Eurocodice 7: la misura della sicurezza

Daniele Costanzo* - Renato Lancellotta*

Sommario

La memoria presenta un esame delle problematiche riguardanti la misura della sicurezza. Viene mostrato come nell'ambito dei modelli di livello 2 si possa pervenire ad una definizione dei fattori di sicurezza parziali associati ad una prefissata probabilità di rottura, tenendo conto delle incertezze riguardanti le azioni e le resistenze.

Si discute quindi la collocazione degli Eurocodici e si evidenziano in particolare le difficoltà riguardanti la definizione dei valori caratteristici in campo geotecnico.

Premesse

Il dimensionamento di una struttura, e, conseguentemente, i costi che la sua realizzazione comporta e i rischi connessi con tale realizzazione dipendono dalla *misura della sicurezza*. È pertanto un aspetto assai delicato per il progettista quello riguardante la connessione tra *scelte di progetto* e *misura della sicurezza*, considerato che un approccio organico richiede l'esame (a) degli *aspetti di comportamento* di una struttura, (b) delle diverse *cause di incertezza* e (c) del *carattere aleatorio delle grandezze* in gioco.

(a) Nella letteratura riguardante la sicurezza strutturale, come pure negli *Eurocodici*, gli aspetti di comportamento vengono sinteticamente indicati come *stati limite*, intendendosi con tale dizione *una condizione, raggiunta la quale, la struttura o una sua parte non svolge più le funzioni per le quali è stata realizzata*.
In base a tale definizione, il raggiungimento di uno stato limite non dev'essere inteso solo come raggiungimento di uno stato di collasso, ma può essere più semplicemente anche una perdita di funzionalità del sistema.
Si parla quindi di *stato limite ultimo*, quando si esamina esplicitamente la condizione estrema di collasso; mentre la definizione di *stato limite di esercizio* è utilizzata per individuare quelle situazioni (ad esempio deformazioni eccessive, cedimenti differenziali, rotazioni rigide ecc.) che mettono in crisi la funzionalità della struttura.

(b) Le *fonti di incertezza* sono molteplici e di diversa natura. Non sono sempre facilmente individuabili e diverso è anche il modo in cui esse vengono descritte o accorpate tra loro in letteratura.
Da un punto di vista puramente operativo si può affermare che le principali fonti di incertezza riguardano (1) le *caratteristiche dei materiali*, (2) le *azioni applicate*, (3) le *dimensioni geometriche*, (4) le *differenze tra valori effettivi e valori di calcolo delle sollecitazioni* (incertezza di modello).

(c) La natura prettamente *aleatoria* delle grandezze in gioco richiederebbe a stretto rigore una analisi probabilistica del *margine di sicurezza*, con difficoltà di tipo analitico tali da rendere poco praticabile la misura della sicurezza nelle applicazioni correnti. Si è così costretti a distinguere vari livelli operativi, la cui comprensione richiede alcuni richiami.

(c_1) Una *grandezza aleatoria* è una grandezza dotata di *variabilità*. Essa viene solitamente indicata con una lettera maiuscola, ad esempio X, mentre il generico valore che essa può assumere è indicato con il corrispondente carattere minuscolo, x. In generale essa può essere una variabile discreta o una variabile continua. Le quantità di interesse ingegneristico, massa, lunghezza, tempo ecc., sono grandezze continue, e si farà pertanto riferimento nel seguito ad una *variabile continua*.
Il comportamento di una variabile aleatoria è descritto mediante una *legge di probabilità*, e, tra le varie possibilità di caratterizzare tale legge, il più semplice è quello di introdurre una funzione $f_X(x)$, definita *funzione di densità di probabilità* o *distribuzione di probabilità*.
A tale scopo, se si suppone di suddividere l'asse x (figura 1-a) in un numero di intervalli dx, è possibile definire la funzione $f_X(x)$ tale che la *probabilità* che la variabile X sia compresa nell'intervallo $(x,x+dx)$ è data da $f_X(x)dx$.
In base a tale definizione, la probabilità che la variabile aleatoria assuma un valore compreso in un intervallo finito sarà data dall'integrale esteso agli estremi dell'intervallo, ossia:

$$P\{x_1 \le X \le x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x)dx \qquad (1)$$

* Dipartimento di Ingegneria Strutturale – Politecnico di Torino.

ed è rappresentata dall'area tratteggiata in figura 1-a.
È importante osservare che il valore di $f_X(x)$ in un punto costituisce solo una misura di *densità di probabilità*, e non rappresenta di per sè alcuna probabilità (la probabilità è nulla se l'intervallo dx diventa nullo).
La funzione di densità di probabilità è pertanto caratterizzata nel modo seguente:

$$f_X(x) \geq 0 \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx = 1 \tag{2}$$

Un modo equivalente di descrivere la legge di probabilità di una variabile aleatoria è quello di far riferimento alla *funzione di distribuzione cumulativa* $F_X(x)$ (figura 1-b).
Ogni valore di tale funzione indica la probabilità che la variabile aleatoria assuma un valore minore o uguale dell'argomento specificato, ossia:

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} \tag{3}$$

Se si osserva che il secondo membro dell'equazione (3) può essere scritto come $P\{-\infty \leq X \leq x\}$, utilizzando la (2) si ha anche:

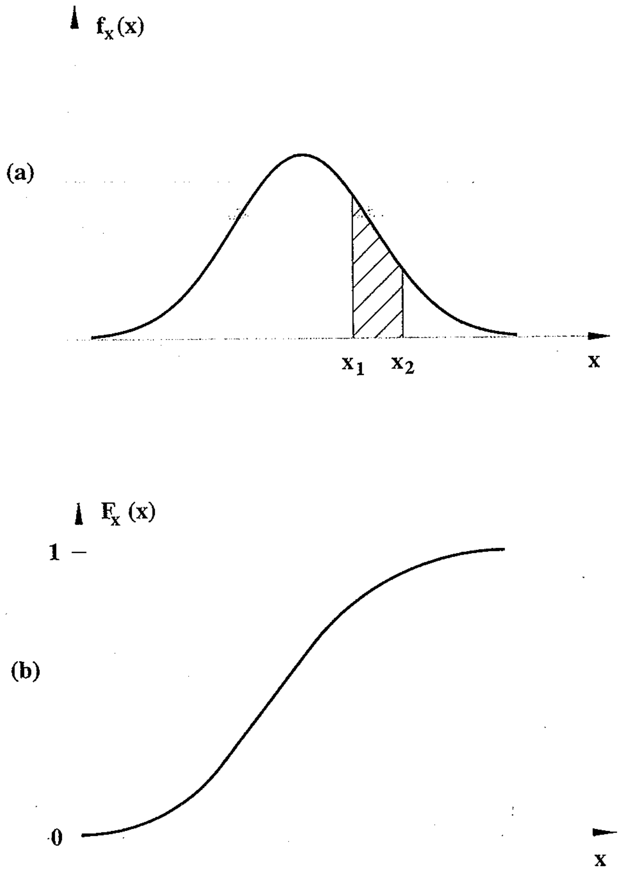

Fig. 1 - (a) Densità di probabilità, (b) Distribuzione cumulativa.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(u)du \tag{4}$$

nella quale u è una variabile di comodo, introdotta per evitare confusione con l'estremo di integrazione.
Dalla definizione data discende che la funzione di distribuzione cumulativa è una funzione monotona e non decrescente, così caratterizzata:

$$\begin{gathered} 0 \leq F_X(x) \leq 1 \\ P\{x_1 \leq X \leq x_2\} = F_X(x_2) - F_X(x_1) \\ \frac{dF_X(x)}{dx} = f_X(x) \\ F_X(-\infty) = 0 \\ F_X(+\infty) = 1 \end{gathered} \tag{5}$$

Si richiamano ancora brevemente le definizioni di momento del primo ordine o *valor medio* di una variabile aleatoria:

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x)dx \tag{6}$$

e di momento del secondo ordine o *varianza*:

$$Var[X] = \sigma_X^2 = E\left[(X - \mu_X)^2\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x)dx \tag{7}$$

La *deviazione standard* σ_X è pari alla radice quadrata della varianza, e si definisce *coefficiente di variazione* $V_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$ il rapporto tra la deviazione standard e il valor medio.
Nel caso di due variabili X, Y, si definiscono inoltre come *covarianza* l'espressione:

$$Cov[X,Y] = E\left[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\right] \tag{8}$$

e come *coefficiente di correlazione* il rapporto:

$$\rho = \frac{Cov[X,Y]}{\sigma_X \sigma_Y} \tag{9}$$

È ancora utile ricordare che, considerati due eventi tra loro indipendenti, la probabilità che se ne verifichi almeno uno è data dalla somma delle probabilità dei singoli eventi.
Per gli stessi eventi, la probabilità che essi si verifichino contemporaneamente è data dal prodotto delle singole probabilità.

(c$_2$) Ritornando ora al problema della sicurezza, va osservato che, convenzionalmente, nell'ingegneria civile la misura della sicurezza viene espressa facendo riferimento ad un *fattore di sicurezza*, nel seguito indicato come FS, dato dal rapporto tra

la *resistenza* R e la *sollecitazione* S (i due termini resistenza e sollecitazione vanno intesi con un'accezione alquanto ampia, e potrebbero essere sostituiti da termini più generali quali *capacità* e *domanda*).
I valori di R e S utilizzati per calcolare tale fattore di sicurezza sono valori puramente *nominali*, calibrati sulla base dell'esperienza. Essi sono distinti nel seguito dal segno tilde, ossia $\widetilde{R},\widetilde{S}$, e non necessariamente coincidono con il valor medio (anzi di solito rappresentano valori piuttosto estremi). Per questo motivo, quando ci si riferisce ai *valori medi*, indicati come $E[R]$, $E[S]$, il fattore di sicurezza viene definito *fattore di sicurezza centrale*, ossia:

$$CFS = \frac{E[R]}{E[S]} \tag{10}$$

In base a quanto premesso, sia la resistenza del sistema sia la sollecitazione sono delle variabili aleatorie, e risulterà tale anche il fattore di sicurezza prima definito. Ne segue che, se le distribuzioni di R ed S presentano zone di sovrapposizione, come mostrato in figura 2, anche in presenza di un accettabile valore di FS o di CFS può sussistere evidentemente una certa probabilità di rottura, espressa dalla relazione:

$$p_f = P\{R - S \le 0\} \tag{11}$$

Utilizzando le definizioni (1) e (3), tale relazione corrisponde all'evento combinato espresso dalla probabilità $P\{s \le S \le s + ds\}$ e dalla probabilità $P\{R \le s\}$, ossia:

$$p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) F_R(s) ds \tag{12}$$

Un modo conveniente di valutare tale probabilità di rottura è quello di far riferimento al *margine di sicurezza MS*, definito come:

$$MS = R - S \tag{13}$$

Esso stesso sarà ovviamente una variabile aleatoria, caratterizzata da momenti del primo e secondo ordine stimabili applicando le considerazioni che seguono (si veda BENJAMIN e CORNELL, 1970).
Se Y è una variabile *dipendente*, funzione cioè di più variabili aleatorie $X_1, X_2, \ldots\ldots X_n$, secondo la legge:

$$Y = \varphi(X_1, X_2, \ldots. X_n) \tag{14}$$

sviluppando in serie di Taylor e limitando l'espansione ai termini del secondo ordine, si ottengono le seguenti espressioni relative al *valor medio* e alla *varianza* della variabile dipendente:

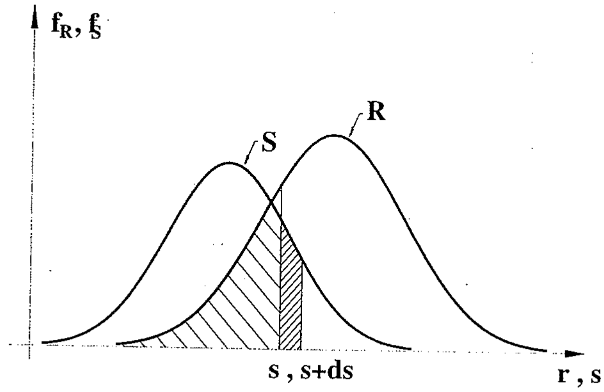

Fig. 2 - Probabilità di rottura.

$$E[Y] \cong \varphi\left(E[X_1], E[X_2], \ldots. E[X_n]\right) + \\ + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i \partial X_j} Cov[X_i, X_j] \tag{15}$$

$$Var[Y] \cong \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\frac{\partial\varphi}{\partial X_j} Cov[X_i, X_j] \tag{16}$$

con la precisazione che le derivate sono valutate nel punto corrispondente al valor medio, e che nella (15) si può solitamente trascurare il contributo del secondo termine se i coefficienti di variazione delle variabili indipendenti non sono elevati e se non è elevata la non linearità della funzione. Se in particolare le variabili indipendenti non sono tra loro correlate, la (16) diventa:

$$Var[Y] \cong \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)^2 Var[X_i] \tag{17}$$

Seguendo un'impostazione data da CORNELL [1969], l'influenza delle incertezze sul margine di sicurezza (o sul fattore di sicurezza) può essere analizzata facendo uso dei momenti del secondo ordine sopra definiti, prescindendo dalle legge di distribuzione delle probabilità.
La probabilità di rottura è infatti definita dall'evento:

$$p_f = P\{R - S \le 0\} \tag{18}$$

che può porsi nella forma:

$$p_f = P\left\{\frac{MS - \mu_{MS}}{\sigma_{MS}} \le \frac{-\mu_{MS}}{\sigma_{MS}}\right\} \tag{19}$$

Introducendo la variabile standardizzata $U = \frac{MS - \mu_{MS}}{\sigma_{MS}}$, caratterizzata da una media nulla e da una deviazione standard unitaria, e definito come *indice di affidabilità* il rapporto:

$$\beta = \frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}} \qquad (20)$$

la probabilità di rottura risulterà data da:

$$p_f = P\{U \leq -\beta\} = F_U(-\beta) \qquad (21)$$

nella quale F_U è una generica funzione di distribuzione cumulativa.
Ora, indipendentemente dalla scelta di tale funzione, appare evidente come la probabilità di rottura sia tanto minore quanto maggiore risulta il valore dell'indice di affidabilità o, in base alla (20), quanto minore è il coefficiente di variazione del margine di sicurezza.
Analoghe considerazioni si applicano alla definizione del fattore di sicurezza, e l'Appendice A illustra la relazione esistente tra il fattore di sicurezza centrale e l'indice di affidabilità.
Nel caso in cui, per pura convenienza analitica, si faccia riferimento ad una distribuzione normale, definita dalla legge:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(x-E[x])^2}{2\sigma^2}\right]} \qquad (22)$$

la probabilità associata all'area tratteggiata in figura 3 è data da:

$$\psi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx \qquad (23)$$

nella quale $u = \left|\frac{x - E[x]}{\sigma}\right|$ è la variabile standardizzata (sempre positiva), e la *probabilità di rottura* sarà data dall'espressione:

$$p_f = \frac{1}{2} - \psi(\beta) \qquad (24)$$

A conclusione di queste premesse, la tabella I riporta la relazione tra la probabilità di rottura e

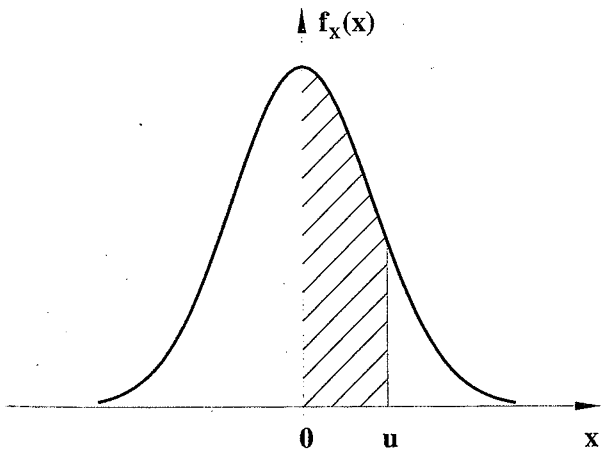

Fig. 3. - Distribuzione normale standardizzata.

Tab. I - Relazione tra indice di affidabilità e probabilità di rottura.

β	1.3	2.3	3.1	3.7	4.2	4.7	5.2
p_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}

l'indice di affidabilità per una distribuzione normale, mettendo in risalto il fatto che ad una variazione lineare dell'indice di affidabilità corrisponde, se si accetta una leggera approssimazione, una variazione di ordini di grandezza della probabilità di rottura.

Gli Eurocodici

Da tutto quanto discusso emerge che la misura della sicurezza richiederebbe, a stretto rigore, la conoscenza della distribuzione delle azioni applicate al sistema, del suo comportamento strutturale in modo da poter pervenire alla definizione delle sollecitazioni, della distribuzione delle resistenze dei materiali impiegati e delle grandezze geometriche. Una impostazione di questo tipo, che porta quindi a definire la probabilità di rottura nei termini espressi dalla equazione (12) per un problema monodimensionale (tale equazione è indicata come formula di *convoluzione*), è in letteratura nota come *metodo di livello 3* (si veda per ulteriori precisazioni il testo di LEPORATI, [1979]).

Poichè tale impostazione è poco praticabile nell'ambito della progettazione corrente, è prassi far riferimento a procedimenti semplificati.

Nel metodo indicato da CORNELL [1969], noto come *metodo di livello 2*, le variabili aleatorie sono caratterizzate solo tramite i momenti del primo e del secondo ordine, e si prescinde dalla loro legge di distribuzione. Richiamando l'equazione (19), tale metodo esprime la misura della sicurezza nella forma:

$$\mu_{MS} - \beta\sigma_{MS} \geq 0 \qquad (25)$$

ossia tramite l'imposizione che il valore medio del margine di sicurezza sia superiore a zero di un certo numero di σ_{MS}. E questo numero è espresso dall'indice di affidabilità, fissato a priori da normative.

Gli *Eurocodici* si collocano ad un altro livello ancora di approssimazione, che viene definito *semi-probabilistico*, o *metodo di livello 1*, e che rientra tra i metodi dei valori estremi.

Il modo di procedere può essere così riassunto:
(1) si ipotizza che la resistenza e la sollecitazione siano tra loro indipendenti;
(2) si fissa un valore estremo, definito *valore caratteristico*, della resistenza e della sollecitazione, sulla base di una prefissata probabilità;

(3) si tiene conto delle altre fonti di incertezza trasformando i valori caratteristici in *valori di progetto*, tramite l'applicazione di *coefficienti di sicurezza parziali*, dipendenti dallo *stato limite* considerato;
(4) si considera positiva la misura della sicurezza se le sollecitazioni di progetto non superano le resistenze di progetto.

(a) Il *valore caratteristico* di un'azione, evidenziato nelle normative dal pedice k (ad esempio per il peso proprio, per le azioni variabili e per le azioni accidentali si usano nell'ordine i simboli G_k, Q_k, A_k), corrisponde ad un valore rappresentativo per il quale sussiste una prefissata probabilità di non essere superato in un intervallo di tempo di riferimento, commisurato alla vita della struttura o alla durata di una specificata situazione di progetto.
Naturalmente non è sempre agevole disporre di dati statistici tali da costruire una legge di probabilità di una determinata azione, sicchè si adottano in pratica come valori caratteristici i valori nominali specificati dai vari regolamenti.

(b) Il *valore caratteristico* di un determinato parametro caratterizzante il comportamento meccanico dei materiali (ad esempio la resistenza a compressione del calcestruzzo o la resistenza non drenata del terreno) corrisponde ad un valore, al disotto del quale ci si può attendere che si collochi non più del 5% dei risultati ottenibili da una serie (teoricamente) illimitata di prove.
Nel caso del calcestruzzo, assumendo come valida una distribuzione normale e indicando con f_c la variabile resistenza a compressione, si ha, in base a tale definizione:

$$f_{ck} = E[f_c] - 1.64\sigma[f_c] \quad (26)$$

Per quanto concerne la *resistenza al taglio dei terreni* l'individuazione di un valore caratteristico assume particolare complessità.
È di per sé evidente come le metodologie statistiche, il cui impiego è ammesso in linea di principio, non possano in questo caso fornire in modo univoco una risposta al quesito. L' *Eurocodice 7* si preoccupa infatti di precisare che la scelta dev'essere basata sui risultati di prove in sito e di laboratorio, ma devono essere tenuti in conto una molteplicità di fattori, responsabili delle differenze esistenti tra il valore ricavato con i suddetti mezzi di indagine e quello che compete all'*ammasso nel suo insieme*. Il *valore caratteristico* diventa così una *stima cautelativa* del valore che *operativamente* determina in sito l'occorrenza di un determinato stato limite. In più va tenuto presente che laddove non siano esplicitamente messe in conto, la scelta del valore caratteristico deve tener conto dell'*incertezza di modello* e dell'incertezza relativa ai *dati geometrici*.
Il problema viene pertanto ricondotto alla scelta di un *valore operativo*, dedotto da precedenti esperienze e adattato al caso specifico sulla base del *giudizio*.

(c) I *valori di progetto* delle azioni (individuati dal *pedice d*, per cui per il peso proprio, per le azioni variabili e per le azioni accidentali si usano i simboli G_d, Q_d, A_d) si ottengono moltiplicando i valori caratteristici per un coefficiente γ, dipendente dallo stato limite considerato e dal tipo di verifica.
Analogamente i valori delle resistenze di progetto si ottengono dividendo i valori caratteristici per un coefficiente γ_m .
Teoricamente i valori dei suddetti coefficienti di sicurezza parziali possono dedursi da un'analisi di livello 2, che tenga esplicitamente conto di un prefissato valore della probabilità di collasso (si veda ad esempio l'Appendice B). I coefficienti così ottenuti risultano una funzione continua dei coefficienti di variazione dei parametri in gioco, e, a parità di probabilità di collasso, essi andrebbero pertanto fissati di volta in volta. L'esigenza di avere in sede normativa valori costanti comporta evidentemente delle approssimazioni, accettabili solo sulla scorta di opportune tarature.
Nel caso specifico dell'*Eurocodice 7*, i valori dei coefficienti di sicurezza parziali da adoperarsi in un'analisi di stato limite ultimo sono indicati nella Tabella II.
Si noti in particolare che il progetto di una struttura interagente con il terreno richiede l'esame di tre aspetti, indicati nell'*Eurocodice 7* come *Caso A*, *Caso B* e *Caso C*. Il primo di essi riguarda la stabilità globale dell'opera; il secondo l'eventualità che il collasso si verifichi per raggiungimento

Tab. II - Fattori di sicurezza parziali prescritti dall'Eurocodice 7.

Caso	Azioni – Permanente (favorevole)	Azioni – Permanente (sfavorevole)	Azioni – Variabile (sfavorevole)	Parametri di resistenza – $tan\phi$	Parametri di resistenza – c'	Parametri di resistenza – s_u
A	1.00	0.95	1.50			
B	1.35	1.00	1.50	1.10	1.30	1.20
C	1.00	1.00	1.30	1.00	1.00	1.00
				1.25	1.60	1.40

della resistenza dell'elemento strutturale; il terzo la rottura del terreno.

Nei problemi ricorrenti, l'ingegnere che si occupa dell'intero progetto dell'opera si trova ad esaminare tutti i suddetti casi e scopre così che i coefficienti da applicare alle azioni nei casi *B* e *C* in particolare sono diversi tra loro, e diversi sono i fattori di sicurezza parziali da applicare ai parametri di resistenza del terreno.

Ad esempio, pur volendo per il momento conservare la distinzione introdotta (talora discutibile) che il caso B riguardi il progetto strutturale e quindi la risposta al quesito *how strong*, e il caso C il progetto geotecnico e quindi la risposta al quesito *how large*, nel calcolo di una struttura di sostegno il progettista dovrebbe procedere nel modo seguente:

Caso B: calcolo delle spinte esercitate dal terreno utilizzando i *valori caratteristici* dei parametri di resistenza al taglio del terreno; calcolo delle sollecitazioni applicando *ai valori delle spinte* così ottenute i coefficienti delle azioni sfavorevoli (1.35 per le azioni permanenti; 1.50 per quelle variabili);

Caso C: determinazione dei *valori di calcolo* dei parametri di resistenza al taglio del terreno, applicando ai valori caratteristici i coefficienti relativi ai materiali; calcolo delle spinte con tali valori e analisi di stabilità dell'opera soggetta alle azioni di calcolo ottenute applicando un coefficiente pari ad 1.00 ai carichi permanenti e pari a 1.30 ai carichi variabili.

Siamo in presenza evidentemente di un modo non ottimale ma pragmatico di risolvere una dicotomia che scaturisce essenzialmente dal diverso modo di trattare le azioni permanenti (gli strutturisti applicano un coefficiente pari a 1.35; i geotecnici un coefficiente pari all'unità), sul quale rimane molto da lavorare in futuro.

Ringraziamenti

Gli Autori ringraziano il geom. R. Maniscalco per l'aiuto fornito nella redazione delle figure.

Bibliografia

BENJAMIN J.R., CORNELL C.A. (1970) - *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*. McGraw Hill.

CORNELL C.A. (1969) - *A probability-based structural code*. ACI Journal, December, pp. 974 - 985.

LEPORATI E. (1979) - *The assessment of structural safety*. Research Studies Press, Forest Grove, Oregon.

Appendice A

Relazione esistente tra il coefficiente di sicurezza centrale e l'indice di affidabilità.

Dalla definizione:

$$\beta=\frac{1}{V_{MS}}=\frac{E[R-S]}{\sqrt{Var[R-S]}}=\frac{\mu_R-\mu_S}{\sqrt{(V_R\mu_R)^2+(V_S\mu_S)^2}}$$

dividendo per μ_S ed elevando al quadrato, si ottiene:

$$CFS=\frac{1+\beta\sqrt{V_R^2+V_S^2-\beta^2V_R^2V_S^2}}{1-\beta^2V_R^2} \tag{27}$$

Appendice B

Relazione esistente tra i fattori di sicurezza parziali e l'indice di affidabilità.

Si supponga che il margine di sicurezza sia una funzione di più variabili:

$$MS=f(X_1,X_2,\dots\dots X_n)$$

Se si introducono le espressioni:

$$a_i=\frac{\partial f}{\partial X_i} \qquad b_i=\frac{a_i\sigma_{X_i}}{\sigma_{MS}}$$

si ottiene:

$$\mu_{MS}=\sum a_iX_i$$
$$\sigma_{MS}=-\sum a_ib_i\sigma_{X_i}$$

per cui la relazione (20) assume la forma generale:

$$\sum_1^n a_i\left(\mu_{X_i}+\beta b_i\sigma_{X_i}\right)=0 \tag{28}$$

Nel caso si abbiano solo due variabili *R* e *S*, risultando $a_R=1$ e $a_S=-1$, la (28) si semplifica nella seguente:

$$\mu_R(1+\beta b_RV_R)-\mu_S(1+\beta b_SV_S)=0 \tag{29}$$

che dimostra che i coefficienti parziali da applicare ai valori medi hanno l'espressione:

$$\begin{aligned}\gamma_R&=1+\beta b_RV_R\\ \gamma_S&=1+\beta b_SV_S\end{aligned} \tag{30}$$

sottolineando la loro dipendenza da una prefissata accettabile probabilità di collasso e dai parametri che caratterizzano la distribuzione di *R* e *S*.