotti, in forma chiara e sintetica, le informazioni essenziali relativamente alle offerte del variegato mercato dei geosintetici, che costituiscono ormai un'insostituibile soluzione nella ricerca progettuale geotecnica rivolta a migliorare sotto vari aspetti il rapporto, spesso assai difficile, delle opere con il terreno.

Dopo lo sforzo iniziale sarà agevole, con il concorso delle aziende interessate, aggiornare periodicamente la pubblicazione per tener conto della rapidissima evoluzione dei prodotti e per correggere lievi errori di stampa e l'uso di qualche termine improprio nelle pagine di pubblicità.

Il coordinamento scientifico del *Repertorio Italiano dei Geosintetici*, la cui pubblicazione è stata promossa da SAIE-Bologna Fiere, è stato curato dall'ing. Daniele Cazzuffi, massimo esperto italiano del settore.

Ruggiero Jappelli