Sollecitazioni e spostamenti di paratie vincolate in testa in terreni incoerenti: uno studio parametrico

Vincenzo Pane*, Manuela Cecconi*

Sommario

Il presente lavoro si inquadra nell'ambito degli studi – a carattere numerico – volti a chiarire l'influenza dei vari fattori geometrici e meccanici che condizionano la risposta di una particolare classe di strutture di sostegno, *i.e.*, paratie ancorate in testa a sostegno di scavi in terreni incoerenti e in assenza di falda. I principi dell'analisi dimensionale e il teorema di Buckingham sono impiegati per individuare e rappresentare tali fattori mediante gruppi adimensionali indipendenti. Le relazioni funzionali tra i gruppi adimensionali sono state esaminate attraverso un esteso studio parametrico, condotto mediante un modello numerico alle differenze finite, che fornisce inoltre una procedura per il dimensionamento di massima della struttura.

1. Introduzione

In un recente lavoro, TAMAGNINI *et al.* [2002] hanno proposto una procedura speditiva per la valutazione di massima della risposta di una particolare classe di strutture di sostegno, in condizioni di esercizio. Un primo elemento fondamentale di tale studio, di validità generale, è rappresentato dall'applicazione dei princìpi dell'analisi dimensionale e del teorema di Buckingham [LANGHAAR, 1951], tramite i quali è possibile definire in maniera sistematica le varie grandezze – di natura geometrica, meccanica, idraulica – che influenzano il comportamento di paratie multi-ancorate e, soprattutto, esprimere relazioni funzionali tra gruppi adimensionali indipendenti ricavati a partire dalle grandezze precedenti.

Avvalendosi di un ampio studio parametrico condotto mediante un modello numerico alle differenze finite, lo stesso lavoro ha consentito di definire la natura di tali funzioni nel caso particolare di *paratie ancorate in testa in terreni coesivi*, in condizioni di breve termine, e di valutare sinteticamente la risposta del sistema in termini di spostamenti e sollecitazioni indotti sulla struttura di sostegno. In tal senso, il lavoro di TAMAGNINI *et al.* [2002] si pone come una estensione sistematica di alcuni contributi a carattere parametrico [MANA & CLOUGH, 1981; POTTS & FOURIE, 1984, 1985; POWRIE & LI, 1991; POTTS & BOND, 1994; HASHASH & WHITTLE, 1996] tesi ad una migliore comprensione dei meccanismi di interazione terreno-struttura di sostegno.

Nel presente lavoro, lo studio parametrico viene esteso ad un'altra particolare classe di problemi, rappresentata da *paratie ancorate in testa in terreni incoerenti in assenza di falda*. Più precisamente, a partire dai risultati dell'analisi dimensionale descritti in TAMAGNINI *et al.* [2002] ai quali si rimanda per una descrizione dettagliata della procedura, ed assimilando il terreno ad un mezzo elastico lineare-plastico perfetto, è stato condotto un approfondito studio parametrico teso a valutare l'influenza di fattori quali la geometria del sistema, le proprietà meccaniche del terreno, la rigidezza flessionale della parete, lo stato tensionale iniziale. Le caratteristiche del modello numerico impiegato sono descritte nel cap. 2. Gli effetti dei fattori sopra indicati sulla risposta della struttura di sostegno, in termini di: *i*) spostamento orizzontale massimo della parete; *ii*) momento flettente massimo; e, *iii*) reazione sul vincolo, sono illustrati in dettaglio nei cap. 3 e 4.

Posti in forma grafica, i risultati dello studio consentono di definire una procedura speditiva per la progettazione di massima della struttura, in termini di sollecitazioni e spostamenti indotti dallo scavo, e per la rapida individuazione dei fattori geometrici e meccanici che esercitano la maggiore influenza sulla risposta del sistema. L'utilità di una tale procedura nella pratica corrente è esaminata nel cap. 5 con un esempio applicativo.

2. Applicazione dell'analisi dimensionale a scavi sostenuti da paratie multi-ancorate

Si consideri il particolare problema di una paratia multi-ancorata, immersa in uno strato deformabile di spessore A, limitato inferiormente da un substrato rigido perfettamente scabro, che sostiene uno scavo di altezza H e larghezza $2B$ (Fig. 1a). Nel caso in esame, la paratia è assimilabile ad una trave ela-

* Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, Università degli Studi di Perugia.

stica di spessore T, modulo di Young E_p e coefficiente di Poisson ν_p; il comportamento del terreno è invece assimilato a quello di un mezzo continuo elastico lineare-plastico perfetto, con modulo di Young, E, coefficiente di Poisson, ν, e superficie di snervamento definita dal criterio di Mohr-Coulomb[1]:

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan\phi \qquad (2.1)$$

ove c e ϕ rappresentano, rispettivamente, la coesione e l'angolo d'attrito del terreno. Per maggiore generalità, le caratteristiche di rigidezza (E) e di resistenza (c, ϕ) dello strato di terreno sono assunte linearmente variabili con la profondità z dal piano di campagna (Fig. 1):

$$E = a_E + m_E z \quad c = a_c + m_c z \quad \phi = a_\phi + m_\phi z \qquad (2.2)$$

Nel caso in cui si assuma una legge di flusso di tipo non associato, l'angolo di dilatanza ψ può essere definito mediante il rapporto di dilatanza $\xi = \psi/\phi$, considerato costante.

La risposta meccanica della struttura di sostegno è definita sinteticamente attraverso le seguenti $k+2$ grandezze:

- spostamento orizzontale massimo della parete: S_w;
- momento flettente massimo nella parete: M_m;
- sollecitazioni sui puntoni: R_i $(i = 1,...k)$

ove k è il numero dei vincoli (puntoni o ancoraggi). Tale risposta è influenzata dai seguenti 19 parametri (Fig. 1):

1. altezza dello scavo: H
2. profondità di infissione della parete: D
3. semilarghezza dello scavo: B
4. spessore della parete: T
5. sovra-scavo precedente l'installazione del generico vincolo: d
6. spaziatura tra i vincoli: h
7. spessore dello strato deformabile: A
8. peso dell'unità di volume del terreno: γ
9. coefficiente di spinta in quiete: K_o
10. intercetta della funzione $E(z)$: a_E
11. pendenza della funzione $E(z)$: m_E
12. intercetta della funzione $c(z)$: a_c
13. pendenza della funzione $c(z)$: m_c
14. intercetta della funzione $\phi(z)$: a_ϕ
15. pendenza della funzione $\phi(z)$: m_ϕ
16. rapporto di dilatanza: ξ
17. coefficiente di Poisson del terreno: ν
18. modulo di Young della parete: E_p
19. coefficiente di Poisson della parete: ν_p.

Per limitare il numero delle variabili indipendenti, l'influenza del peso proprio della parete è stata considerata trascurabile, i vincoli sono stati considerati infinitamente rigidi, ed è stato ignorato ogni effetto dovuto alla presenza della fase fluida, considerata assente[2]. Nei casi in cui tali ipotesi non fossero giustificate, alle 19 grandezze prese in esame andrebbero aggiunte le k rigidezze estensionali dei vincoli, le variabili geometriche che definiscono le condizioni al contorno per la fase fluida, la permeabilità del terreno e i pesi dell'unità di volume del fluido interstiziale e della parete.

Con riferimento al lavoro di TAMAGNINI *et al.* [2002], al quale si rimanda per una descrizione dettagliata dell'applicazione dei principi dell'analisi dimensionale e del teorema di Buckingham al problema in esame, la risposta del sistema può essere descritta, in forma simbolica, dalle seguenti equazioni adimensionali:

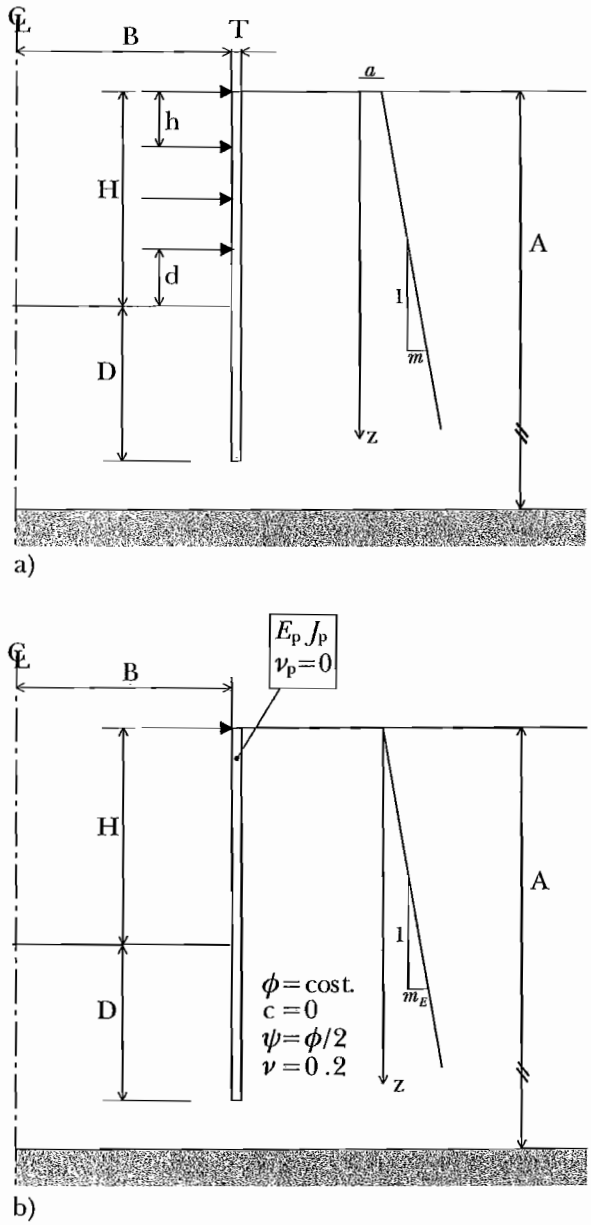

Fig. 1 – Schema geometrico del problema: a) caso generale; b) caso esaminato.

Fig. 1 – Geometrical scheme of the problem: a) general case; b) examined case.

Tab. I – Prodotti adimensionali per il problema in esame.
Tab. I – Non-dimensional groups for the excavation problem.

variabile	descrizione
$X^S = S_w/H$	spostamento orizzontale max. normalizzato
$X^M = M/\gamma H^3$	momento max. normalizzato
$X^R = R/\gamma H^2$	forza assiale sul puntone normalizzata
$N_1 = D/H$	rapporto di infissione della parete
$N_2 = T/H$	rapporto di spessore della parete
$N_3 = B/H$	coefficiente di forma dello scavo
$N_4 = d/H$	rapporto di sovrascavo
$N_5 = h/H$	interasse normalizzato
$N_6 = A/H$	rapporto di spessore dello strato deformabile
$N_7 = K_o$	coefficiente di spinta in quiete
$N_8 = a_E/(\gamma H)$	rapporto di rigidezza
$N_9 = m_E/\gamma$	gradiente di rigidezza normalizzato
$N_{10} = a_c/(\gamma H)$	rapporto di coesione (numero di stabilità)
$N_{11} = m_c/\gamma$	gradiente di coesione normalizzato
$N_{12} = a_\phi$	intercetta della funzione ϕ (z)
$N_{13} = m_\phi H$	gradiente di ϕ normalizzato
$N_{14} = \xi$	rapporto di dilatanza
$N_{15} = \nu$	coefficiente di Poisson del terreno
$N_{16} = E_p/(\gamma H)$	rapporto di rigidezza della parete
$N_{17} = \nu_p$	coefficiente di Poisson della parete

$$X^S := G_1 (N_1, N_2, \ldots, N_{17}) \qquad (2.3a)$$

$$X^M := G_2 (N_1, N_2, \ldots, N_{17}) \qquad (2.3b)$$

$$X_i^R := G_{i+2} (N_1, N_2, \ldots, N_{17}) \qquad (2.3c)$$

nelle quali i prodotti adimensionali incogniti costituiti dalle variabili dipendenti

$$X^S = \frac{S_w}{H} \qquad X^M = \frac{M_m}{\gamma H^3} \qquad X_i^R = \frac{R_i}{\gamma H^2} \qquad (2.4)$$

sono espressi in funzione delle rimanenti 17 variabili indipendenti N_j del problema. La Tab. I, ripresa integralmente da TAMAGNINI *et al.* [2002], elenca l'insieme completo delle varabili dipendenti e indipendenti, e ne fornisce la definizione. In particolare, si noti che le variabili indipendenti N_j definiscono rispettivamente:

- le caratteristiche geometriche del sistema ($N_1 - N_6$);
- lo stato tensionale iniziale (N_7);
- le proprietà meccaniche del terreno ($N_8 - N_{15}$);
- le caratteristiche meccaniche della parete ($N_{16} - N_{17}$).

2.1. Paratie ancorate in testa in terreni incoerenti, in assenza di falda

Per l'elevato numeri di prodotti che compaiono nelle equazioni dimensionalmente omogenee (2.3), lo studio parametrico completo del problema è estremamente oneroso. Per il caso in esame, tuttavia, è possibile ridurre significativamente il numero di parametri adimensionali che compaiono nelle funzioni incognite G introducendo ragionevoli semplificazioni sulle caratteristiche geometriche e meccaniche del problema.

Una prima importante semplificazione può ottenersi ammettendo che il comportamento meccanico della parete sia controllato prevalentemente dalla sua rigidezza flessionale. In tal caso, in luogo del rapporto di spessore N_2 e del rapporto di rigidezza della parete N_{16}, è possibile rappresentare la rigidezza relativa parete-terreno tramite la seguente grandezza adimensionale derivata:

$$N'_{16} = \Xi = \frac{E_p J_p}{(a_E + m_E H) H^3} = \frac{E_p J_p}{E_H H^3} \qquad (2.5)$$

ove, per comodità di notazione, la rigidezza relativa è indicata con il simbolo Ξ, J_p è il momento d'inerzia della sezione della parete (per unità di lunghezza nella direzione ortogonale al piano della deformazione), e E_H rappresenta il modulo di Young del terreno alla massima profondità di scavo, H.

Per questo caso particolare, *paratie in terreni incoerenti vincolate in sommità*, possono essere introdotte le seguenti ulteriori ipotesi semplificative al fine di ridurre il numero di variabili indipendenti (v. Fig. 1b):

- parete vincolata in testa su un solo livello ($N_4 = 1$, $N_5 = 0$);
- coefficiente di forma dello scavo $N_3 = B/H = 4$ e rapporto di spessore dello strato deformabile $N_6 = A/H = 9.5$. Tali valori, relativamente elevati, sono stati scelti in modo tale da poter considerare i risultati delle analisi praticamente indipendenti dalla larghezza dello scavo e dallo spessore dello strato deformabile, e quindi applicabili a scavi di grandi dimensioni in depositi di elevato spessore;
- coefficiente di Poisson della parete $N_{17} = 0$;
- per le caratteristiche di resistenza del terreno, in termini di tensioni efficaci: coesione nulla ($N_{10} = 0$; $N_{11} = 0$), angolo d'attrito constante con la profondità ($N_{12} = a_\phi = \phi$; $N_{13} = 0$), e rapporto di dilatanza $N_{14} = \psi/\phi = 0.5$;
- per le caratteristiche elastiche del terreno: coefficiente di Poisson $N_{15} = 0.2$, e modulo di Young crescente linearmente con la profondità con valore nullo in superficie ($N_9 = m_E/\gamma$; $N_8 = a_E = 0$).

Tab. II – Valori delle grandezze dimensionali impiegati nelle analisi parametriche.
Tab. II – Numerical values of the non-dimensional groups adopted in the parametric study.

D/H	ϕ	m_E/γ	K_o	Ξ
	(°)			
0.20	25	125	0.6	$2.6\ 10^{-3}$
0.25	30	250	0.8	$6.0\ 10^{-3}$
0.50	35	375	1.0	$1.6\ 10^{-2}$
0.75	40	500	1.2	$4.0\ 10^{-2}$
1.00	-	-	1.4	$1.0\ 10^{-1}$
-	-	-	-	$2.5\ 10^{-1}$

Quest'ultima ipotesi, congruente con il comportamento "barotropico" generalmente esibito dai materiali in esame [GUDEHUS, 1996; BAUER, 1996], fa sì che la rigidezza relativa (Eq. 2.5) si riduca a:

$$\Xi = \frac{E_p J_p}{m_E H^4} \tag{2.6}$$

In virtù delle suddette assunzioni semplificative, il comportamento della parete è ancora governato dalle equazioni (2.3) che si specializzano come segue:

$$X^S := S\left(\frac{D}{H}, \phi, \frac{m_E}{\gamma}, \Xi, K_o\right) \tag{2.7a}$$

$$X^M := M\left(\frac{D}{H}, \phi, \frac{m_E}{\gamma}, \Xi, K_o\right) \tag{2.7b}$$

$$X^R := R\left(\frac{D}{H}, \phi, \frac{m_E}{\gamma}, \Xi, K_o\right) \tag{2.7c}$$

La particolare natura delle funzioni S, M e R è stata esaminata attraverso un esteso programma di analisi parametriche condotto, per via numerica, mediante l'uso sistematico di un codice di calcolo specialistico, basato sul metodo delle differenze finite [FLAC, ITASCA, 1995].

2.2. *Programma delle analisi parametriche*

Nonostante la notevole riduzione delle variabili indipendenti derivante dalle precedenti ipotesi, il numero di analisi da effettuare per uno studio sistematico del problema rimane elevato. Ad esempio, volendo esaminare quattro valori differenti per ognuno dei cinque gruppi adimensionali che compaiono nelle (2.7), sarebbe necessario condurre un numero totale di analisi pari a: $N_{tot} = 5^4 = 625$.

Pertanto, per ridurre la quantità di analisi richieste ad un valore accettabile dal punto di vista pratico, si è deciso di esaminare separatamente l'influenza della rigidezza relativa della parete (Ξ) e del coefficiente di spinta in quiete (K_o), rispetto alle altre grandezze adimensionali. In particolare, una prima serie di analisi (Serie 1) è stata condotta mantenendo costanti i valori di Ξ e K_o, e valutando in maniera sistematica gli effetti della profondità di infissione (D/H), dell'angolo d'attrito (ϕ) e del gradiente di rigidezza (m_E/γ). Successivamente, per mezzo di una seconda serie di analisi (Serie 2), si è valutata l'influenza della rigidezza relativa e del coefficiente di spinta in quiete.

Il campo di valori presi in esame per i cinque gruppi adimensionali è riportato nella Tab. II, mentre il programma dettagliato delle due serie di analisi è sintetizzato nelle Tabb. III e IV.

Tab. III – Programma delle analisi parametriche: Serie 1 ($\Xi = 0.1$, $K_0 = 1.0$).
Tab. III – Program of parametric analyses: Set 1 ($\Xi = 0.1$, $K_o = 1.0$).

analisi	D/H	ϕ (°)	m_E/γ	analisi	D/H	ϕ	m_E/γ
1	1.00	40	125	35	1.00	40	375
2	0.75			36	0.75		
3	0.50			37	0.50		
4	0.25			38	0.25		
5	0.20			39	1.00	35	
6	1.00	35		40	0.75		
7	0.75			41	0.50		
8	0.50			42	0.25		
9	0.25			43	1.00	30	
10	1.00	30		44	0.75		
11	0.75			45	0.50		
12≡N30	0.50			46	0.25		
13	0.25			47	1.00	25	
14≡N25	1.00	25		48	0.75		
15	0.75			49	0.50		
16	0.50			50	0.25		
17	0.25			51	1.00	40	500
18	0.20			52	0.75		
19	1.00	40	250	53	0.50		
20	0.75			**54≡N40**	0.25		
21	0.50			55	0.20		
22	0.25			56	1.00	35	
23	1.00	35		57	0.75		
24	0.75			58	0.50		
25	0.50			59	0.25		
26	0.25			60	1.00	30	
27	1.00	30		61	0.75		
28	0.75			62	0.50		
29	0.50			63	0.25		
30	0.25			64	1.00	25	
32	1.00	25		65	0.75		
32	0.75			66	0.50		
33	0.50			67	0.25		
34	0.25			68	0.20		

2.3. Procedure impiegate per le analisi numeriche

Le analisi numeriche oggetto del presente lavoro sono state eseguite utilizzando il codice di calcolo FLAC [ITASCA, 1995] che impiega un algoritmo di soluzione di tipo pseudo–dinamico, con integrazione esplicita sia delle equazioni di equilibrio, a livello globale, che delle equazioni costitutive a livello locale [CUNDALL & BOARD, 1988]. Il reticolo impiegato per le analisi, illustrato nella Fig. 2, è costituito da 930 zone e 1013 nodi, per un numero complessivo di 1898 gradi di libertà. Il contorno inferiore BC è assimilato ad una superficie rigida, perfettamente scabra; lungo i contorni laterali AB (piano di simmetria) e CD, gli spostamenti orizzontali sono impediti.

La parete è stata modellata impiegando speciali elementi trave. Il contatto parete–terreno è stato simulato mediante elementi di modesto spessore, assumendo perfetta aderenza all'interfaccia terreno–struttura. Quest'ultima ipotesi può essere considerata accettabile nel caso di strutture di sostegno gettate in opera, quali le paratie in c.a., mentre risulta meno appropriata nell'analisi di strutture di sostegno realizzate mediante palancolate metalliche, per le quali è lecito attendersi una resistenza a taglio all'interfaccia generalmente inferiore a quella del terreno.

L'esecuzione dello scavo è stata simulata rimuovendo in 5 fasi distinte i gruppi di elementi corrispondenti alle profondità di scavo di $0.2H$, $0.4H$, $0.6H$, $0.8H$ e H. Studi preliminari hanno permesso di verificare che l'algoritmo impiegato per la simulazione delle fasi di scavo soddisfa il requisito di indipendenza della soluzione dal numero dei passi di scavo nel caso di mezzo elastico lineare [ISHIHARA, 1986; BROWN & BOOKER, 1985]. In tutte le analisi, condotte in termini di tensioni efficaci, il terreno è stato assimilato ad un materiale elastico–perfettamente plastico, con criterio di snervamento di Mohr-Coulomb.

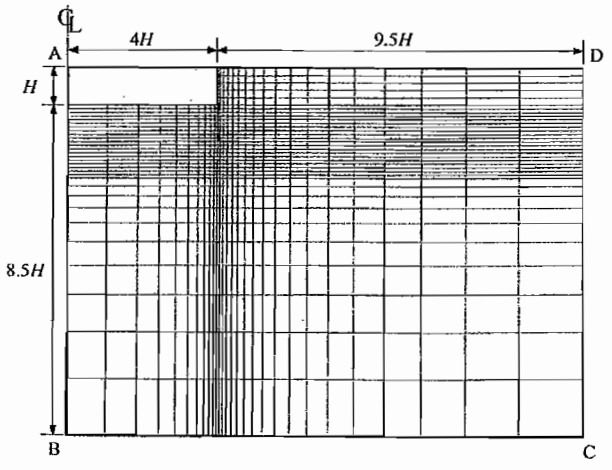

Fig. 2 – Reticolo impiegato per le analisi FDM.
Fig. 2 – Finite difference mesh adopted in the analyses.

3. Risultati dello studio parametrico: Serie 1

In questa sezione sono discussi i risultati della prima serie di analisi, volte ad investigare gli effetti della variazione del rapporto di infissione (D/H), del gradiente di rigidezza (m_E/γ), e dell'angolo d'attrito del terreno (ϕ) sulla risposta del sistema. In tutti i casi esaminati, la rigidezza relativa della parete ed il coefficiente di spinta in quiete sono stati mantenuti costanti e pari a:

$$\Xi = E_p J_p / m_E H^4 = \text{cost} = 0.1 \qquad (3.1a)$$

$$K_o = \text{cost} = 1 \qquad (3.1b)$$

Il valore relativamente elevato della rigidezza relativa corrisponde, per uno scavo di 10 m di altezza, a paratie in c.a. di spessore compreso tra 1 e 1.6 m circa, nel campo di valori preso in esame per la rigidezza del terreno. I risultati delle analisi, espressi in forma adimensionale, sono illustrati nelle Figg. 3÷5.

Nelle Figg. 3a) e 3b) sono riportati i valori normalizzati dello spostamento orizzontale massimo[3] della parete (S_w/H), in funzione del rapporto di infissione (D/H) e dell'angolo d'attrito (ϕ), al variare del gradiente di rigidezza m_E/γ nell'intervallo 125÷500. In primo luogo, dall'andamento delle curve si nota che, per elevati valori dell'angolo d'attrito, lo spostamento normalizzato è poco influenzato dal rapporto di infissione. In queste condizioni, pertanto, i movimenti della parete non possono essere controllati da un aumento della profondità di infissione, a parità di altezza di scavo. Tuttavia, anche per i valori maggiori di D/H ($D/H = 1$), il sistema risente dello sviluppo di deformazioni plastiche nel terreno, particolarmente in prossimità delle superfici libere – piano di campagna e piano di scavo – dove la tensione media efficace e la resistenza al taglio sono modesti. Difatti, né lo spostamento normalizzato né le sollecitazioni nella struttura coincidono con i valori ottenuti da una corrispondente analisi elastica, riportati nelle stesse Figg. 3-5.

Al contrario, per bassi valori dell'angolo di attrito ($\phi = 25°$), per valori di $D/H < 0.5$ si assiste a un rapido incremento dello spostamento al diminuire di D/H, evidenziato dall'elevato gradiente delle curve degli spostamenti normalizzati. In tali circostanze il sistema si trova in prossimità delle condizioni di collasso per rotazione della parete intorno al vincolo; difatti, una verifica di sicurezza condotta nel rispetto dell'Eurocodice 7 [2003], applicando un fattore di sicurezza parziale sul valore caratteristico dell'angolo di attrito, ϕ_k, condurrebbe, per $\phi_k = 25°$, a un rapporto di infissione minimo D/H dell'ordine di 0.5, vale a dire, prossimo al gomito esibito dalle curve di spostamento normalizzato mostrate nelle Figg. 3.

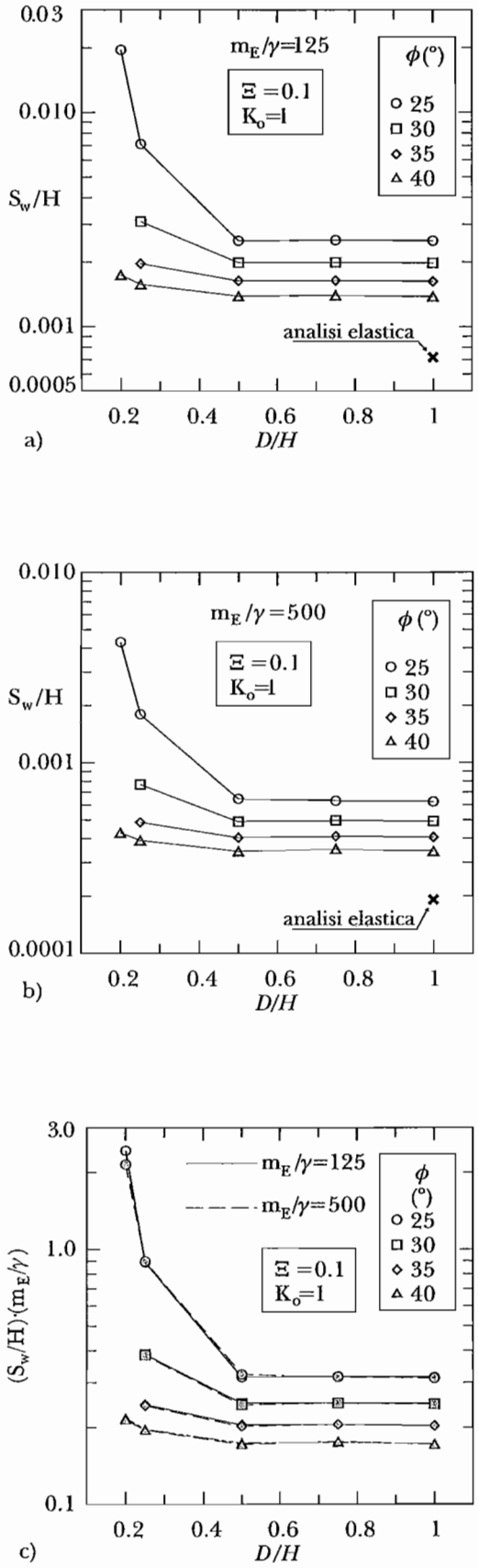

Fig. 3 – Serie 1. Spostamento normalizzato *vs. D/H*; *a)* $m_E/\gamma = 125$; *b)* $m_E/\gamma = 500$; *c)* relazione tra $(S_w/H)(m_E/\gamma)$ e *D/H*.
Fig. 3 – Set 1. Normalised displacement vs. D/H; $m_E/\gamma = 125$; b) $m_E/\gamma = 500$; c) relationship between $(S_w/H)(m_E/\gamma)$ and D/H.

Analogamente, nelle Figg. 4 e 5 sono riportati rispettivamente i valori normalizzati del momento flettente massimo ($M_m/\gamma H^3$) e della reazione sul vincolo ($R/\gamma H^2$), in funzione del rapporto di infissione (*D/H*) e dell'angolo d'attrito (ϕ), al variare del gradiente di rigidezza m_E/γ nell'intervallo 125÷500. Come per gli spostamenti normalizzati, il confronto con una analisi elastica equivalente mette in luce l'effetto della non-linearità anche quando si è particolarmente lontani da una condizione di collasso (*D/H* = 1). Le stesse figure mostrano che entrambe le caratteristiche di sollecitazione aumentano con il rapporto di infissione, specie per bassi valori dell'angolo d'attrito, fino a raggiungere valori pressoché costanti per $D/H \geq 0.5$. Questo effetto, che è in fondamentale accordo con le conclusioni di SIMPSON [1992] e con quanto osservato da TAMAGNINI *et al.* [2002] per terreni coesivi in condizioni non drenate, è attribuibile al maggior grado di vincolo – e al risultante aumento della curvatura della parete – esercitato dal terreno al piede dello scavo, all'aumentare della profondità di infissione.

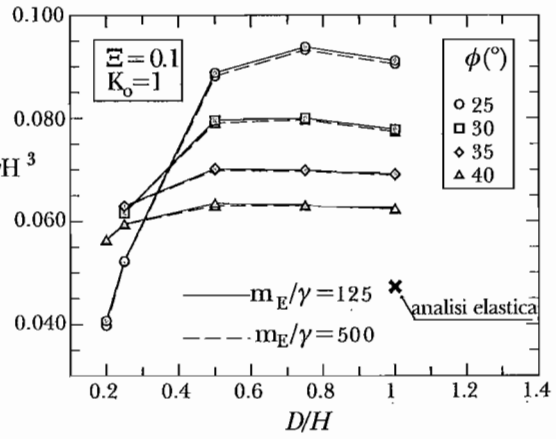

Fig. 4 – Serie 1. Momento massimo normalizzato *vs. D/H*.
Fig. 4 – Set 1. Normalised maximum bending moment vs. D/H.

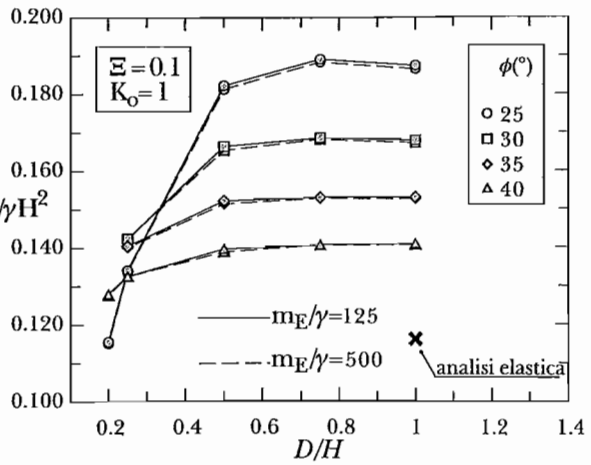

Fig. 5 – Serie 1. Reazione sul vincolo normalizzata *vs. D/H*.
Fig. 5 – Set 1. Normalised prop force vs. D/H.

Con riferimento alle curve relative a $\phi = 25°$, si noti che le caratteristiche di sollecitazione risultano circa 1.5 volte maggiori di quelle ottenute per $\phi = 40°$, per valori usuali del rapporto di infissione ($D/H \geq 0.5$); al contrario, per valori di $D/H < 0.5$, corrispondenti a condizioni prossime al collasso, le sollecitazioni si riducono drasticamente per il raggiungimento di condizioni di stato limite attivo per una porzione significativa della parete.

Per quanto riguarda l'effetto della rigidezza del terreno (m_E/γ) sulla risposta del sistema, è interessante osservare che in tutte le analisi eseguite[4] i valori normalizzati del momento flettente e della reazione sul vincolo non dipendono dal valore del gradiente di rigidezza (m_E/γ), come evidenziato dalle Figg. 4 e 5. Ciò sembra indicare che, per il particolare modello costitutivo adottato (elasto-plastico perfetto), anche in campo non lineare le sollecitazioni normalizzate nella struttura dipendano dalla rigidezza del terreno (E) solo attraverso la rigidezza relativa parete-terreno, come peraltro già osservato da POTTS & BOND [1994] in uno studio parametrico di simili strutture. Parimenti, come mostrato nella Fig. 3c, a parità di tutti gli altri gruppi adimensionali ($D/H, \phi$) gli spostamenti normalizzati risultano inversamente proporzionali ai valori di m_E/γ, *i.e.*:

$$\frac{S_w}{H}\,\frac{m_E}{\gamma} = \text{cost} \qquad (3.2)$$

anche in condizioni ben lontane da quelle elastiche.

4. Influenza della rigidezza relativa e del coefficiente di spinta in quiete: Serie 2

In questa sezione sono discussi – dapprima in maniera qualitativa e poi sistematicamente – i risultati di una seconda serie di analisi, volta ad investigare l'influenza della rigidezza relativa della parete e del coefficiente di spinta in quiete sulla risposta del sistema, in termini di spostamenti e sollecitazioni. A tal fine, si sono presi in esame due casi particolari (denominati N25 e N40, v. Tab. IV) notevolmente diversi tra loro per rapporto di infissione, angolo d'attrito e gradiente di rigidezza, variando per ciascuno di essi il coefficiente di spinta in quiete e la rigidezza relativa parete-terreno nei seguenti campi di valori:

$$\begin{aligned} K_o &= 0.6 \div 1.4 \\ \Xi &= 2.6 \cdot 10^{-3} \div 2.5 \cdot 10^{-1} \end{aligned} \qquad (4.1)$$

Si noti che, per i valori di rigidezza del terreno qui considerati ($125 \leq m_E/\gamma \leq 500$), il campo di valori della rigidezza relativa su indicato comprende tipologie di strutture di sostegno alquanto diversificate, che vanno dalle palancolate metalliche ai pannelli in c.a. di notevole spessore.

Le Figg. 6a e 6b mostrano, per questi due casi particolari, alcuni andamenti tipici dello spostamento normalizzato (S_w/H) in funzione della rigidezza relativa Ξ (Fig. 6a) e del coefficiente di spinta in quiete K_o (Fig. 6b). Da tali figure si evince che, come lecito attendersi, lo spostamento normalizzato cresce al crescere di K_o e al diminuire della rigidezza relativa, variando più di un ordine di grandezza nell'intervallo di valori esaminati.

Analogamente, le Figg. 7 e 8 mostrano gli andamenti delle sollecitazioni normalizzate ($M_m/\gamma H^3$ e $R/\gamma H^2$) in funzione delle stesse grandezze, Ξ e K_o. Anche per le sollecitazioni, l'influenza della rigidezza relativa e del coefficiente K_o appare senz'altro significativa, producendo variazioni di più di un ordine di grandezza nei valori delle sollecitazioni normalizzate.

Le Figg. 7b e 8b appaiono particolarmente appropriate per comprendere l'accoppiamento esistente tra le condizioni iniziali – denotate dal coefficiente K_o – e la rigidezza della struttura di sostegno, e per valutarne le implicazioni progettuali. Più precisamente, dalla Fig. 7b si nota che, per alti valori della rigidezza flessionale della parete ($\Xi = 0.1$), il momento flettente massimo è fortemente influenzato dalle condizioni iniziali del problema (K_o); al contrario, in presenza di strutture molto deformabili ($\Xi = 2.6 \cdot 10^{-3}$) il massimo momento flettente è, ai fini pratici, indipendente dal coefficiente di spinta in quiete. In questo caso, infatti, i grandi spostamenti orizzontali della parete fanno sì che elevate tensioni litostatiche orizzontali – ove presenti – possano ridursi drasticamente fino ad assumere, per il particolare modello costitutivo adottato per il terreno, valori prossimi a quelli limiti attivi. Le stesse considerazioni valgono per la reazione sul vincolo (Fig. 8b), a dimostrazione del diverso peso del coefficiente di spinta in quiete nelle diverse situazioni che possono presentarsi nella pratica corrente.

Alla luce di queste considerazioni, sembra necessario estendere in maniera sistematica lo studio parametrico al caso in cui le grandezze adimensionali X^S, X^M e X^R dipendano anche dalla rigidezza relativa e dal coefficiente di spinta in quiete (Eq. 2.7). D'altro canto, come già accennato al par. 2.2., tale estensione risulta estremamente onerosa in termini di numero di analisi richieste. Il problema può essere notevolmente semplificato qualora sia possibile stabilire *a priori* alcune caratteristiche delle funzioni S, M e R che compaiono nelle Eq. (2.7). In particolare, ai fini del presente studio è stata presa in considerazione la seguente:

Ipotesi 1. *Le funzioni S, M e R ammettono la seguente decomposizione moltiplicativa*:

$$X^S := S^*\left(\frac{D}{H}, \phi, \frac{m_E}{\gamma}\right) C_S(\Xi, K_o) \qquad (4.2a)$$

$$X^M := M^*\left(\frac{D}{H}, \phi, \frac{m_E}{\gamma}\right) C_M(\Xi, K_o) \qquad (4.2b)$$

$$X^R := R^*\left(\frac{D}{H}, \phi, \frac{m_E}{\gamma}\right) C_R(\Xi, K_o) \qquad (4.2c)$$

La validità di tale ipotesi[5] – e la possibilità di estendere i risultati della precedente Serie 1 a situazioni diverse – sono discusse nel seguito con riferimento ai risultati ottenuti in una seconda serie di analisi. A tal fine, si consideri una struttura caratterizzata da valori arbitrari dei gruppi D/H, ϕ e m_E/γ. Qualora l'Ipotesi 1 sia valida, i rapporti tra i valori di X^S, X^M, X^R ed i valori delle stesse variabili ($X^S{}_0$, $X^M{}_0$, $X^R{}_0$) per un sistema analogo, ma con valori di-

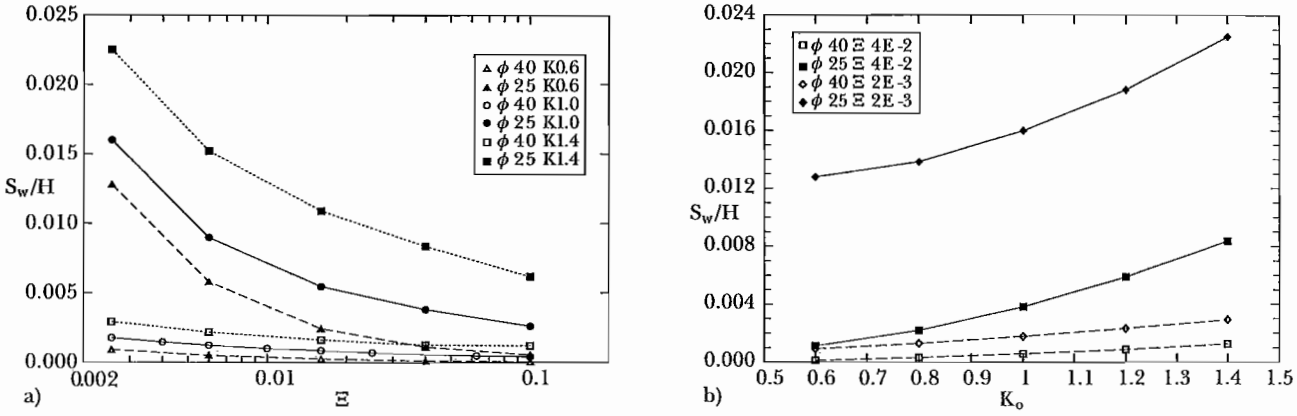

Fig. 6 – Spostamento massimo normalizzato in funzione a) della rigidezza relativa Ξ; b) del coefficiente di spinta in quiete K_o.
Fig. 6 – Normalised maximum displacement as a function of: a) relative stiffness Ξ; b) coefficient of earth pressure at rest K_o.

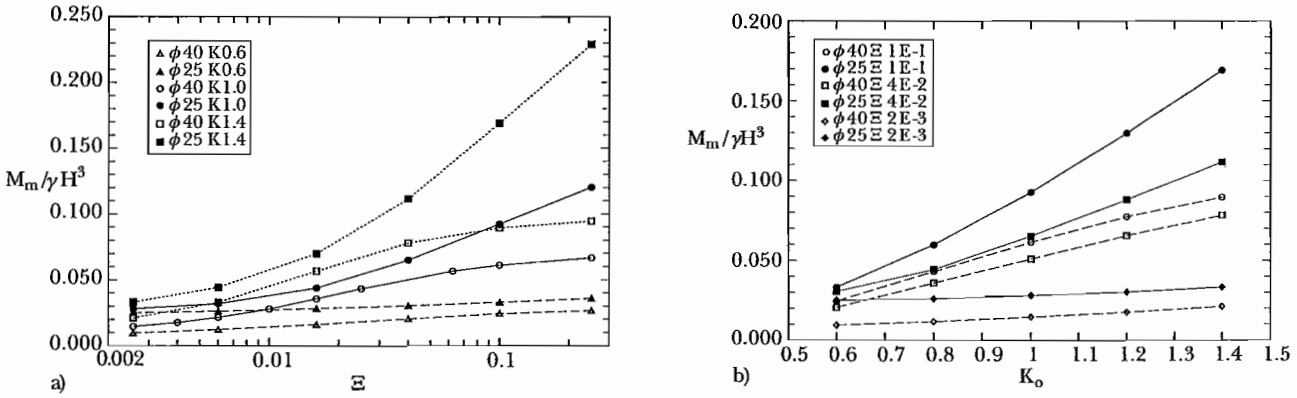

Fig. 7 – Momento massimo normalizzato in funzione a) della rigidezza relativa Ξ; b) del coefficiente di spinta in quiete K_o.
Fig. 7 – Normalised maximum bending moment as a function of: a) relative stiffness Ξ; b) coefficient of earth pressure at rest K_o.

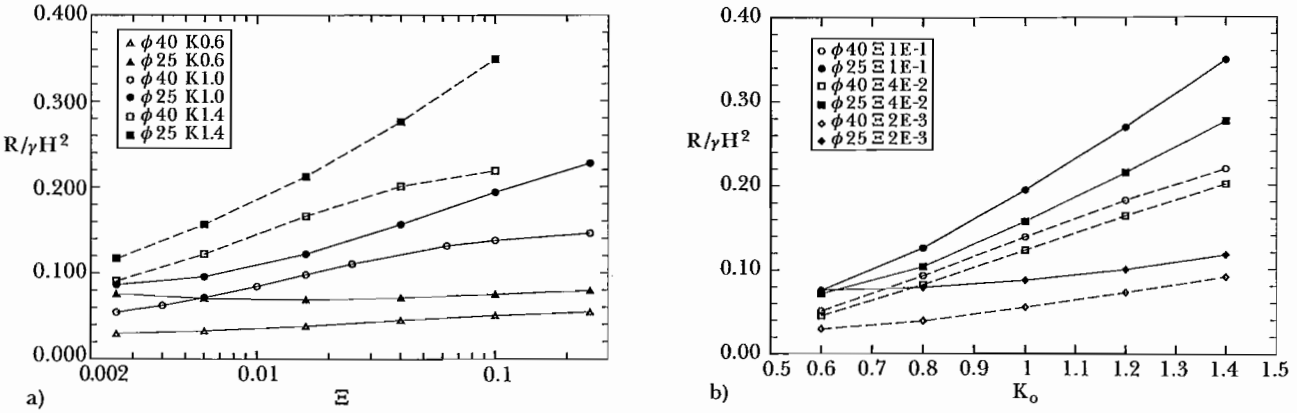

Fig. 8 – Reazione sul vincolo normalizzata in funzione a) della rigidezza relativa Ξ; b) del coefficiente di spinta in quiete K_o.
Fig. 8 – Normalised prop reaction as a function of: a) relative stiffness Ξ; b) coefficient of earth pressure at rest K_o.

versi della rigidezza relativa e coefficiente di spinta in quiete, risultano *indipendenti* dal rapporto di infissione, dall'angolo d'attrito e dal gradiente di rigidezza. In altri termini deve risultare:

$$\frac{X^S}{X_0^S} = Q^S = \frac{C_S(\Xi, K_o)}{C_S(\Xi_0, K_{o,0})} \qquad (4.3a)$$

$$\frac{X^M}{X_0^M} = Q^M = \frac{C_M(\Xi, K_o)}{C_M(\Xi_0, K_{o,0})} \qquad (4.3b)$$

$$\frac{X^R}{X_0^R} = Q^R = \frac{C_R(\Xi, K_o)}{C_R(\Xi_0, K_{o,0})} \qquad (4.3c)$$

La validità dell'Ipotesi 1 può pertanto essere valutata verificando, attraverso un'opportuna serie di analisi numeriche, se – e in quale misura – i rapporti Q^S, Q^M e Q^R risultino effettivamente indipendenti da D/H, ϕ e m_E/γ. Tale verifica è stata condotta mediante una seconda serie di analisi parametriche (Serie 2, Tab. IV) condotte su tre casi particolari[6] – denominati N25, N30, N40 – diversi tra loro per rapporto di infissione, angolo d'attrito e gradiente di rigidezza. Per ciascun caso, si sono variati il coefficiente di spinta in quiete e la rigidezza relativa parete-terreno nei campi di valori indicati nelle espressioni (4.1), mantenendo tutte le altre grandezze adimensionali indipendenti costanti.

Gli andamenti dei tre rapporti Q^S, Q^M e Q^R, valutati mediante le Eqq. (4.3,a,b,c) per i tre casi in questione, sono diagrammati nelle Figg. 9a), 10a), 11a) in funzione della rigidezza relativa e del coefficiente di spinta in quiete, in scala logaritmica. Dalle figure si evince che, per valori della rigidezza relativa:

$$6 \cdot 10^{-3} < \Xi < 0.1 \qquad (4.4)$$

i risultati delle analisi relativi ai tre casi distinti si dispongono all'interno di un fascio relativamente stretto che contraddistingue i diversi valori di K_o.

La curva media di ciascun fascio è rappresentata a tratto continuo nelle stesse figure, nonché riportata, per facilità di lettura, negli abachi di progetto delle Figg. 9b), 10b), 11b). Le differenze percentuali riscontrate tra i valori medi e quelli calcolati nelle analisi sono riportate nella Tab. V, dalla quale si nota che tali differenze si mantengono, nel campo delle rigidezze relative indicato in Eq. (4.4), entro limiti sufficientemente ridotti, non superiori al 20% e generalmente inferiori al 10%. Tali differenze appaiono modeste, specie se confrontate ai campi di variazione della risposta del sistema – pari a circa un ordine di grandezza – desumibili, ad esempio, dalle Figg. 6÷8 precedentemente commentate. Nell'ambito di queste approssimazioni, ritenute ragionevoli ai fini di un dimensionamento di massima della struttura, si può pertanto suffragare la validità dell'Ipotesi 1.

Al contrario, per i valori minori di K_o ($K_o = 0.6$) e, simultaneamente, per valori di $\Xi < 6 \cdot 10^{-3}$, tale Ipotesi perde di validità come evidenziato dalla dispersione dei risultati relativi ai casi N25 e N40 mostrati nelle Figg. 9a), 10a) e 11a).

5. Esempio di applicazione del metodo

I risultati illustrati nei precedenti paragrafi hanno una valenza operativa diretta, in quanto consentono di definire una procedura immediata per la valutazione di massima della risposta del sistema in condizioni di esercizio, in termini di movimenti e stato di sollecitazione nella parete e sul vincolo.

Nonostante gli sforzi degli Autori, non è stato possibile reperire dalla letteratura specializzata casi documentati assimilabili geometricamente e meccanicamente al problema in esame, per i quali fossero disponibili misure attendibili di sollecitazioni e spostamenti della struttura ai fini di un confronto critico con la procedura proposta. In questa sede, pertanto, è possibile fornire solo un esempio di applicazione del metodo per un problema ideale.

A tal fine, si consideri una generica struttura di sostegno con caratteristiche analoghe a quelle considerate nello studio parametrico, per la quale siano state eseguite preliminarmente le verifiche di sicurezza imposte dalla Normativa finalizzate alla determinazione della minima profondità di infissione, D_{min}. I valori dello spostamento orizzontale massimo, S_w, del momento flettente massimo, M_m, e della reazione sul puntone, R, possono essere valutati come segue:

1) a partire dai valori noti delle caratteristiche geometriche (D, H) e meccaniche ($E_p J_p, m_E, \gamma, \phi$) del sistema si determinino i valori del rapporto di infissione D/H, del gradiente di rigidezza m_E/γ, della rigidezza relativa $\Xi = E_p J_p / m_E H^4$.
2) utilizzando i precedenti valori di D/H, ϕ e m_E/γ, si valutino dalle Figg. 3c), 4c) e 5c) i valori dei rapporti adimensionali $X^S{}_0$, $X^M{}_0$, e $X^R{}_0$ che corrispondono ad una rigidezza relativa Ξ (di riferimento) pari a 0.1 e a un coefficiente di spinta in quiete K_o (di riferimento) pari a 1.0;
3) per valori di Ξ e K_o diversi da quelli di riferimento, si determinino dalle Figg. 9b), 10b), 11b) i valori dei coefficienti correttivi Q^S, Q^M, Q^R;
4) utilizzando tali coefficienti correttivi, si valutino le grandezze adimensionali corrette attraverso le Eq. (4.2);

5) a partire dalle grandezze adimensionali corrette, è infine possibile determinare lo spostamento massimo della parete, il momento massimo e la reazione sul vincolo come:

$$S_w = X^S H \quad M_m = X^M \gamma H^3 \quad R = X^R \gamma H^2 \qquad (5.1)$$

5.1. Esempi di calcolo

Come esempio di applicazione del metodo, si consideri una struttura di sostegno vincolata in testa da realizzare in terreni incoerenti caratterizzati dalle seguenti proprietà fisico-meccaniche:

$\gamma = 20$ kN/m^3
$\phi = 32°$
$K_{o1} = 0.8$
$m_E = 8000$ kN/m^3
$m_E/\gamma = 400$

ove il valore di m_E corrisponde ad un valore operativo del modulo elastico E del terreno pari a circa 80 MPa, a 10 m di profondità. Le caratteristiche geometriche della parete valgano:

$H = 7$ m
$D = 0.4\,H = 2.8$ m $> D_{min}$

ove la profondità minima di infissione D_{min} sia stata preventivamente stimata dalle necessarie verifiche di sicurezza[7].

Si esaminano di seguito due casi distinti, rispettivamente di parete relativamente rigida (pali di grande diametro) e relativamente flessibile (palancola in acciaio).

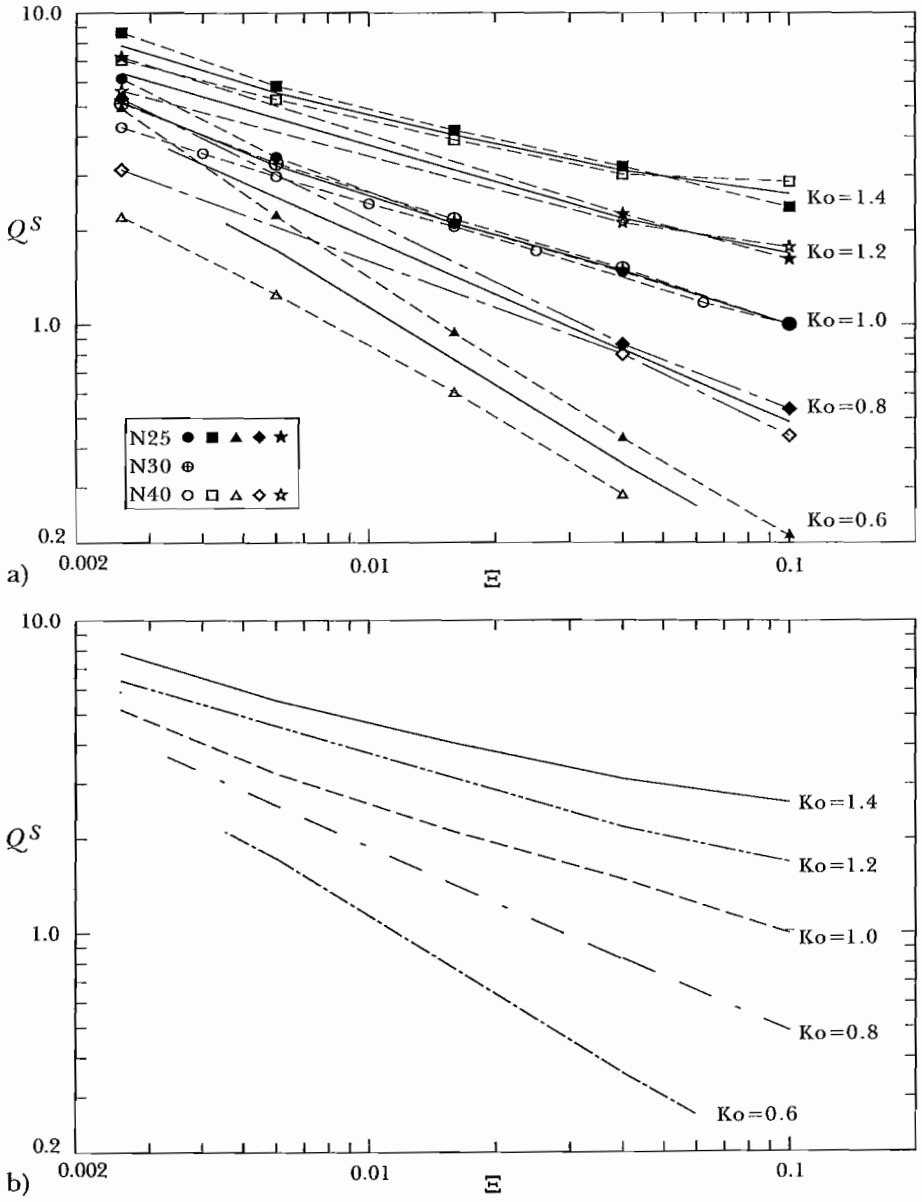

Fig. 9 – Coefficiente correttivo Q^S in funzione della rigidezza relativa Ξ; a) risultati delle analisi della Serie 2; b) abaco di progetto.
Fig. 9 – Correction factor Q^S vs. relative stiffness Ξ; a) results of Set 2 analyses; b) design chart.

Tab. IV – Programma delle analisi parametriche: Serie 2.
Tab. IV – Program of parametric analyses: Set 2.

analisi	caso	ϕ (°)	D/H	m_E/γ	K_o	Ξ
14 (base)	N25	25	1.00	125	1.0	0.1
14/1						$2.6\ 10^{-3}$
14/2						$6.0\ 10^{-3}$
14/3						$1.6\ 10^{-2}$
14/4						$4.0\ 10^{-2}$
14/5						$2.5\ 10^{-1}$
14/6					0.6	$2.6\ 10^{-3}$
14/7						$6.0\ 10^{-3}$
14/8						$1.6\ 10^{-2}$
14/9						$4.0\ 10^{-2}$
14/10						$1.0\ 10^{-1}$
14/11						$2.5\ 10^{-1}$
14/11					0.8	$2.6\ 10^{-3}$
14/12					0.8	$4.0\ 10^{-2}$
14/13					1.2	$2.6\ 10^{-3}$
14/14					1.2	$4.0\ 10^{-2}$
14/15					1.4	$2.6\ 10^{-3}$
14/16						$6.0\ 10^{-3}$
14/17						$1.6\ 10^{-2}$
14/18						$4.0\ 10^{-2}$
14/19						$1.0\ 10^{-1}$
14/20						$2.5\ 10^{-1}$
12 (base)	N30	30	0.50	125	1.0	0.1
12/1						$2.6\ 10^{-3}$
12/2						$1.6\ 10^{-2}$
12/3						$4.0\ 10^{-2}$
12/4						$2.5\ 10^{-1}$
12/5					0.6	$2.6\ 10^{-3}$
12/6						$1.6\ 10^{-2}$
12/7						$1.0\ 10^{-1}$
12/8						$2.5\ 10^{-1}$
12/9					1.4	$2.6\ 10^{-3}$
12/10						$1.6\ 10^{-2}$
12/11						$1.0\ 10^{-1}$
12/12						$2.5\ 10^{-1}$
54 (base)	N40	40	0.25	500	1.0	0.1
54/1						$2.6\ 10^{-3}$
54/2						$4.0\ 10^{-3}$
54/3						$6.0\ 10^{-3}$
54/4						$1.0\ 10^{-2}$
54/5						$1.6\ 10^{-2}$
54/6						$2.5\ 10^{-2}$
54/7						$4.0\ 10^{-2}$
54/8						6.2510^{-2}
54/9						$2.5\ 10^{-1}$
54/10					0.6	$2.6\ 10^{-3}$
54/11						$6.0\ 10^{-3}$
54/11						$1.6\ 10^{-2}$
54/12						$4.0\ 10^{-2}$
54/13						$1.0\ 10^{-1}$
54/14						$2.5\ 10^{-1}$
54/15					0.8	$2.6\ 10^{-3}$
54/16					0.8	$4.0\ 10^{-2}$
54/17					1.2	$2.6\ 10^{-3}$
54/18					1.2	$4.0\ 10^{-2}$
54/19					1.4	$2.6\ 10^{-3}$
54/20						$6.0\ 10^{-3}$
54/21						$1.6\ 10^{-2}$
54/22						$4.0\ 10^{-2}$
54/23						$1.0\ 10^{-1}$
54/24						$2.5\ 10^{-1}$

Tab. V – Confronti tra valori calcolati delle grandezze Q^S, Q^M e Q^R e valori medi.
Tab. V – Comparison between computed values and average values of Q^S, Q^M e Q^R.

K_o	Ξ	N25	N40	N30
		$\Delta Q/Q^s$ (%)	$\Delta Q/Q^s$(%)	$\Delta Q/Q^s$(%)
analisi n.		14/6 – 14/11	54/10 – 54/14	
0.6	0.006	28.10	28.03	/
	0.016	21.59	21.33	/
	0.040	20.11	20.39	/
analisi n.		14/1 – 14/5	54/1 – 54/9	12/1 – 12/4
1.0	0.006	6.33	7.84	1.51
	0.016	0.43	2.56	2.94
	0.040	1.28	/	1.28
	0.100	0.00	0.00	/
analisi n.		14/15 – 14/20	54/19 – 54/24	/I
1.4	0.006	5.00	5.00	/
	0.016	3.56	3.56	/
	0.040	2.86	2.89	/
	0.100	9.34	9.34	/

K_o	Ξ	N25	N40	N30
		$\Delta Q/Q^M$(%)	$\Delta Q/Q^M$(%)	$\Delta Q/Q^M$(%)
analisi n.		14/6 – 14/11	54/10 – 54/14	
0.6	0.006	16.87	17.28	/
	0.016	7.39	7.39	/
	0.040	1.20	0.90	/
	0.100	5.54	5.54	/
analisi n.		14/1 – 14/5	54/1 – 54/9	12/1 – 12/4
1.0	0.006	2.06	4.13	6.19
	0.016	7.60	13.45	6.04
	0.040	2.62	/	2.77
	0.100	0.00	0.00	/
analisi n.		14/15 – 14/20	54/19 – 54/24	/
1.4	0.006	5.89	5.89	/
	0.016	10.0	10.12	/
	0.040	2.89	2.82	/
	0.100	11.12	11.12	/

K_o	Ξ	N25	N40	N30
		$\Delta Q/Q^R$(%)	$\Delta Q/Q^R$(%)	$\Delta Q/Q^R$(%)
analisi n.		14/6 – 14/11	54/10 – 54/14	/
0.6	0.006	20.86	20.86	/
	0.016	12.30	12.61	/
	0.040	5.75	5.75	/
	0.100	2.64	2.64	/
analisi n.		14/1 – 14/5	54/1 – 54/9	i 12/1 – 12/4
1.0	0.006	0.80	4.22	3.41
	0.016	4.55	7.74	3.03
	0.040	1.34	/	1.47
	0.100	0.00	0.00	/
analisi n.		14/15 – 14/20	54/19 – 54/24	/
1.4	0.006	4.60	4.60	/
	0.016	4.79	4.79	/
	0.040	1.18	1.18	/
	0.100	6.26	6.26	/

Tab. VI – Esempi di applicazione del metodo.
Tab. VI – Examples of the calculation procedure.

Caso	X	K_o	X_0^S	X_0^M	X_0^R	Q^S	Q^M	Q^R	S_w (m)	M_m (kNm/m)	R (kN/m)
pali ϕ 1000	$7.0 \cdot 10^{-2}$	0.8	$5.75 \cdot 10^{-4}$	0.07	0.155	0.60	0.61	0.62	0.0024	293	94
		1.2				2.00	1.20	1.30	0.0079	576	198
palancole in acciaio	$6.0 \cdot 10^{-3}$	0.8	$5.75 \cdot 10^{-4}$	0.07	0.155	2.50	0.30	0.40	0.0100	144	61
		1.2				4.40	0.43	0.66	0.0178	206	101

5.1.1. Pali di grande diametro

Si consideri il caso di una parete relativamente rigida per le dimensioni dello scavo in esame, costituita da una paratia di pali trivellati di diametro ϕ 1000 (d = 1.0 m) con interasse fra i pali i = 1.1 m, adottata per limitare gli spostamenti della parete e del terreno. In questo caso risulta:

$$E_p \cong 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$J_p = \frac{\pi d^4/64}{i} = 0.045 \text{ m}^4/\text{m}$$

$$E_p J_p = 3 \cdot 10^7 \cdot 0.045 = 1.34 \cdot 10^6 \text{ kN m}^2/\text{m}$$

$$\Xi = \frac{E_p J_p}{m_E H^4} = 7.0 \cdot 10^{-2}$$

Avvalendosi della Fig. 3c) si ottiene:

$$X_0^S \cdot \frac{m_E}{\gamma} \simeq 0.23$$

da cui risulta uno spostamento normalizzato

$$X_0^S = 0.23/400 = 5.75 \cdot 10^{-4}.$$

Similmente dalle Figg. 4c) e 5c) si ricavano i valori delle sollecitazioni normalizzate (X_0^M, X_0^R) elencati nella Tab. VI. I valori dei coefficienti correttivi Q^S, Q^M, Q^R per $\Xi = 7.0 \cdot 10^{-2}$ e per $K_{o1} = 0.8$ sono ricavati dalle Figg. 9b)÷11b) ed elencati anch'essi in Tab. VI. In definitiva, i valori dello spostamento massimo e delle sollecitazioni nella struttura valgono:

$$S_w = X_0^S H Q^S = 5.75 \cdot 10^{-4} \cdot 7 \cdot 0.60 = 0.0024 \text{ m} = 2.4 \text{ mm}$$

$$M_m = X_0^M \gamma H^3 Q^M = 0.07 \cdot 20 \cdot 7^3 \cdot 0.61 = 293 \text{ kNm/m}$$

$$R = X_0^R \gamma H^2 Q^R = 0.155 \cdot 20 \cdot 7^2 \cdot 0.62 = 94 \text{ kN/m}$$

La verifica alle tensioni ammissibili del palo con un momento massimo (M_{mp}):

$$M_{mp} = M_m i = 322 \text{ kNm}$$

risulterebbe soddisfatta con una armatura longitudinale relativamente debole ($\cong 100 \text{ cm}^2$).

Lo spostamento orizzontale massimo della parete (S_w = 2.4 mm) risulta effettivamente modesto. Peraltro, adottando la correlazione empirica proposta da PANE & TAMAGNINI [1997] tra S_w e spostamento verticale massimo (S_v) del terreno a tergo:

$$S_v = 0.94 \, S_w \cong S_w \qquad (5.2)$$

questo valore dello spostamento della parete è confrontabile con il massimo abbassamento indotto dallo scavo nel terreno a monte.

5.1.2. Palancole in acciaio

Si consideri ora il caso, opposto al precedente, di una parete relativamente flessibile costituita da palancole metalliche aventi le seguenti caratteristiche inerziali e modulo di resistenza W (es: palancole ARBED, profilo BU-25):

$$E_p \cong 2.1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$$

$$J_p = 55000 \text{ cm}^4/\text{m} = 5.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4/\text{m}$$

$$E_p J_p = 2.1 \cdot 10^8 \cdot 5.5 \cdot 10^{-4} = 1.15 \cdot 10^5 \text{ kN m}^2/\text{m}$$

$$W = 2500 \text{ cm}^3/\text{m} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}.$$

La rigidezza relativa parete-terreno vale:

$$\Xi = \frac{E_p J_p}{m_E H^4} = 6.0 \cdot 10^{-3}$$

Seguendo la procedura già indicata per il caso precedente, si ottengono i valori dei gruppi adimensionali X_0^S, X_0^M, X_0^R e dei coefficienti correttivi Q^S, Q^M, Q^R elencati nella Tab. VI per $K_{o1} = 0.8$. I valori dello spostamento massimo e delle sollecitazioni nella struttura valgono pertanto:

$$S_w = X_0^S H Q^S = 5.75 \cdot 10^{-4} \cdot 7 \cdot 2.50 = 0.0100 \text{ m} = 10.0 \text{ mm}$$

$$M_m = X_0^M \gamma H^3 Q^M = 0.07 \cdot 20 \cdot 7^3 \cdot 0.30 = 144 \text{ kNm/m}$$

$$R = X_0^R \gamma H^2 Q^R = 0.155 \cdot 20 \cdot 7^2 \cdot 0.4 = 61 \text{ kN/m}$$

In questo caso il momento massimo nella struttura è circa il 50% di quello calcolato nell'esempio precedente, e una verifica alle tensioni ammissibili della

palancola risulterebbe ampiamente soddisfatta, in quanto conduce a tassi di lavoro nell'acciaio (σ_a):

$$\sigma_a = \frac{M_m}{W} = 58 \text{ MPa} \qquad (5.5)$$

Al contrario, lo spostamento massimo della parete e del terreno a monte ($S_v \cong S_w = 10$ mm), circa quadruplo di quello precedente, potrebbe in molti casi risultare inaccettabile in presenza di manufatti a tergo della parete.

5.1.3. Influenza di K_o

A titolo di esempio, la Tab. VI mostra, per i due casi precedenti, i valori dello spostamento massimo e delle sollecitazioni nella parete calcolati, secondo la stessa procedura, per un valore del coefficiente di spinta in quiete $K_{o2} = 1.5\ K_{o1} = 1.2$. Si noti il notevole incremento di tutte le grandezze calcolate, specie per la parete di maggiore rigidezza.

6. Conclusioni

Il presente lavoro si inquadra nell'ambito degli studi – a carattere numerico – volti a chiarire l'influenza dei vari fattori geometrici e meccanici che condizionano la risposta di una particolare classe di strutture di sostegno, *i.e.*, paratie ancorate in testa a sostegno di scavi in terreni incoerenti ed in assenza

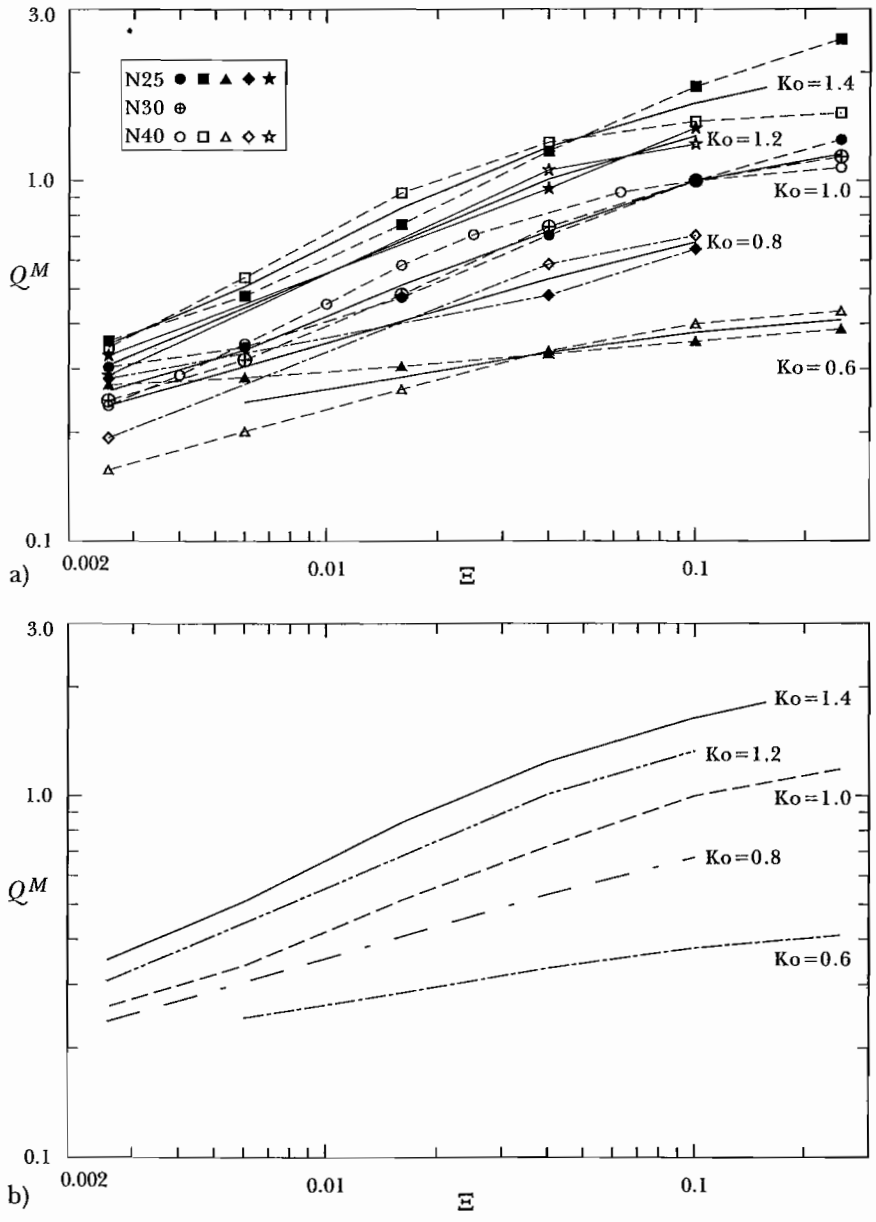

Fig. 10 – Coefficiente correttivo Q^M in funzione della rigidezza relativa Ξ; a) risultati delle analisi della Serie 2; b) abachi di progetto.
Fig. 10 – Correction factor Q^M vs. relative stiffness Ξ; a) results of Set 2 analyses; b) design chart.

di falda. A tale scopo è stato condotto un approfondito studio parametrico, costituito da due diverse serie di analisi numeriche, per valutare l'effetto di:
- altezza di scavo;
- profondità di infissione della parete;
- angolo d'attrito del terreno;
- rigidezza del terreno;
- rigidezza flessionale della parete;
- coefficiente di spinta in quiete;

sulla risposta della struttura di sostegno, in termini di spostamento orizzontale massimo della parete, momento flettente massimo e sollecitazione sul vincolo. Un elemento fondamentale dell'approccio impiegato nel presente lavoro è rappresentato dall'applicazione dei principi dell'analisi dimensionale e del teorema di Buckingham per definire il comportamento del sistema mediante relazioni funzionali tra gruppi adimensionali indipendenti. A causa della notevole complessità del problema in questione, la natura di tali funzioni è stata definita attraverso i risultati dello studio parametrico. Ciò consente di estendere l'applicabilità dei risultati all'intera classe di scavi caratterizzati da valori delle grandezze adimensionali indipendenti compresi nel campo di indagine esaminato.

Rappresentati opportunamente in forma grafica, i risultati dello studio parametrico hanno dunque una valenza operativa diretta, in quanto permettono di definire una procedura speditiva per la valutazione di massima della risposta del sistema

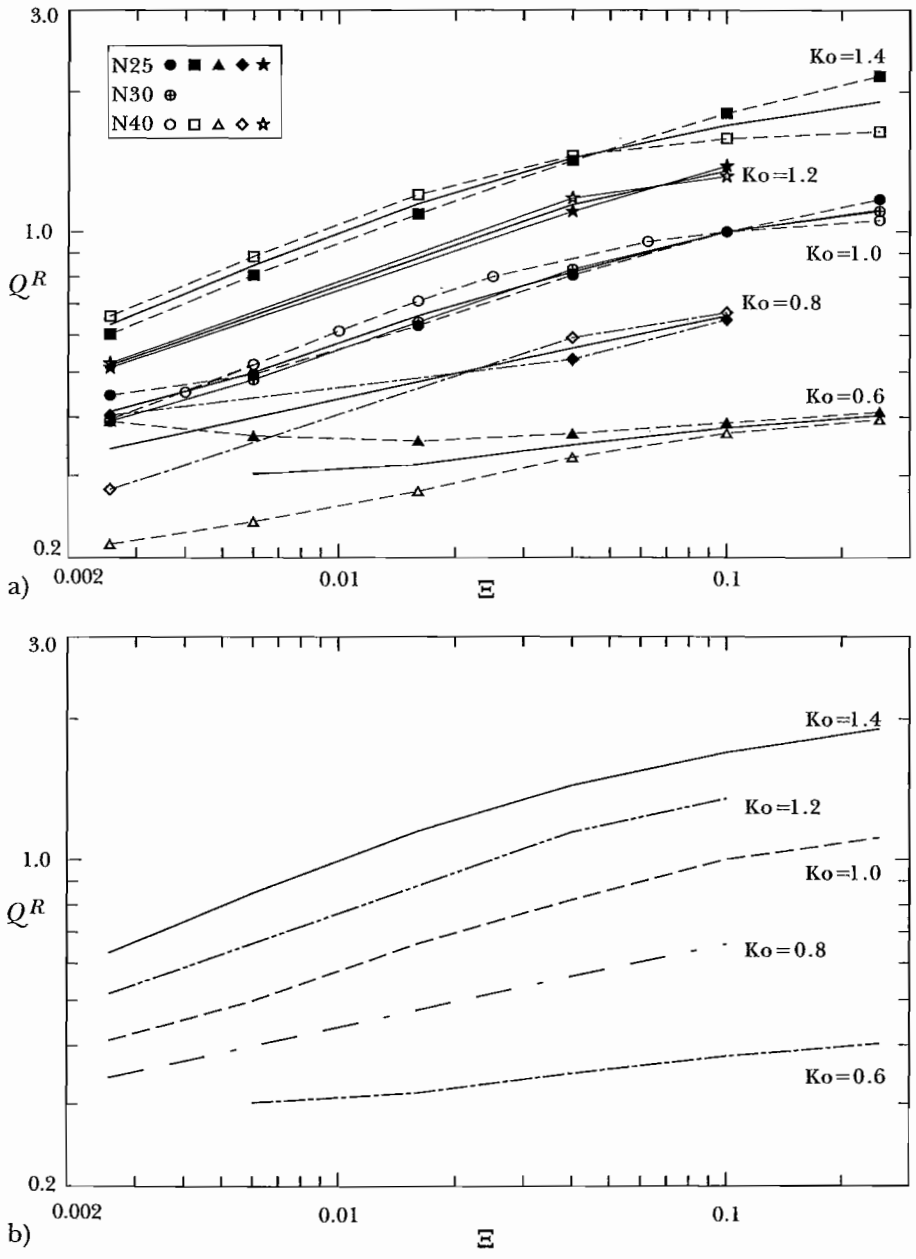

Fig. 11 – Coefficiente correttivo Q^R in funzione della rigidezza relativa Ξ; a) risultati delle analisi della Serie 2; b) abaco di progetto.
Fig. 11 – Correction factor Q^R vs. relative stiffness Ξ; a) results of Set 2 analyses; b) design chart.

terreno-struttura di sostegno in condizioni di esercizio. È opinione degli Autori che tale valutazione di massima possa rivestire un ruolo non secondario nella progettazione di simili strutture, alla luce dell'ampio campo di variabilità del comportamento del sistema che lo stesso studio ha messo in evidenza.

Ringraziamenti

Lavoro svolto con il contributo MURST COFIN 2001.

Lista dei simboli

a_c intercetta della funzione $c(z)$
a_E intercetta della funzione $E(z)$
a_ϕ intercetta della funzione $\phi(z)$
c coesione
d sovra-scavo precedente l'installazione del generico vincolo
h spaziatura tra i vincoli
m_c pendenza della funzione $c(z)$
m_E pendenza della funzione $E(z)$
m_ϕ pendenza della funzione $\phi(z)$
A spessore dello strato deformabile
B semilarghezza dello scavo
D profondità di infissione della parete
E_p modulo di Young della parete
H altezza dello scavo
K_o coefficiente di spinta in quiete
M_m momento flettente massimo nella parete
Q^S coefficiente correttivo per lo spostamento orizzontale massimo normalizzato
Q^M coefficiente correttivo per il momento flettente massimo normalizzato
Q^R coefficiente correttivo per la forza assiale sui puntoni normalizzata
R_i forze assiali sui puntoni, ove k è il numero dei puntoni ($i = 1,..k$)
S_w spostamento orizzontale massimo della parete
T spessore della parete
X^S spostamento orizzontale massimo normalizzato
X^M momento flettente massimo normalizzato
X_i^R forza assiale sui puntoni normalizzata
ϕ angolo di attrito del terreno
γ peso dell'unità di volume del terreno
ν coefficiente di Poisson del terreno
ν_p coefficiente di Poisson della parete
σ_n tensione normale
τ_f resistenza a taglio
ξ rapporto di dilatanza
Ξ rigidezza relativa parete-terreno

Note

[1] La natura delle caratteristiche di deformabilità e resistenza del terreno va qui intesa in termini generali. Essa si specializza una volta definite opportunamente le condizioni (drenate o non-drenate) assunte per il problema.

[2] ipotesi applicabile nei casi di: *i*) terreno asciutto; *ii*) terreno saturo nelle analisi condotte in termini di tensioni totali.

[3] Si noti che la sezione ove si verifica lo spostamento orizzontale massimo della parete è funzione della rigidezza relativa Ξ.

[4] vale a dire, anche per valori di m_E/γ elencati nella Tab. III ma non riportati nelle Figg. 3-5 per motivi di brevità.

[5] Si noti che una ulteriore decomposizione moltiplicativa delle funzioni C nella forma $C(\Xi,K_o) = C_1(\Xi)\, C_2(K_o)$ non è perseguibile, a fronte dei risultati evidenziati, ad esempio, nelle Figg. 7b e 8b.

[6] in particolare, le analisi relative ai casi 14, 12 e 54 della Tab. III.

[7] ad esempio, un fattore di sicurezza FS = 1.25 applicato a tanϕ ed i coefficienti di spinta di Caquot & Kerisel fornirebbero $D_{min} = 2.0 \div 2.3$ m.

Bibliografia

BAUER E. (1996) – *Calibration of a comprehensive hypoplastic equation for granular materials*. Soils and Foundations 36 (1), pp. 13-26.

BROWN P. T., BOOKER J. R. (1985) – *Finite element analysis of excavations*. Computers & Geotechnics 1, pp. 207-220.

CUNDALL P., BOARD M. (1988) – *A microcomputer program for modelling large–strain plasticity problems*. In: Swoboda (Ed.), *Numerical Methods in Geomechanics*, Balkema, Rotterdam.

EUROCODICE 7, (2003) – *Geotechnical design*. Part 1, General Rules CEN, TC 250.

GUDEHUS G. (1996) – *A comprehensive constitutive equation for granular materials*. Soils and Foundations 36 (1), pp. 1-12.

HASHASH Y. M. A., WHITTLE A. J. (1996) – *Ground movement prediction for deep excavations in soft clay*. ASCE J. of Geotech. Engng. Div., 122 (6), pp. 474-486.

ISHIHARA K. (1986) – *Relations between process of cutting and uniqueness of solutions*. Soils and Foundations, 10, pp. 50-65.

ITASCA (1995) – *FLAC v.3.0 User's Manual*. ITASCA Consulting Group.

LANGHAAR H. L. (1951) – *Dimensional Analysis and Theory of Models*. Krieger Publishing Co.

MANA A. I., CLOUGH G. W. (1981) – *Predictions of movements for braced cuts in clay*. ASCE J. of Geotech. Engng. Div., 107 (GT6), pp. 759-777.

PANE V., TAMAGNINI C. (1997) – *Problemi generali dell'analisi delle opere di sostegno*. In: CNR, Gruppo Naz. Coord. Ricercatori Universitari (Ed.), *Il Modello Geotecnico del Sottosuolo nella Progettazione delle Opere di Sostegno e degli Scavi*. vol. II, Hevelius, Benevento.

POTTS D. M., BOND A. J. (1994) – *Calculation of structural forces for propped retaining wall*. In: *XIII Int.*

Conf. Soil Mech. Found. Engng., New Dehli. Balkema, Rotterdam.

POTTS D. M., FOURIE A. B. (1984) – *The behaviour of a propped retaining wall: results of a numerical experiment*. Géotechnique, 34, 3, pp. 383-404.

POTTS D. M., FOURIE A. B. (1985) – *The effect of wall stiffness on the behaviour of a propped retaining wall*. Géotechnique, 35, 3, pp. 347-352.

POWRIE W., LI E. S. F. (1991) – *Finite element analysis of an in situ wall propped at formation level*. Géotechnique, 41, 4, pp. 499-514.

SIMPSON B. (1992) – *Retaining structures: displacements and design*. Géotechnique, 42, 4, pp. 541-576.

TAMAGNINI C., PANE V., CECCONI M. (2002) – *Studio parametrico del comportamento di paratie ancorate*. Rivista Italiana di Geotecnica, 36, n. 1, pp. 23-43.

The behaviour of propped retaining walls in cohesionless soils: a parametric study

Summary

In the present work, an extensive parametric study is performed in order to assess the influence of the difference factors which control the response of a particular class of retaining structures, i.e., propped retaining walls in dry cohesionless soils. The principles of dimensional analysis and Buckingham's theorem have been used in order to define and highlight such factors by means of non-dimensional independent groups. The functional relationships among these non-dimensional groups have then been examined through an extensive parametric study, carried out with finite-difference analyses. A simple procedure is finally presented to demonstrate the usefulness of the method for preliminary design.