

Il ruolo delle indagini nella valutazione delle condizioni di sicurezza delle opere esistenti

Stefano Aversa*, Giacomo Russo**

Sommario

Nell'articolo è stata valutata l'influenza dell'affidabilità del modello geotecnico di sottosuolo sulle valutazioni della sicurezza di un'opera geotecnica. A tale scopo è stata condotta un'analisi probabilistica delle condizioni di sicurezza di una fondazione diretta in condizioni di stato limite ultimo al variare del livello di affidabilità del modello geotecnico di sottosuolo. Tale variazione è stata realizzata ipotizzando un approfondimento delle conoscenze relative al sottosuolo conseguente all'esecuzione di indagini geotecniche integrative. Dai risultati si evidenzia che, a parità di dimensioni della fondazione e di carichi agenti, la probabilità di rottura diminuisce aumentando l'affidabilità del modello di sottosuolo. È stata verificata l'indipendenza di tale risultato dalla scelta dei dati di resistenza al taglio non drenata del sottosuolo considerato. Uno studio parametrico ha consentito poi di evidenziare l'influenza della geometria della fondazione e dell'entità dei carichi sulla sicurezza della fondazione diretta.

Parole chiave: monumenti, edifici storici, indagini geotecniche, analisi statistica, carico limite, studio parametrico.

1. Introduzione

La necessità di intervenire sul patrimonio edilizio esistente può dipendere da motivi molteplici, legati allo stato di degrado della struttura, a danni dovuti a cause naturali (terremoti, alluvioni, ecc.) o a cause antropiche (scavi, emungimenti, ecc.), a necessità di adeguamento sismico, a cambi di destinazione d'uso, con conseguente variazione dei carichi agenti sulla struttura e in fondazione. In ciascuno di questi casi si rende necessaria la verifica agli stati limite ultimo (condizioni di sicurezza) e di esercizio della struttura nella situazione modificata.

Con particolare riferimento al patrimonio edilizio storico-monumentale, al fine di garantire il più possibile l'integrità storico-materiale del monumento, che coinvolge anche le fondazioni e il sottosuolo [JAPPELLI, 1991; JAPPELLI, 1997], si deve procedere con interventi di restauro o di consolidamento il più possibile limitati, e mirati a risolvere gli specifici problemi che si sono manifestati [AVERSA *et al.*, 2004]. Ciò richiede un'adeguata progettazione basata su approfondite indagini geotecniche, strutturali, storiche. Le conoscenze acquisite mediante tali indagini consentono di guidare il progettista all'individuazione di tecniche di intervento compatibili con la consistenza "materica" del monumento, possibilmente reversibili e finalizzate ad assicurare adeguate condizioni di sicurezza per la struttura [CALABRESI e D'AGOSTINO, 1997].

Nel presente articolo, pur non disconoscendo l'importanza delle indagini storiche e strutturali [AVERSA *et al.*, 2004], ci si concentra esclusivamente sulle indagini sul sottosuolo. Dal punto di vista geotecnico, la limitazione degli interventi sull'esistente può essere sostenuta solo a fronte di una conoscenza molto approfondita dei terreni che interagiscono con l'opera, mirata ad una più affidabile definizione del modello geotecnico di sottosuolo.

L'incremento delle conoscenze può essere perseguito sia incrementando la qualità delle indagini, sia aumentando il numero delle stesse e dei dati disponibili. Il primo aspetto, di fondamentale rilevanza, non viene trattato in questa sede. Il secondo, invece, può essere affrontato con un approccio di tipo probabilistico che tenga conto dell'influenza della variabilità intrinseca delle proprietà fisiche e meccaniche del terreno. Stante la natura aleatoria delle grandezze in gioco, tale variabilità influenza la valutazione probabilistica del margine di sicurezza e del comportamento in esercizio delle opere che interagiscono con il terreno. Con riferimento agli edifici lo studio probabilistico potrebbe riguardare la valutazione del margine di sicurezza e del cedimento delle fondazioni, siano esse superficiali o profonde.

Nel presente articolo si valuta l'influenza della affidabilità del modello geotecnico di sottosuolo sulle valutazioni della sicurezza di un'opera geotecnica. Questo aspetto consente di stabilire la validità della strategia di intervento mirata alla limitazione degli interventi sull'esistente, basata sull'approfondimento delle conoscenze delle caratteristiche del terreno di fondazione piuttosto che sulla modifica dei caratteri morfologici e strutturali dell'opera e

* Università degli Studi di Napoli "Parthenope"

** Università degli Studi di Cassino

delle caratteristiche fisico - meccaniche del terreno di fondazione.

A tal fine, a partire da un sottosuolo per il quale esiste un'ampia caratterizzazione fisico - meccanica, è stata condotta un'analisi probabilistica delle condizioni di sicurezza di una fondazione diretta in condizioni di stato limite ultimo (rottura non drenata), al variare del grado di affidabilità del modello geotecnico di sottosuolo. La variazione del grado di affidabilità è stata realizzata ipotizzando un approfondimento delle conoscenze sul sottosuolo dovuto ad indagini integrative, circostanza che si verifica nella realtà quando diviene necessario intervenire sull'esistente. Uno studio parametrico ha consentito poi di evidenziare l'influenza della geometria della fondazione e dell'entità dei carichi sulla sicurezza della fondazione stessa.

2. Analisi di affidabilità

Nella progettazione di un sistema complesso, il corretto proporzionamento dei singoli elementi conferisce caratteristiche di resistenza (dette capacità) all'intero sistema, una volta individuati i carichi applicati (domanda). Una verifica di sicurezza è perciò basata sul confronto della capacità del sistema con la domanda sul sistema.

In un approccio tradizionale, basato sui coefficienti di sicurezza globali, si confrontano i valori rappresentativi della capacità R del sistema e della domanda S (detti valori nominali) per stabilire che il loro rapporto sia non inferiore ad una soglia opportunamente fissata. Qualora invece si tenga conto della natura casuale delle variabili S ed R , il confronto viene espresso in termini di probabilità di rottura del sistema stesso.

Questa è rappresentata dall'area della zona di sovrapposizione delle funzioni densità di probabilità $f_S(s)$ e $f_R(r)$ delle variabili casuali R e S (Fig. 1). L'estensione di tale area dipende dalla posizione relativa delle due curve, dalla dispersione delle curve e dalla forma delle curve stesse. A parità di altri parametri, all'aumentare della distanza relativa delle due curve diminuisce l'area di sovrapposizione, con la conseguente diminuzione della probabilità di rottura del sistema; all'aumentare della dispersione delle due curve, aumenta a parità di posizione relativa delle curve la probabilità di rottura del sistema. La forma delle curve è infine rappresentata proprio dalla funzione densità di probabilità.

L'approccio probabilistico si basa dunque sulla stima del rischio di rottura del sistema, tenendo conto dei fattori che determinano l'estensione dell'area di sovrapposizione delle due curve. Il progetto è ritenuto accettabile qualora la probabilità di

rottura del sistema sia inferiore ad una soglia stabilita.

La misura del rischio connesso al raggiungimento di uno stato limite per il sistema può essere valutato in termini di probabilità di rottura p_f attraverso la relazione:

$$p_f = P(R \leq S) = \int_0^\infty \left[\int_0^s f_R(r) dr \right] f_S(s) ds = \int_0^\infty F_R(s) f_S(s) ds \quad (2.1)$$

con $F_R(s)$ funzione di distribuzione cumulata della variabile R valutata all'ascissa generica s , che rappresenta la probabilità di rottura che si verifica quando il carico S assume il valore $S = s$. Poiché in generale sia la funzione densità di probabilità della variabile S sia la funzione di distribuzione cumulativa della variabile R non sono note a priori, l'integrazione della funzione precedentemente menzionata non è di agevole risoluzione pratica.

Introducendo una terza variabile, Z , definita come:

$$Z = R - S \quad (2.2)$$

la probabilità di rottura può essere pertanto valutata come:

$$p_f = P(Z < 0) \quad (2.3)$$

Qualora S e R siano esprimibili per mezzo di variabili normali e statisticamente indipendenti, Z sarebbe ancora una variabile normale, caratterizzata da valore medio $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$ e deviazione standard

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} .$$

Introducendo la funzione di distribuzione cumulata della variabile normale standardizzata $\Phi(x)$, la condizione espressa dalla (2.3) diviene:

$$P_f = \Phi \left[\frac{0 - (\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] = 1 - \Phi \left[\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] \quad (2.4)$$

L'equazione (2.4) può essere riscritta come:

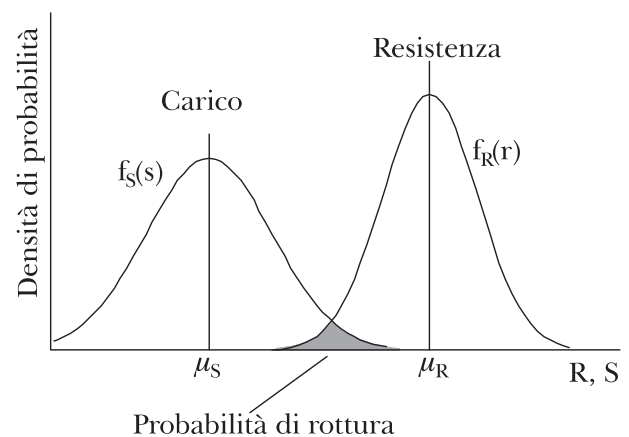


Fig. 1 – Definizione della probabilità di rottura.
Fig. 1 – Probability of failure.

$$\mu_R = \mu_S + \Phi^{-1}(1-p_f) \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (2.5)$$

dove $\Phi^{-1}(1-p_f)$ è il valore della variabile normale standardizzata in corrispondenza della probabilità $(1-p_f)$:

$$\Phi^{-1}(1-p_f) = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.6)$$

Definendo l'indice di affidabilità β come:

$$\beta = \Phi^{-1}(1-p_f) \quad (2.7)$$

la relazione precedente si trasforma in:

$$\mu_R = \mu_S + \beta \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (2.8)$$

Quanto maggiore è l'indice di affidabilità β , tanto minore è la probabilità di rottura p_f e perciò il rischio si riduce. In termini di indice di affidabilità la probabilità di rottura p_f può essere espressa come:

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (2.9)$$

3. Probabilità di rottura di una fondazione superficiale

3.1. Posizione del problema

La valutazione della probabilità di rottura di una fondazione superficiale in condizioni non drenate si ottiene confrontando la capacità del sistema, rappresentata dal carico limite del complesso fondazione-terreno, con la risultante dei carichi agenti in fondazione. In condizioni non drenate, il carico limite dipende prevalentemente dal valore della resistenza al taglio non drenata del terreno di fondazione, e pertanto la scelta di tale parametro meccanico determina completamente la capacità del sistema considerato. D'altra parte, assumendo deterministicamente assegnato il carico agente in fondazione, la probabilità di rottura del complesso fondazione-terreno è legata dal punto di vista probabilistico alla sola variazione di tale parametro di resistenza.

A partire da un modello di sottosuolo reale, per il quale esiste un'ampia caratterizzazione fisico meccanica, mediante la selezione di quattro insiemi di dati di resistenza al taglio non drenata di numerosità crescente è stato simulato l'approfondimento delle conoscenze relative al sottosuolo: ogni campione infatti rappresenta un'indagine geotecnica di differente ampiezza. Assunto un modello semplice

di fondazione nastriforme, si è valutata la probabilità di rottura in corrispondenza di diversi livelli di ampiezza della caratterizzazione geotecnica del sottosuolo. Al variare dell'ampiezza dell'insieme di dati è stato, inoltre, determinato l'incremento di dimensione di una fondazione necessario a garantire la conservazione dello stesso margine di sicurezza originario a seguito di un incremento di sollecitazioni sulla fondazione. Questa circostanza può corrispondere per esempio ad una variazione della destinazione d'uso di un'opera esistente.

Una verifica della generalità dei risultati ottenuti nello studio è stata infine ricercata analizzando l'influenza della variabilità delle caratteristiche di resistenza sulla valutazione della probabilità di rottura della fondazione.

3.2. Modello di sottosuolo

Il sottosuolo di riferimento adottato nello studio è quello della Piazza dei Miracoli, nella città di Pisa, per l'ampia disponibilità di dati relativi alle caratteristiche stratigrafiche e alle proprietà geotecniche [AA.VV., 1971; VIGGIANI e PEPE, 2005]. In figura 2 oltre alla stratigrafia del sottosuolo è riportato l'andamento della resistenza al taglio non drenata in funzione della profondità di prelievo dei campioni; in particolare sono stati considerati i valori di resistenza al taglio non drenata dedotti dai soli risultati di prove di compressione triassiale non drenate su provini indisturbati riconsolidati alle tensioni geostatiche [CALABRESI *et al.*, 1993; CALABRESI *et al.*, 1996].

Nel calcolo si è ipotizzato un sottosuolo omogeneo, costituito dai terreni appartenenti alla formazione delle Argille superiori, detta *Pancone*, e individuata dagli orizzonti B1 - B3. Tale formazione, caratterizzata da uno spessore pari a circa 10 m, è stata oggetto di numerose fasi di indagine. I dati disponibili relativi alla resistenza al taglio non drenata sono $N = 48$ ed indicano valori compresi fra 25 kPa e 70 kPa.

Per simulare la circostanza che il problema di verifica preso in esame venga svolto disponendo di una caratterizzazione geotecnica del sottosuolo con diversi livelli di ampiezza, sono stati selezionati quattro diversi insiemi di dati di resistenza non drenata, caratterizzati da numerosità crescente. In tal modo si fa riferimento a quattro campagne di indagine successive, in ognuna delle quali ai dati esistenti si aggiungono nuovi dati, ottenendo pertanto un maggior dettaglio del parametro misurato. Ciascun insieme di dati di numerosità crescente contiene i dati dell'insieme precedente. Le numerosità N degli insiemi selezionate sono pari a 6, 11, 20, e ciò corrisponde a frequenze di campionamento dello strato omogeneo crescenti (pari a circa 1 cam-

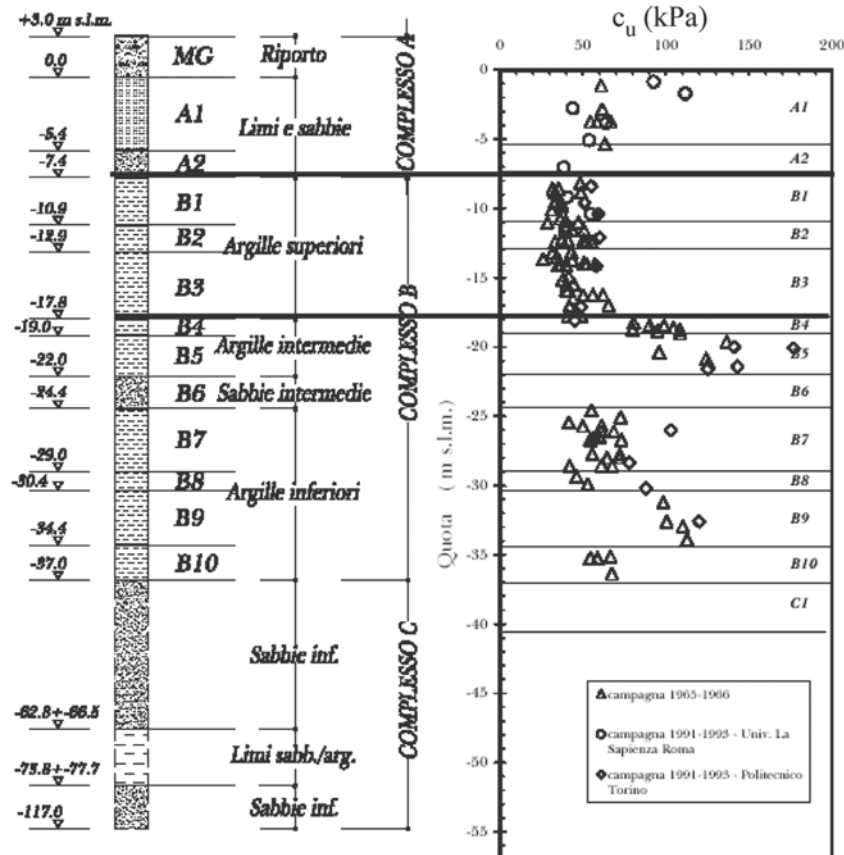


Fig. 2 – Sottosuolo della Piazza dei Miracoli e profilo della resistenza al taglio non drenata [da VIGGIANI e PEPE, 2005].
 Fig. 2 – Subsoil profile and undrained shear strength characteristics of Piazza dei Miracoli [after VIGGIANI and PEPE, 2005].

pione ogni 2 m, 1 campione ogni 1 m, 1 campione ogni 0.5 m). Ai tre insiemi così selezionati è stato infine affiancato l'insieme costituito dai N = 48 dati disponibili.

In figura 3 sono rappresentati i valori di resistenza al taglio non drenata in funzione della profondità per ciascun campione.

Attesa la dimensione dei campioni considerati, e verificata mediante un test statistico l'ipotesi di normalità della distribuzione della variabile considerata, il valore medio della resistenza a taglio non drenata c_u ricade entro l'intervallo di confidenza (cfr. Appendice 1):

$$\langle \mu_{c_u} \rangle_{1-\alpha} = \left[\bar{c}_u - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{N}} ; \bar{c}_u + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{N}} \right] \quad (3.1)$$

ove $\bullet \mu_{c_u} \textcircled{R} 1-\alpha$ è la stima del valor medio della popolazione statistica della resistenza al taglio non drenata con un livello di confidenza pari a $(1 - \alpha)$, \bar{c}_u è la media campionaria della resistenza al taglio non drenata, s la deviazione standard campionaria della resistenza al taglio non drenata, $t_{\alpha/2, n-1}$ è il valore della distribuzione t di Student con $(n - 1)$ gradi di libertà valutata per una probabilità di $\alpha/2$ ed infine N rappresenta la numerosità del campione. Il valo-

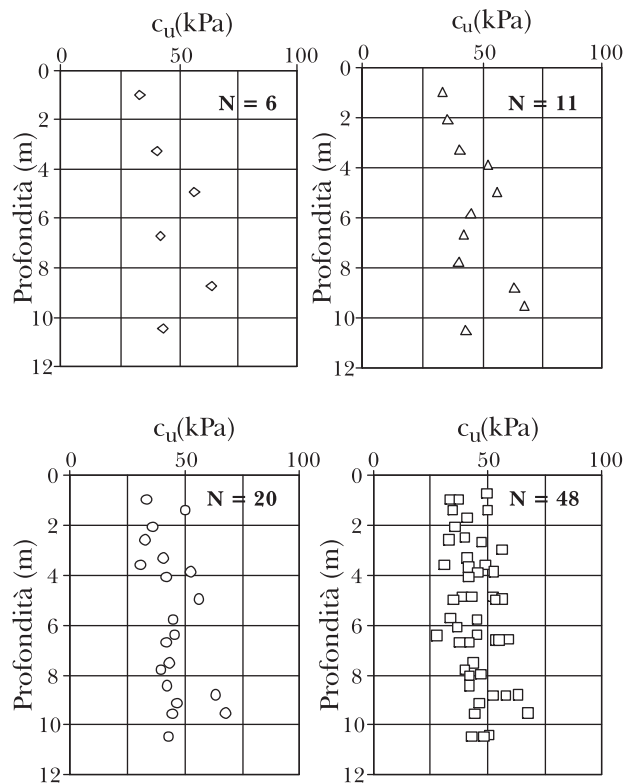


Fig. 3 – Insiemi di dati di resistenza al taglio non drenata.
 Fig. 3 – Data sets of undrained shear strength.

re medio della resistenza al taglio non drenata, che caratterizza dal punto di vista meccanico il terreno di fondazione, è stato assunto coincidente non con la media campionaria, ma con l'estremo inferiore dell'intervallo di confidenza definito dalla (3.1), ed è stato pertanto valutato secondo l'espressione:

$$\mu_{cu} = \bar{c}_u - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{N}} \quad (3.2)$$

In tal modo si opera a vantaggio di sicurezza, coerentemente al metodo normalmente adottato nell'analisi di affidabilità. In tabella I sono riportati i valori di μ_{cu} determinati per i quattro insiemi di dati utilizzati per $\alpha = 0.05$, che corrisponde ad un livello di confidenza della stima del 95%. Si nota che il valore medio della resistenza a taglio non drenata aumenta al crescere della numerosità dell'insieme, così come era lecito attendersi.

3.3. Probabilità di rottura

Con riferimento ad una fondazione superficiale nastriforme di larghezza B sottoposta ad un carico risultante Q verticale e centrato (Fig. 4), il carico limite (capacità del sistema) è stato valutato secondo l'espressione:

$$q_{lim} = N_c \cdot \mu_{cu} = 5.14 \cdot \mu_{cu} \quad (3.3)$$

Tab. I – Intervallo di confidenza degli insiemi di dati di numerosità crescente.

Tab. I – Confidence interval of increasing numerosity data sets.

N	\bar{c}_u (kPa)	$t_{\alpha/2, n-1}$	μ_{cu} (kPa)	s (kPa)
6	46.5	2.57	34.73	11.17
11	47.2	2.23	39.68	11.26
20	44.9	2.09	40.41	9.51
48	45.0	2.01	42.50	8.70

Dalla relazione (3.3) si deduce che il carico limite q_{lim} è una variabile casuale, caratterizzata da valor medio proporzionale al valore medio μ_{cu} della resistenza al taglio non drenata e deviazione standard proporzionale alla deviazione standard della variabile q_{lim} mediante l'espressione:

$$\sigma_{q_{lim}}^2 = 5.14^2 \cdot \sigma_{cu}^2 \approx 5.14^2 \cdot s^2 \quad (3.4)$$

avendo confuso il valore della deviazione standard della popolazione con lo scarto quadratico medio dell'insieme di dati.

Il valore medio del carico limite q_{lim} varia al variare dell'estremo inferiore dell'intervallo di confidenza. Il carico di esercizio q_{es} , che rappresenta la

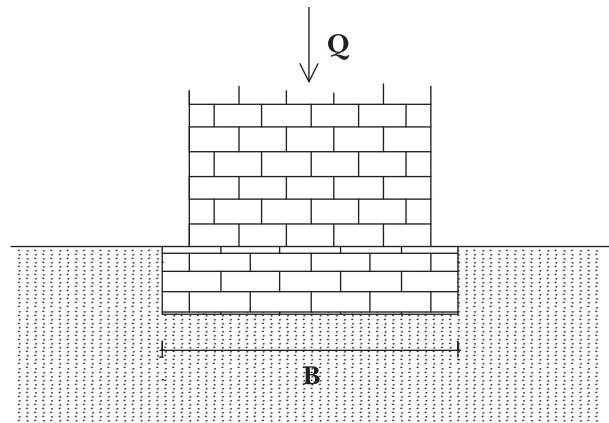


Fig. 4 – Modello di fondazione superficiale.
Fig. 4 – Shallow foundation model.

domanda sul sistema, è stato considerato deterministicamente assegnato. In tale ipotesi, la valutazione della probabilità di rottura p_f può essere condotta senza dover integrare l'espressione (2.1).

Con riferimento alla funzione Z, definita come $Z = q_{lim} - q_{es}$, la probabilità di rottura della fondazione superficiale è stata valutata mediante la seguente espressione:

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (3.5)$$

con β indice di affidabilità definito come:

$$\beta = \frac{q_{lim} - q_{es}}{\sqrt{\sigma_{q_{lim}}^2}} \quad (3.6)$$

essendo q_{lim} il valor medio del carico limite e q_{es} il carico di esercizio assunto costante.

I valori della probabilità di rottura della fondazione di base unitaria sollecitata da un carico risultante pari a $Q = 80$ kN/m sono riportati nel grafico in figura 5 in funzione della numerosità del campione. Si vede che la probabilità di rottura della fon-

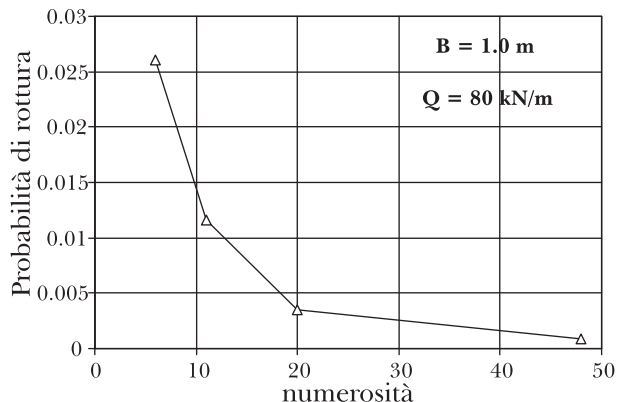


Fig. 5 – Probabilità di rottura in funzione della numerosità dell'insieme dei dati.

Fig. 5 – Probability of failure vs. numerosity of data sets.



dazione si riduce al crescere della numerosità del campione.

Il risultato era atteso in quanto, aumentando il numero di dati che caratterizzano il sottosuolo, si riduce lo scarto quadratico medio dei valori massimizzando così l'indice di affidabilità; come conseguenza si ha la riduzione della probabilità di rottura della fondazione. La percentuale di riduzione è molto elevata in corrispondenza di insiemi di dati di piccola numerosità, mentre si riduce drasticamente passando ad insiemi di numerosità maggiore di 20.

3.4. Influenza della variabilità della resistenza a taglio non drenata sulla probabilità di rottura

3.4.1. IMPOSTAZIONE DELL'ANALISI

Per evidenziare la generalità del risultato ottenuto, si è verificato che gli andamenti della probabilità di rottura al crescere della numerosità dell'insieme di dati fossero confermati anche facendo riferimento a differenti insiemi di dati di resistenza al taglio non drenata del sottosuolo considerato. In altri termini, si è simulata la condizione di disporre di un numero n di campagne di indagine indipendenti, effettuate sul medesimo sottosuolo e caratterizzate dalle stesse profondità di prelievo dei campioni.

Per effettuare la simulazione descritta, è stato necessario analizzare la variabilità dei dati di resistenza al taglio non drenata disponibili al fine di individuare i caratteri statistici del deposito considerato. Sulla base di tali caratteri statistici, mediante una simulazione numerica di tipo Monte Carlo sono stati determinati n campioni di dati statisticamente equivalenti al campione di partenza.

Per ciascun campione è stato infine valutato l'andamento della probabilità di rottura della fondazione superficiale in funzione della numerosità del campione, così come fatto per i dati originari. In tale maniera è stato possibile verificare se l'andamento della probabilità di rottura in funzione della numerosità del campione fosse influenzato – e in quale misura – dalla scelta del campione stesso.

3.4.2. VARIABILITÀ DELLE PROPRIETÀ GEOTECNICHE DEI TERRENI

L'utilizzo di metodi di analisi statistica e probabilistica consente di quantificare la variabilità dei terreni e di analizzarne l'influenza sull'affidabilità delle opere geotecniche.

Come è generalmente riconosciuto [VANMARKE, 1977; PHOON e KULHAWY, 1999a; PHOON e KULHAWY, 1999b; BOURDEAU e AMUNDARAY, 2005], la variabilità

delle proprietà fisico - meccaniche di un terreno è legata a tre aspetti principali:

- alla variabilità intrinseca (*inherent variability*) dei terreni, dipendente a sua volta dalla variazione spaziale delle caratteristiche mineralogiche, dalle condizioni di deposizione, dalla storia tensionale e dalle variazioni di stato fisico del deposito;
- al numero limitato di dati sperimentali;
- alla limitatezza delle tecniche di misura, legata agli errori di misura, alle imperfezioni delle tecniche sperimentali, al disturbo indotto dal campionamento.

Un insieme di dati di un parametro fisico-meccanico del terreno costituisce pertanto una delle possibili realizzazioni della variabile considerata, ed è caratterizzato da un valore medio e da una varianza che si avvicinano ai valori propri della popolazione statistica della variabile al crescere della numerosità dell'insieme di dati stesso.

In generale la variabilità delle proprietà geotecniche di un terreno presenta una dipendenza dalle coordinate del punto in cui la proprietà viene valutata. In tal caso la variabilità è detta spaziale (*spatial variability*), e uno degli approcci possibili per l'analisi statistica si basa sull'ipotesi che la variabile sia composta da due parti, una prima che rappresenta la tendenza della proprietà in funzione della coordinata (o del vettore di coordinate) z , di tipo deterministico, e una seconda che rappresenta lo scarto dalla tendenza stessa, che è una variabile di tipo casuale. Questo modello semplificato è sintetizzato dall'espressione:

$$x(z) = t(z) + u(z) \quad (3.4.1)$$

in cui, alla coordinata z di riferimento, la proprietà $x(z)$ è data dalla somma del valore della tendenza $t(z)$ e del valore $u(z)$ dello scarto dalla tendenza, detto anche residuo.

L'importanza di questa decomposizione risiede nel fatto che l'identificazione e la "rimozione" della tendenza (*trend removal*) dai dati disponibili consente di trattare la parte casuale della variabile con metodi statistici consolidati nella pratica. Tale rimozione non si basa su un metodo univocamente riconosciuto, ma la validità di un metodo rispetto all'altro è oggetto di ampi dibattiti [BAECHER e CHRISTIAN, 2003]. Una delle tecniche ampiamente sperimentate e validate dal punto di vista applicativo è basata sulla regressione con il metodo dei minimi quadrati [JAKSA *et al.*, 1997; PHOON *et al.*, 2003]. La rimozione della tendenza $t(z)$ dai dati consente di isolare i residui che costituiscono la parte $u(z)$ della proprietà considerata di tipo casuale. I residui sono per definizione caratterizzati da valore medio nullo [HALDAR e MAHADEVAN, 2000; UZIELLI, 2004].

3.4.3. ANALISI DEI DATI

I dati considerati nello studio, relativi alla formazione delle Argille Superiori del sottosuolo di Pisa, mostrano valori di resistenza al taglio non drenata che crescono al crescere della profondità di prelievo del campione (Fig. 6). La variabilità dei dati è di tipo spaziale, ossia i valori di c_u dipendono dalla profondità di prelievo z del campione.

La regressione dei dati di c_u rispetto alla profondità con il metodo dei minimi quadrati è stata effettuata su un polinomio del primo ordine (regressione lineare). La dispersione dei valori della resistenza al taglio non drenata nell'ambito della profondità considerata comporta infatti modesti valori del coefficiente di regressione r^2 anche in corrispondenza di polinomi di ordine crescente.

La parte deterministica della resistenza al taglio non drenata ha dunque la forma:

$$t(z) = a + bz \quad (3.4.2)$$

con $a = 30.95$ kPa e $b = 1.08$ kN/m³; il coefficiente di correlazione risulta ridotto, e pari a $r^2 = 0.123$ (Fig. 6a).

In figura 6b è rappresentato l'andamento dei residui in funzione della profondità. La distribu-

zione dei residui è caratterizzata da un valor medio nullo e deviazione standard pari a 7.81 kPa. Come accennato precedentemente, tale fatto conferma la validità della scelta della forma della tendenza da rimuovere dai dati originari.

3.4.4. SIMULAZIONE NUMERICA

Mediante una simulazione numerica di tipo Monte Carlo sono stati generati 50 insiemi di dati della resistenza non drenata del terreno del sottosuolo considerato. Gli insiemi sono formati ciascuno da quattro campioni di numerosità crescente, così come era strutturato l'insieme dei dati di partenza. I dati che formano ciascun insieme appartengono anche al successivo insieme di numerosità maggiore, in maniera tale da simulare la circostanza di un incremento di indagini disponibili per il sottosuolo considerato, analogamente a quanto descritto al paragrafo 3.2.

La generazione numerica della resistenza non drenata di ciascun campione è stata condotta in corrispondenza di profondità fissate. Tali profondità coincidono con quelle selezionate per l'insieme originario. Per ciascun dato dell'insieme, è stata valutata la parte deterministica della variabile alla quale è stato sommato algebricamente il valore del residuo corrispondente, generato casualmente mediante la simulazione numerica.

Gli insiemi così determinati sono tutti caratterizzati dalla stessa tendenza in funzione della profondità e da uno scarto dalla tendenza che ha valore medio nullo e deviazione standard pari a quella calcolata per i dati di partenza.

3.4.5. RISULTATI

Gli insiemi di dati ottenuti dalla simulazione numerica hanno consentito di valutare l'influenza della scelta del campione sulla probabilità di rottura non drenata della fondazione superficiale. In tabella II sono riportati i valori medi e le deviazioni standard della probabilità di rottura valutati per i 50 insiemi di dati derivanti dalla simulazione numerica. Si può notare che il valor medio della probabilità di rottura si riduce al crescere della numerosità del campione, e come tale valore risulti sempre meno disperso intorno al valor medio.

Tab. II – Probabilità di rottura in funzione della numerosità dell'insieme di dati.

Tab. II – Probability of failure vs. numerosity of data sets.

	N = 6	N = 11	N = 20	N = 48
Media	0.070	0.028	0.010	0.004
Dev. standard	0.083	0.035	0.012	0.004

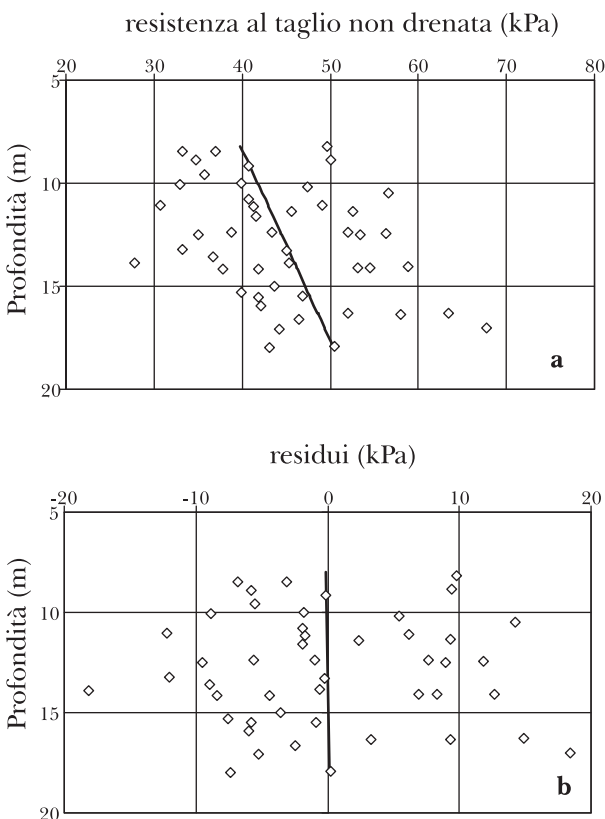


Fig. 6 – Regressione lineare sui dati di resistenza al taglio non drenata: a) tendenza, b) residui.

Fig. 6 – Linear regression on undrained shear strength: a) trend, b) residuals.

I grafici riportati nella figura 7 si riferiscono al valore della probabilità di rottura della fondazione valutato per ciascun insieme di dati, una volta fissata la numerosità dell'insieme considerato.

La probabilità di rottura della fondazione si riduce al crescere della numerosità dell'insieme considerato. Tale tendenza è sempre confermata per insiemi con numerosità maggiore o uguale a $N = 11$. Considerando i 50 diversi insiemi di dati determinati numericamente, si vede invece che per insiemi di numerosità limitata ($N = 6$) la stima della probabilità di rottura della fondazione ha un andamento erratico. Ciò significa che si può verificare la circostanza che un insieme di dati fornisca una minore probabilità di rottura della fondazione per N piccolo rispetto alla probabilità di rottura valutata con N maggiore. Tale circostanza è da considerarsi poco significativa in quanto è legata alla robustezza degli stimatori per insiemi di dati di piccola dimensione.

L'analisi effettuata evidenzia che gli andamenti osservati per l'insieme di dati originario sono validi indipendentemente dalla scelta dei dati rappresentativi del sottosuolo in oggetto. La stima della probabilità di rottura è risultata tuttavia influenzata da una dimensione dell'insieme inferiore a $N = 10$.

4. Studio parametrico

È stato infine condotto uno studio parametrico per valutare l'effetto della dimensione geometrica della fondazione e dell'entità del carico applicato sulla probabilità di rottura della fondazione. Con riferimento ancora ad un fenomeno di rottura del complesso fondazione-terreno di tipo non drenato, e allo stesso insieme di dati della resistenza al taglio non drenata (suddiviso in insiemi di dati di numerosità crescente), la probabilità di rottura è stata valutata con riferimento ad una fondazione nastriforme di larghezza B pari a 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8 m, e per valori della risultante Q dei carichi agenti (verticali e centrati) pari a 80, 90 e 100 kN/m (Fig. 8).

In figura 8 sono riportate le curve rappresentative della probabilità di rottura della fondazione di base B variabile, al crescere della numerosità dell'insieme di dati. Per ciascun valore della base B considerato e per ogni valore del carico applicato, la probabilità di rottura della fondazione si riduce al crescere della numerosità dell'insieme; tale risultato è coerente con quanto già visto al paragrafo 3.3. Ciò implica che, indipendentemente dalla dimensione della fondazione e dall'entità dei carichi agenti, un approfondimento delle conoscenze relative alle caratteristiche del sottosuolo mediante un maggior numero di indagini consente di ridurre la probabilità di rottura del sistema fondazione - terreno, ovvero la probabilità che i valori del carico limite della

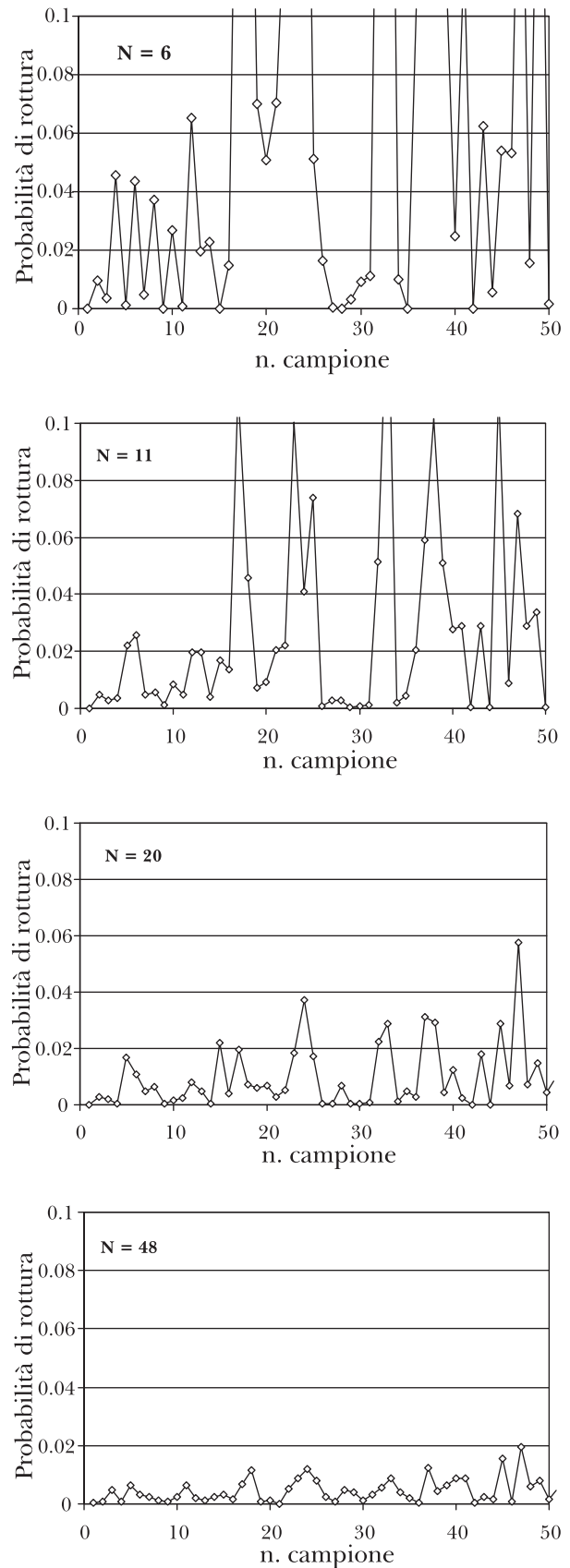


Fig. 7 – Probabilità di rottura valutata per i diversi insiemi di dati con numerosità N crescente.

Fig. 7 – Probability of failure evaluated for different data sets of increasing numerosity.

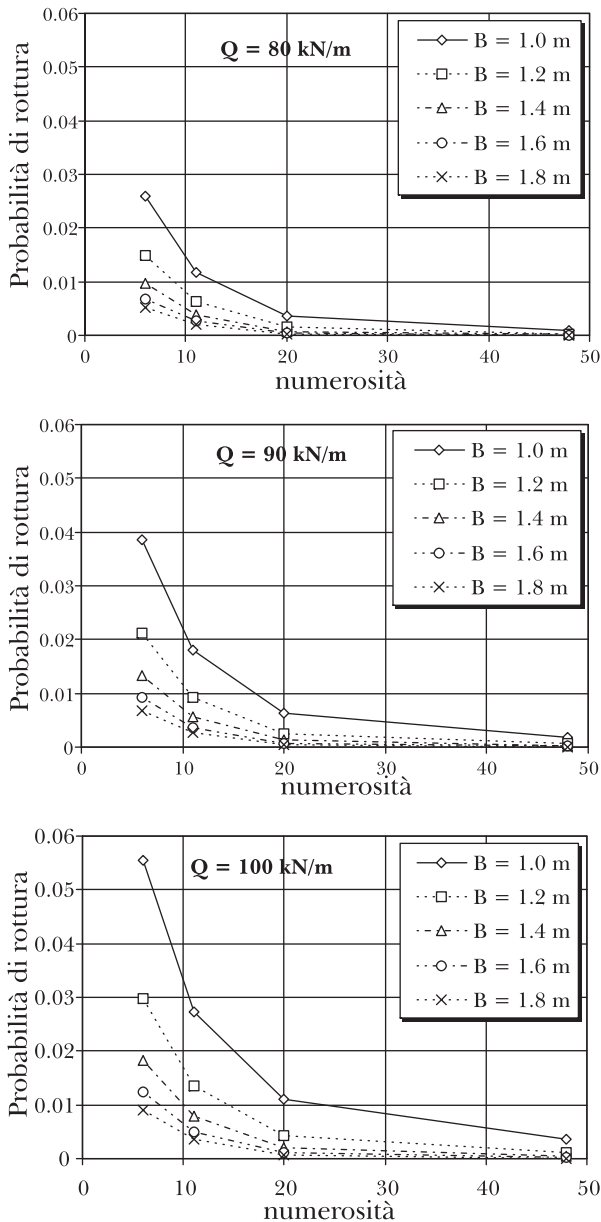


Fig. 8 – Risultati dello studio parametrico.
Fig. 8 – Parametric study results.

fondazione siano inferiori al carico di esercizio della fondazione. La riduzione è legata alla minore indeterminazione nella stima delle caratteristiche di resistenza del sottosuolo considerato.

Indipendentemente dalla dimensione della fondazione, al crescere del carico agente la probabilità di rottura aumenta; l'aumento è percentualmente significativo per valori della base ridotti e per ridotti valori della numerosità del campione. Per evidenziare tale risultato, in figura 9 sono rappresentati gli andamenti della probabilità di rottura in funzione del carico agente per $B = 1.0 \text{ m}$; ciascuna curva è determinata in corrispondenza di un valore della numerosità dell'insieme di dati.

Con riferimento ad una fissata numerosità dell'insieme di dati del sottosuolo, la probabilità di

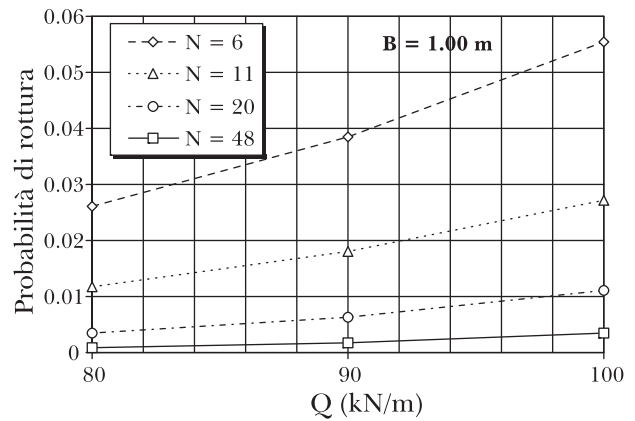


Fig. 9 – Influenza dei carichi agenti.
Fig. 9 – Dependency on acting loads

rottura della fondazione si riduce al crescere della dimensione B della fondazione. In figura 10 le curve rappresentative della probabilità di rottura sono valutate per i diversi valori della base B . La riduzione è più sensibile per valori della numerosità ridotti.

I risultati precedentemente illustrati conducono alla considerazione che, a parità di carico applicato, quanto più è grande la dimensione della fondazione, minore è il numero di indagini necessario a garantire che il valore della probabilità di rottura si mantenga entro un limite fissato. Allo scopo di illustrare quest'ultima considerazione, nella figura 11 è rappresentato l'andamento della probabilità di rottura della fondazione di base variabile, in corrispondenza di un carico agente pari a 90 kN/m .

In figura 12 è invece riportata la larghezza necessaria a garantire una probabilità di rottura $p_f = 0.001$ al variare del numero di dati disponibili. Si nota che al crescere del numero delle informazioni è lecito assumere dimensioni delle fondazioni più ridotte.

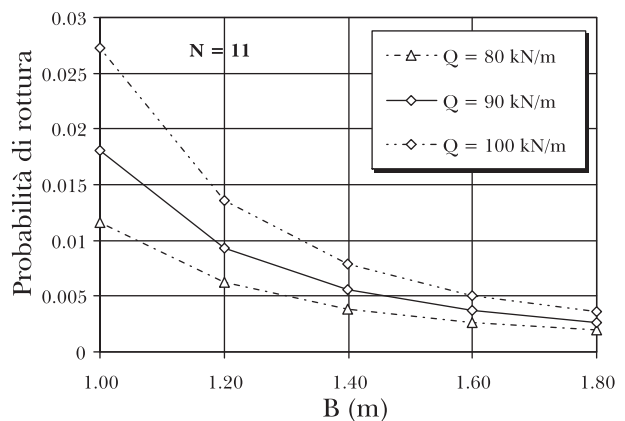


Fig. 10 – Influenza della dimensione della fondazione.
Fig. 10 – Dependency on foundation dimension.

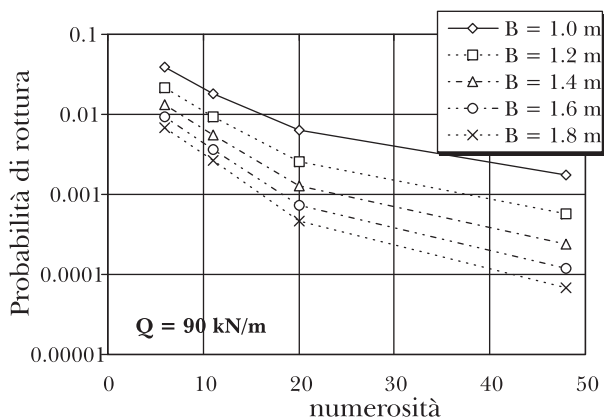


Fig. 11 – Influenza della numerosità dell'insieme dei dati.
Fig. 11 – Dependency on data set numerosity.

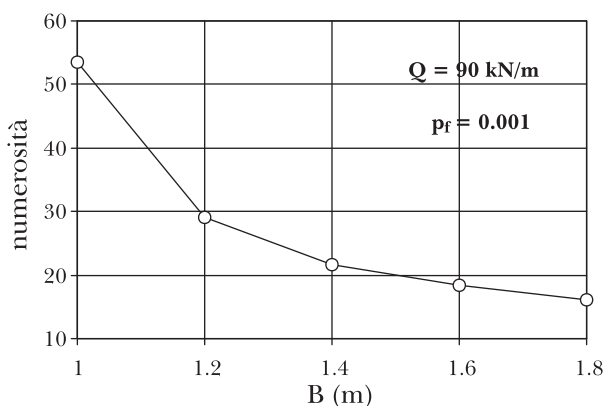


Fig. 12 – Relazione fra geometria della fondazione e numero di indagini ad un fissato valore di p_f .
Fig. 12 – Relation between foundation dimension and numerosity of data set corresponding to a fixed p_f .

5. Conclusioni

È stata studiata l'influenza dell'affidabilità del modello geotecnico di sottosuolo sulla valutazione della sicurezza di una fondazione superficiale, soggetta a carichi verticali e centrati, in condizioni di rottura non drenate. Lo studio ha tratto lo spunto dalla circostanza, frequente nella pratica, che un intervento su un edificio esistente sia preceduto da una campagna di indagine geotecnica mirata ad accrescere le conoscenze sulla natura del sottosuolo dell'opera.

Il sottosuolo di riferimento assunto per l'analisi è quello della Piazza dei Miracoli di Pisa, per il quale esiste un'ampia ed approfondita caratterizzazione dei parametri fisici e meccanici dei terreni.

Sulla base dei concetti propri dell'analisi di affidabilità, è stata valutata la variazione della probabilità di rottura della fondazione al variare del numero di determinazioni dei parametri di resistenza non drenata, che corrisponde al livello di approfondimento delle indagini geotecniche. Dai risultati si evidenzia

che, a parità di dimensioni della fondazione e di carichi agenti, la probabilità di rottura diminuisce al crescere del numero di determinazioni della resistenza non drenata del terreno. Ciò implica che, in corrispondenza di indagini più approfondite sui terreni di fondazione, le verifiche di sicurezza possono essere soddisfatte con un margine di errore che si riduce al crescere dell'affidabilità del modello di sottosuolo. Lo studio parametrico ha evidenziato inoltre che a parità di carico la probabilità di rottura si riduce all'aumentare della dimensione della fondazione, mentre a parità di dimensione aumenta all'aumentare del carico applicato. Gli incrementi sono marcati in corrispondenza di un limitato numero di indagini alla base del modello di sottosuolo, mentre si riducono drasticamente al crescere del numero di indagini.

Nel caso specifico della variazione di destinazione d'uso di un edificio storico, l'incremento dei carichi agenti in fondazione richiede spesso un parallelo incremento delle dimensioni della fondazione. Tale incremento può essere contenuto (o addirittura annullato), senza inficiare il margine di sicurezza dell'opera, qualora sia stata aumentata l'affidabilità del modello di sottosuolo, mediante una campagna di indagini integrativa.

Questo modo di operare può consentire di limitare l'entità degli interventi sull'esistente, evidenziando il ruolo delle indagini geotecniche nella prospettiva di una progettazione rispettosa dell'integrità storico - materiale di un edificio o di un sito storico.

Bibliografia

- AA.VV. (1971) – *Ricerche e Studi sulla Torre Pendente di Pisa e i fenomeni connessi alle condizioni d'ambiente*. Ministero Lavori Pubblici, Firenze.
- AVERSA S., TSATSANIFOS C., VIGGIANI C. (2004) – *L'attività del TC19 - Preservation of monuments and historic sites dell'International Society of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE)*. Atti del Convegno Nazionale di Geotecnica, Palermo, settembre 2004.
- BAECHER G.B., CHRISTIAN J. T. (2003) – *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*. John Wiley & Sons.
- BOURDEAU P. L. E AMUNDARAY J. I. (2005) – *Non parametric simulation of geotechnical variability*. Géotechnique 55, n. 2, pp. 95-108.
- CALABRESI G., RAMPOLLO S., CALLISTO L., VIGGIANI G.M.B. (1996) – *The Leaning Tower of Pisa: soil parameters for the numerical modelling of the Tower resulting from the most recent investigations*. DISG, Research contract between the University of Rome "La Sapienza" and the Consorzio Torre di Pisa.
- CALABRESI G., D'AGOSTINO S. (1997) – *Monuments and historic sites: Intervention techniques*. Proc. of the Ar-

- rigo Croce Memorial Symposium – “Geotechnical Engineering for the Preservation of Monuments and Historic Sites”, Napoli, 1996, Balkema, Rotterdam.
- CALABRESI G., RAMPOLLO S., CALLISTO L. (1993) – *The Leaning Tower of Pisa: geotechnical characterisation of the tower subsoil within the framework of the Critical State Theory*. DISG, Studi e Ricerche, 1/93, Università di Roma “La Sapienza”.
- HALDAR A., MAHADEVAN S. (2000) – *Probability, reliability and statistical methods in engineering design*. John Wiley & Sons.
- JAKSA M. B., BROOKER P. I., KAGGWA W. S. (1997) – *Inaccuracies associated with estimating random measurement errors*. J. Geotech. Geoenviron. Eng., 123, 5, pp. 393-401.
- JAPPELLI R. (1991) – *Contribution to a systematic approach*. The Contribution of Geotechnical Engineering to the preservation of Italian historic sites. Associazione Geotecnica Italiana, 1991.
- JAPPELLI R. (1997) – *An integrated approach to the safeguard of monuments: the contribution of Arrigo Croce*. Proc. of the Arrigo Croce Memorial Symposium
- “Geotechnical Engineering for the Preservation of Monuments and Historic Sites”, Napoli, 1996. Balkema, Rotterdam.
- PHOON K.-K., KULHAWY F. H. (1999a) – *Characterisation of geotechnical variability*. Can. Geotech. J. 36, n. 4, pp. 612-624.
- PHOON K.-K., KULHAWY F. H. (1999b) – *Evaluation of geotechnical property variability*. Can. Geotech. J. 36, n. 4, pp. 625-639.
- PHOON K.-K., QUEK S.-T., PING A. (2003) – *Identification of statistically homogeneous soil layers using modified Bartlett statistics*. J. Geotech. Geoenviron. Eng., 129, 7, pp. 649-659.
- UZIELLI M. (2004) – *Variability of stress-normalized CPT measurements and application to seismic liquefaction initiation assessment*. PhD Thesis, University of Florence, Italy.
- VANMARCKE E.H. (1977) – *Probabilistic modelling of soil profiles*. J. Geotech. Eng. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 103, pp. 1237-1246.
- VIGGIANI C., PEPE M.C. (2005) – *Il sottosuolo della Torre*. In corso di stampa.

Appendice

La stima di media e varianza della popolazione può essere effettuata mediante la stima della media e della varianza del campione. Tale stima è suscettibile di errore, che può essere valutato introducendo un intervallo di confidenza, che è l'intervallo entro cui con un certo grado di affidabilità può ricadere il valore del parametro ricercato. L'intervallo di confidenza dipende dalla dimensione e dai caratteri statistici del campione e dal livello di affidabilità richiesto alla stima.

Nell'ipotesi che la dimensione del campione n sia relativamente piccola ($n \sim 10$), la varianza del campione non è un buon stimatore della varianza della popolazione, a differenza di quanto accade per un campione di dimensione maggiore.

In tale caso, se la distribuzione della variabile casuale X considerata è normale, denotando con \bar{X} la media e s^2 la varianza del campione, la distribuzione di probabilità della variabile non è normale. Si può dimostrare che tale variabile standardizzata ha una distribuzione del tipo t o di Student con $(n-1)$ gradi di libertà.

La funzione densità di probabilità della distribuzione di Student è data da:

$$f_T(t) = \frac{\Gamma[(f+1)/2]}{\sqrt{\pi f} \Gamma(f/2)} \left(1 + \frac{t^2}{f}\right)^{-(f+1)/2} \quad (\text{A.1})$$

con $-\infty < t < \infty$, $f = (n-1) =$ grado di libertà.

La forma della distribuzione è del tipo simmetrico a campana, e al crescere del grado di libertà tende alla curva della distribuzione normale. Per piccoli valori del grado di libertà la distribuzione è pertanto più ampia della curva della distribuzione normale.

L'intervallo di confidenza, per un livello di confidenza $(1 - \alpha)$ fissato, può essere determinato valutando la seguente probabilità:

$$P\left(-t_{\alpha/2, n-1} \leq \frac{(\bar{X} - \mu)}{(S/\sqrt{n})} \leq t_{\alpha/2, n-1}\right) = 1 - \alpha \quad (\text{A.2})$$

dove $\pm t_{\alpha/2, n-1}$ sono i valori della distribuzione t di Student con $(n-1)$ gradi di libertà valutata alle probabilità di $(1 - \alpha/2)$ e $\alpha/2$ rispettivamente (questo perché la distribuzione è simmetrica).

Per un campione di dimensione n con media \bar{x} e deviazione standard s , l'espressione può essere semplificata nel modo seguente:

$$P\left(\bar{x} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (\text{A.3})$$

e l'intervallo di confidenza è definito come:

$$\langle \mu \rangle_{1-\alpha} = \left[\bar{x} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right] \quad (\text{A.4})$$

Al crescere del livello di confidenza, l'intervallo di confidenza diviene più ampio, essendo più probabile che un intervallo più ampio contenga la media della popolazione. Viceversa, al crescere della dimensione del campione, l'intervallo di confidenza diviene più ristretto a conferma del fatto che una stima basata sul campione più grande approssima meglio il valore della media della popolazione.

The role of investigations in the evaluation of ultimate limit state of existing structures

Summary

In the paper the influence of the reliability of geotechnical subsoil model on the safety of an existing work has been evaluated. A probabilistic analysis of ultimate limit state of a shallow foundation has been performed assuming the reliability

level of subsoil model variable. This variation has been simulated by means of an increment of geotechnical data obtained through new investigations. The analysis points out that the probability of failure of a shallow foundation under constant loads decreases increasing the reliability level of subsoil model. This result is not dependent on the undrained strength data sets selected to perform calculations.

A parametric study has been performed in order to highlight the dependency of the safety level on the foundation dimensions and on the level of applied loads. The probability of failure decreases as the foundation dimension increases and increases as the applied loads decrease. Those increments are considerably reduced for highly reliable subsoil models (e.g. high number of investigations performed).

In the case study of a use exchange of an historical building, the increase of applied loads reduces the safety margin of the foundation; this reduction can be accepted if new geotechnical investigations have been performed, because the foundation limit state is assumed with a reduced probability of failure. In this perspective, the restoration interventions can be limited in order to preserve the material and historical identity of existing works.

Keywords: *monuments, historical buildings, geotechnical investigations, statistical analysis, bearing capacity, parametric study.*