

Spinta attiva sismica sui muri a mensola

Venanzio R. Greco*

Sommario

La spinta sui muri a mensola in condizione sismica viene ordinariamente valutata attraverso il metodo di Rankine con l'approccio pseudo statico. L'applicabilità di tale metodo è tuttavia limitata a condizioni geometriche e di carico molto semplici. Nell'articolo viene dimostrato che lo stesso valore della spinta ottenuto con il metodo di Rankine, quando questo è applicabile, può essere ricavato anche con il metodo di Coulomb, massimizzando la componente orizzontale di spinta (o minimizzando quella verticale) sotto opportune condizioni. L'uso del metodo di Coulomb consente, inoltre, di dare soluzione ad una serie di problemi di spinta delle terre che non sono risolvibili con il metodo di Rankine.

1. Introduzione

Il metodo pseudo statico costituisce uno strumento semplice ed efficace, in grado di dare soluzione a problemi di calcolo della spinta delle terre in condizioni sismiche. Il suo uso in Italia è ricorrente nella progettazione ordinaria, essendo consentito, sia dal D.M. LL. PP. 11 Marzo 1988, che dal più recente EUROCODICE EC8.

La semplicità dell'approccio discende dalla modellazione delle azioni sismiche come forze di massa agenti staticamente, per cui l'analisi della spinta può essere condotta in maniera del tutto simile al caso in cui siano presenti sole forze gravitazionali. In questa ottica, OKABE [1926] e MONONOBE e MATSUO [1929] hanno esteso il metodo di COULOMB [1773], sommando, al peso W del cuneo di spinta ABC (Fig. 1), una forza sismica orizzontale, F_h , ed una forza sismica verticale, F_v , con moduli legati al peso, W , rispettivamente attraverso un coefficiente di intensità sismica orizzontale, k_h , ed uno di intensità sismica verticale, k_v :

$$F_h = k_h W, \quad (1a)$$

$$F_v = k_v W. \quad (1b)$$

La spinta S_{as} , che si ottiene dalle condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo ABC , ha una espressione formalmente simile a quella ricavata in condizioni statiche:

$$S_{as} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{1+k_v}{\cos\theta} K_{as}^C, \quad (2)$$

ove h è l'altezza della parete di spinta BC , γ il peso dell'unità di volume del terreno costituente il terrapie-

no, $\theta = \tan^{-1}[k_h/(1+k_v)]$ e K_{as}^C è il coefficiente di spinta attiva in condizione sismica, dato dalla relazione:

$$K_{as}^C = \left(\frac{\frac{\sin(\beta + \theta - \phi')}{\sin\beta}}{\sqrt{\sin(\beta + \theta + \delta) + \frac{\sin(\phi' + \delta) \sin(\phi' - \varepsilon - \theta)}{\sin(\beta - \varepsilon)}}} \right)^2, \quad (3)$$

in cui, β è l'angolo di inclinazione della parete di spinta ed ε quello del profilo topografico, ambedue misurati come indicato in Fig. 1; mentre δ è l'angolo di inclinazione della spinta rispetto alla normale alla parete BC , che separa il muro dal retrostante terrapieno, e ϕ' è l'angolo di resistenza a taglio del terreno.

Il metodo di Coulomb trova impiego prevalentemente per i muri a gravità, ove il valore dell'ango-

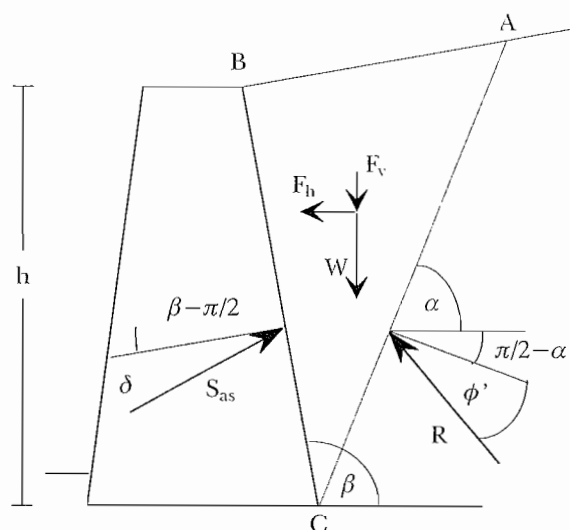


Fig. 1 – Forze agenti sul cuneo di spinta nel metodo di Mononobe e Okabe.

Fig. 1 – Forces acting on the thrust wedge in the method of Mononobe and Okabe.

* Ricercatore di Geotecnica e Professore per affidamento di Opere di Sostegno. Facoltà di Ingegneria. Università degli Studi della Calabria, 87030, Roges di Rende (Cs).
venanziogreco@libero.it.

lo δ viene fissato arbitrariamente, tenendo conto dalla scabrezza della parete di spinta BC .

I muri a mensola, al contrario, sono studiati facendo generalmente riferimento alla teoria di Rankine, in cui il masso risulta plasticizzato secondo due famiglie di superfici di rottura, inclinate rispettivamente degli angoli (Fig. 2a):

$$\chi = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} - \frac{\Delta - \varepsilon + \theta}{2} \quad (4a)$$

e

$$\rho = \frac{3}{4}\pi - \frac{\phi'}{2} - \frac{\Delta - \varepsilon + \theta}{2} \quad (4b)$$

ove $\Delta = \sin^{-1}[\sin(\varepsilon + \theta)/\sin\phi']$.

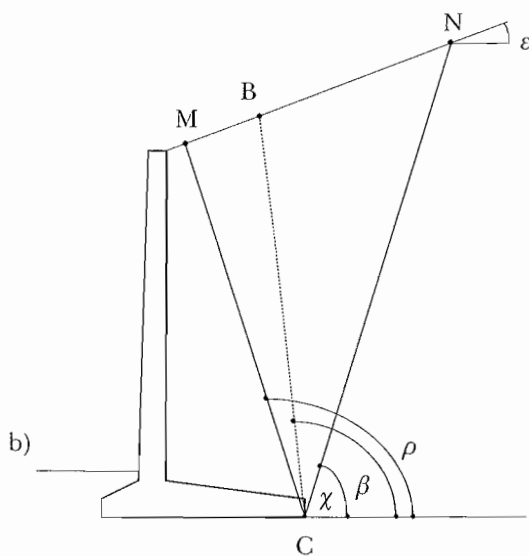
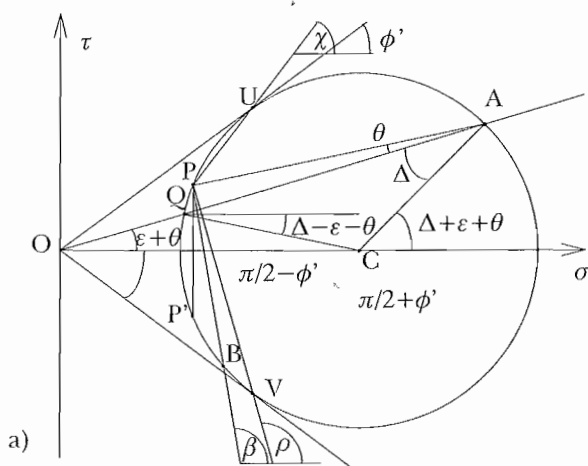


Fig. 2 - a) Circolo di Mohr relativo allo stato di tensione di un punto del cuneo di rottura. b) Cuneo di spinta MNC a tergo di un muro a mensola secondo la teoria di Rankine.
Fig. 2 - a) Circle of Mohr relative to the stress state in a point of the failure wedge. b) Thrust wedge MNC behind a cantilever wall using Rankine's theory.

Similmente al metodo di Coulomb, il metodo di Rankine può includere forze sismiche di tipo pseudo statico, dando luogo ad una spinta attiva, il cui coefficiente K_{as}^R , relativo ad una generica parete BC inclinata di β rispetto all'orizzontale (Fig. 2b), è dato da:

$$K_{as}^R = \frac{\sqrt{1 + \sin^2\phi' + 2 \sin\phi' \cos(2\beta - \varepsilon + \Delta + \theta)} \sin(\beta - \varepsilon)}{\cos(\varepsilon + \theta) + \sqrt{\cos^2(\varepsilon + \theta) - \cos^2\phi'}} \frac{1}{\sin^2\beta} \quad (5)$$

I metodi di Coulomb e di Rankine sono assai dissimili nella loro impostazione.

Il metodo di Coulomb è un tipico metodo dell'equilibrio limite, in cui la spinta viene ricavata mediante le sole equazioni di equilibrio globale delle forze agenti sul cuneo di spinta, senza che venga garantita l'ammissibilità locale dello stato tensionale. Addirittura, poiché l'equilibrio dei momenti non viene imposto, il metodo deve essere annoverato nella classe dei metodi semplificati.

Il metodo di Rankine, invece, come tutti i metodi delle tensioni, consente di ricavare lo stato di sollecitazione in tutti i punti del cuneo di rottura e, inoltre, ne garantisce l'ammissibilità rispetto al criterio di rottura di Mohr-Coulomb. Esso perviene alla valutazione della spinta, mediante l'integrazione degli sforzi agenti sulla parete, e fornisce anche l'inclinazione della spinta come parte della soluzione.

Si comprende, perciò, come eventuali differenze nel calcolo delle spinte ottenute attraverso i due metodi, possano senz'altro essere giustificate.

Tuttavia, le spinte relative alla superficie di rottura MC di Rankine (Fig. 2b) calcolate con i due metodi sono uguali, come è stato dimostrato per il caso statico [GRECO, 1999], e come viene qui dimostrato, nell'appendice 1, per il caso sismico analizzato con l'approccio pseudo-statico. Coincidendo su tale piano, esse devono necessariamente coincidere su ogni altro piano BC genericamente inclinato di β (per l'equilibrio del cuneo di rottura MCB), e la spinta può essere calcolata anche con il metodo di Coulomb, a patto di attribuire il valore opportuno all'angolo δ nell'espressione di K_{as}^C . Anzi, l'angolo δ può essere ricavato proprio dalle condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo MCB .

La spinta su una parete BC può allora essere calcolata indifferentemente con una delle due seguenti procedure:

- con il metodo di Rankine, calcolando il coefficiente di spinta attiva mediante la (5);
- con il metodo di Coulomb, calcolando la spinta sul piano di rottura MC (assumendo $\beta = \rho$ e $\delta = \phi'$) e poi ricavando la spinta su BC dalle condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo MBC .

Comunque, ci si rende conto che il metodo di Coulomb non è in grado di determinare autonomamente l'angolo ρ , che invece è possibile ricavare con metodo di Rankine, per cui l'uso del metodo di Coulomb per il calcolo della spinta sui muri a mensola non risulta competitivo con quello di Rankine.

Purtroppo, a proposito del metodo di Rankine, bisogna rilevare che il suo campo di applicabilità è ristretto a condizioni geometriche e di carico molto semplici, che possono sintetizzarsi in: profilo topografico planare, assenza di linee e strisce di carico sul terrapieno, eventuali moti di filtrazione diretti parallelamente al profilo topografico. Il tacco del muro, inoltre, deve essere sufficientemente lungo, perché il cuneo di rottura di Rankine non intercetti il muro e non ne venga interrotto. Il metodo di Coulomb è, al contrario, un metodo molto versatile, in grado di esaminare un ampio campo di condizioni geometriche e di carico; tra cui quelle precedentemente menzionate, limitanti l'uso del metodo di Rankine.

In questo articolo, viene presentato un approccio razionale che consente l'uso del metodo di Coulomb per il calcolo della spinta attiva in condizioni sismiche con il metodo pseudo-statico sotto condizioni generali per quanto attiene alla conformazione geometrica del profilo topografico del terrapieno e dei carichi su esso agenti. La sezione 2 è dedicata allo studio dei muri a mensola con tacco lungo (intendendo con tale termine quelli in cui il piano BC , di Fig. 2b intercetti il profilo topografico); mentre nella sezione 3 saranno studiati i muri con tacco corto (in cui il piano BC interseca il muro).

Il lavoro costituisce, in effetti, una estensione, al caso sismico, di un approccio già sviluppato per il calcolo della spinta sui muri a mensola relativamente al caso statico [GRECO, 1999, 2001].

2. Muri a mensola con tacco lungo

Nel metodo di Coulomb il piano di rottura MC di Rankine è incognito (Fig. 2b), ma, se si conoscesse il valore dell'angolo δ , la spinta attiva sismica, P_{as} , agente su un piano generico BC inclinato di β , potrebbe essere facilmente calcolata dalla seguente relazione, riferita alla Fig. 3:

$$P_{as} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{1+k_v}{\cos\theta} K_{as} = \frac{1}{2} \gamma \bar{h}^2 \frac{1+k_v}{\cos\theta} \left(\frac{\sin\beta \cos\varepsilon}{\sin(\beta-\varepsilon)} \right)^2 K_{as}, \quad (6)$$

Se ipotizziamo, per il momento, che tale piano BC coincida con il piano di rottura MC di Rankine, allora il coefficiente di spinta attiva, K_{as} , della (3) va caratterizzato con l'assunzione $\delta = \phi'$ e la spinta risulta

inclinata di $\beta + \pi/2 + \phi'$ rispetto al semiasse positivo delle ascisse. La spinta P_{as} è così funzione, in direzione e modulo, dell'angolo β , arbitrariamente assunto.

Un esame comparativo delle diverse spinte, al variare di β , è significativo solamente se tali spinte sono trasferite su uno stesso piano di riferimento, arbitrariamente scelto. Nel prosieguo del lavoro, si assumerà, per pura comodità di calcolo, questo piano come quello verticale CE passante per il tacco del muro (come nella Fig. 3).

Le condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo BCE sono allora espresse dalle relazioni:

$$S_{ash} = P_{as} \sin(\beta + \phi') - k_h W_1, \quad (7a)$$

$$S_{asv} = -P_{as} \cos(\beta + \phi') - (1 + k_v) W_1, \quad (7b)$$

dove S_{ash} e S_{asv} sono, rispettivamente, la componente orizzontale e quella verticale della spinta attiva sismica, S_{as} , agente sul piano CE , mentre W_1 è il peso del cuneo BCE .

È possibile dimostrare (appendice 2) che le funzioni S_{ash} ed S_{asv} assumono i loro valori estremi per lo stesso valore dell'angolo β e che tale valore coincide con quello dell'angolo ρ di Rankine.

Conseguentemente, è possibile determinare l'angolo ρ , anche usando il metodo di Coulomb, attraverso una delle due condizioni.

$$\frac{dS_{ash}}{d\beta} = 0 \quad \frac{dS_{asv}}{d\beta} = 0 \quad (8)$$

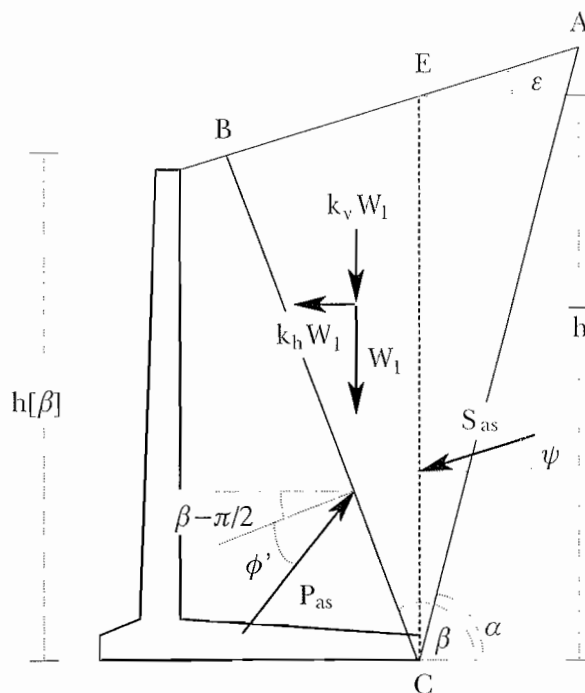


Fig. 3 – Forze agenti sul cuneo BCE (muro con tacco lungo).
Fig. 3 – Forces acting on the wedge BCE (wall with elongated heel).

Circa la natura di questi estremi, una indagine numerica porta a ritenere che l'estremo di S_{ash} sia un massimo, mentre quello di S_{asv} sia un minimo. Infatti, la derivata seconda di S_{ash} rispetto a β , calcolata per $\beta=\rho$, è sempre negativa, mentre quella di S_{asv} è sempre positiva. A titolo indicativo, nella Fig. 4, le due derivate sono rappresentate adimensionalmente per assegnati valori di k_h e k_v , al variare di ϕ' ed ε .

Ovviamente, è possibile determinare l'angolo ρ , anche minimizzando il rapporto S_{asv}/S_{ash} rispetto a β , oppure l'angolo ψ , definito come:

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{S_{asv}}{S_{ash}} \right), \quad (9)$$

che rappresenta l'inclinazione della spinta agente sulla parete di riferimento EC (Fig. 3).

Inoltre, come viene dimostrato nell'appendice 3, per $\beta = \rho$ il coefficiente di sicurezza a scorrimento lungo la base, F_s , assume il suo minimo.

Una tale considerazione non può, invece, essere estesa anche al coefficiente di sicurezza a ribaltamento, la cui funzione dipende dall'inclinazione del piano di riferimento [GRECO, 1997].

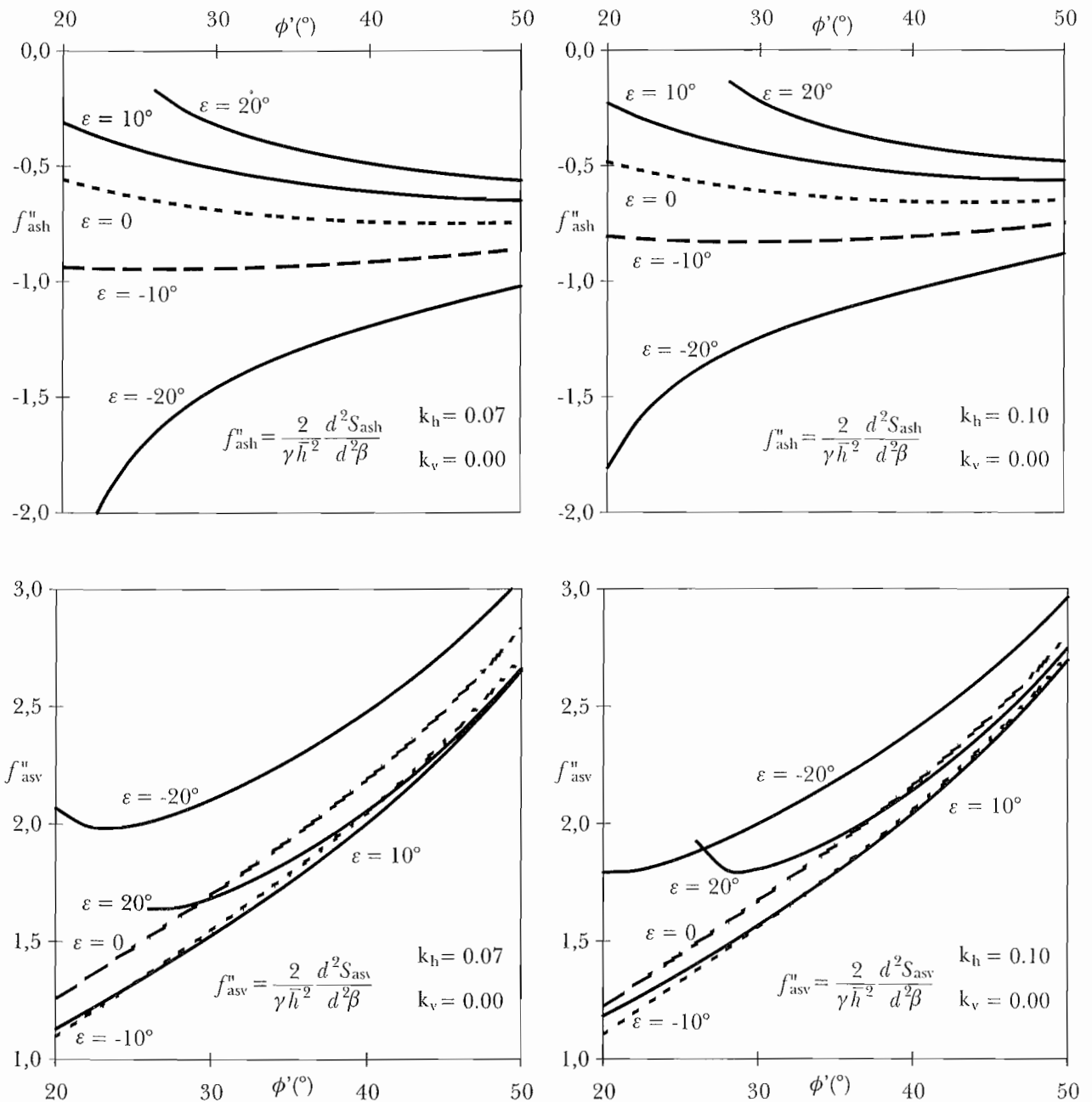


Fig. 4 – Andamento delle derivate seconde adimensionalizzate delle funzioni S_{ash} ed S_{asv} in funzione degli angoli ϕ' ed ε per $\beta = \rho$.

Fig. 4 – Dimensionless second derivatives of thrust components S_{ash} and S_{asv} in terms of angles ϕ' and ε for $\beta = \rho$.

In definitiva, quindi, nelle condizioni di Fig. 3, per $\beta = \rho$, le funzioni S_{ash} , S_{asv} , ψ e F_s assumono i loro valori estremi. Di conseguenza, l'angolo ρ di Rankine può essere ottenuto anche con il metodo di Coulomb, estremando una di tali funzioni.

Tale conclusione è relativa al caso in cui il terrapieno abbia profilo topografico piano e non sia soggetto a carichi applicati (se non uniformemente distribuiti e verticali). Solo in tali ipotesi, infatti, la spinta attiva è calcolabile con il coefficiente K_{as} ottenuto per estensione dalla soluzione di MUELLER BRESLAU (1906), che qui è stato impiegato. Nel caso generale, in cui il profilo topografico sia irregolare o sia soggetto a carichi generici, la questione ha bisogno di essere affrontata diversamente.

Passando, allora, ad analizzare il caso generale, sempre nell'ambito dei muri con tacco lungo, illustrato in Fig. 5, siano V e H rispettivamente le componenti verticale ed orizzontale delle forze di massa agenti sul cuneo ABC e delle forze di superficie agenti sul tratto AEB del profilo topografico, con V e H assunte positive se i relativi vettori sono diretti rispettivamente verso il basso e verso il muro.

La spinta P_{as} agente sul piano BC può essere ricavata dalle condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo ABC :

$$P_{as}(\alpha, \beta) = \frac{V \sin(\alpha - \phi') + H \cos(\alpha - \phi')}{\sin(\beta + 2\phi' - \alpha)} \quad (10)$$

dove α è l'inclinazione del piano AC che delimita il cuneo di spinta.

Le condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo BCE sono espresse dalle relazioni:

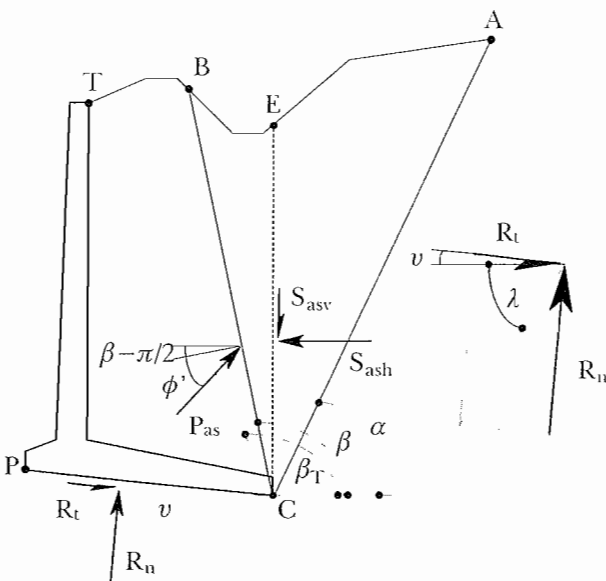


Fig. 5 - Sezione trasversale di un muro a mensola con tacco lungo in condizioni generali.

Fig. 5 - Cross section of a cantilever wall with elongated heel in general condition.

$$S_{ash} = P_{as} \sin(\beta + \phi') - H' \quad (11a)$$

$$S_{asv} = -P_{as} \cos(\beta + \phi') - V' \quad (11b)$$

dove V' e H' sono le componenti, verticale e orizzontale rispettivamente, della somma delle forze di massa agenti sul cuneo BCE e delle forze di superficie agenti su BE .

Le funzioni S_{ash} e S_{asv} dipendono, perciò, dagli angoli β e α . Essendo H' e V' indipendenti da α , le derivate parziali delle due funzioni, rispetto ad α , sono collegate dalla relazione multipla:

$$\frac{\partial S_{ash}}{\partial \alpha} = \sin(\beta + \phi') \frac{\partial P_{as}}{\partial \alpha} = -\tan(\beta + \phi') \frac{\partial S_{asv}}{\partial \alpha} \quad (12)$$

Perciò, per un assegnato valore di β , le componenti di spinta S_{ash} e S_{asv} variano proporzionalmente tra loro (essendo $\beta > \pi/2$ e minore di $\pi - \phi'$). Se per $\alpha = \alpha_c$ le due funzioni attingono un massimo, allora, il coefficiente di sicurezza a scorrimento, F_s , attinge un minimo. Infatti, la derivata di F_s rispetto ad α è data da (appendice 4):

$$\frac{\partial F_s}{\partial \alpha} = -\frac{\partial P_{as}}{\partial \alpha} \frac{\tan \phi_b}{R_t} \frac{\cos(\beta + \phi' - \lambda)}{\cos(\lambda - \nu)} \quad (13)$$

dove R_t è la componente tangenziale della risultante agente sul piano di posa della fondazione, λ è l'inclinazione di tale risultante e ν è quella del piano di posa. Il termine $\cos(\beta + \phi' - \lambda)$ è positivo se $\lambda > \beta + \phi' - \pi/2$; ma poiché risulta $\lambda < \pi/2 - \nu$, la condizione è sempre verificata risultando $\beta + \phi' < \pi - \nu$ (ν è ordinariamente nullo o negativo). Perciò massimizzare P_{as} rispetto ad α , corrisponde a minimizzare F_s rispetto alla stessa variabile. Conseguentemente, l'angolo α_c deve essere scelto in modo che la funzione P_{as} sia massimizzata; come del resto avviene nel metodo originario di Coulomb.

La derivata parziale di F_s rispetto a β è collegata a quelle di S_{ash} ed S_{asv} dalle relazioni (appendice 5):

$$\frac{\partial F_s}{\partial \beta} = -\frac{\partial S_{ash}}{\partial \beta} \frac{1}{R_t} \frac{\tan \phi_b}{\cos(\lambda - \nu)} \frac{\cos(\alpha - \phi' - \lambda)}{\sin(\alpha - \phi')} \quad (14a)$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial \beta} = \frac{\partial S_{asv}}{\partial \beta} \frac{1}{R_t} \frac{\tan \phi_b}{\cos(\lambda - \nu)} \frac{\cos(\alpha - \phi' - \lambda)}{\cos(\alpha - \phi')} \quad (14b)$$

Ne consegue, pertanto, che, per un assegnato valore α , la condizione critica per la stabilità a scorrimento del muro viene raggiunta per un valore β_c di β , che contemporaneamente massimizza S_{ash} e minimizza S_{asv} . La stessa condizione critica può essere altresì ottenuta attraverso la minimizzazione dell'angolo ψ di inclinazione della spinta.

In definitiva, i valori degli angoli β_c e α_c per i quali le funzioni S_{ash} , S_{asv} , ψ e F_s attingono i loro estremi sono ottenuti dalle condizioni:

$$\max_{\alpha} P_{as}(\alpha, \beta) \rightarrow \alpha_c(\beta), \quad (15a)$$

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\beta} \psi(\alpha_c, \beta) \\ \text{oppure} \\ \min_{\beta} F_s(\alpha_c, \beta) \\ \text{oppure} \\ \min_{\beta} S_{asv}(\alpha_c, \beta) \\ \text{oppure} \\ \max_{\beta} S_{ash}(\alpha_c, \beta) \end{array} \right\} \rightarrow \beta_c \quad (15b)$$

L'implementazione del metodo proposto è assai semplice, come può rilevarsi dal diagramma di flusso di Fig. 6, dove la ricerca degli angoli critici α_c e β_c è effettuata con una procedura diretta, scandagliando l'intero campo di esistenza della funzione ψ . In tal modo, è possibile ricavare i valori estremi delle funzioni di interesse, anche in presenza di discontinuità, le quali, comunque, riguardano sempre un insieme numerabile di punti. A fini tecnici, gli incrementi $\Delta\alpha$ e $\Delta\beta$ possono essere assunti pari ad 1° , sebbene la velocità di calcolo degli attuali elaboratori permetta di ottenere precisioni assai maggiori con tempi di elaborazione modestissimi.

Poiché, infine, nessuna ipotesi è stata formulata sulla configurazione geometrica del terrapieno e sulla distribuzione dei carichi, le funzioni $S_{ash}(\beta, \alpha_c)$ e $S_{asv}(\beta, \alpha_c)$ attingono i loro estremi per la stessa coppia di valori degli angoli β_c e α_c , indipendentemente dal modo con cui i carichi sono distribuiti.

3. Muri a mensola con tacco corto

Per il calcolo della spinta sui muri a mensola con tacco corto (Fig. 7a), BARGHOUTHI [1990] propose l'uso del metodo di Coulomb, calcolando in sequenza la spinta S_1 (Fig. 7c) rispetto ad un proprio cuneo di spinta limitato dal piano di rottura BD con inclinazione η ; e successivamente la spinta S_2 (Fig. 7d) dalle condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo complessivo $TBCA$. La condizione critica veniva posta massimizzando la spinta S_a agente sul piano verticale passante per il tacco del muro. La condizione di massimizzazione di S_a non costituisce, tuttavia, un approccio corretto al problema, per il fatto che l'inclinazione ψ di S_a non è una costante (come nel metodo originario di Coulomb), ma varia in funzione dell'angolo β [GRECO, 1992]. Più razionale appare, invece, fare riferimento alle componenti di spinta, visto il ruolo opposto che esse giocano nelle verifiche a scivolamento, a ribaltamento ed a carico limite. Sulla base dell'esame dei risultati numerici, si pervenne alla conclusione che la compo-

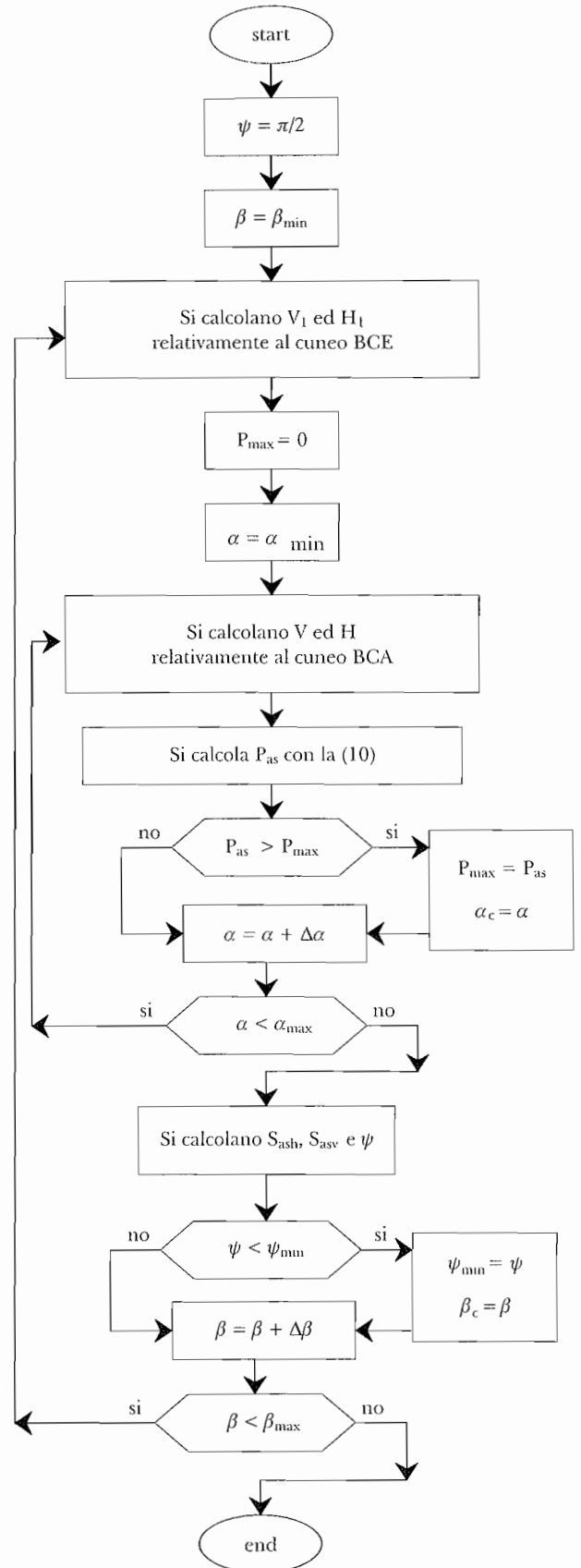


Fig. 6 – Diagramma di flusso per il calcolo della spinta attiva sui muri a mensola con tacco lungo.
Fig. 6 – Flow chart describing the procedure for calculating the active earth thrust on cantilever walls with elongated heel.

nente orizzontale S_{ash} raggiunge il suo valore massimo per lo stesso valore di β per il quale la componente verticale S_{asv} ottiene il suo minimo; per cui la condizione critica può essere ottenuta indifferentemente massimizzando S_{ah} o minimizzando S_{av} . Di ciò è stata successivamente data anche una dimostrazione analitica, limitatamente al caso in cui siano presenti solo forze gravitazionali e sovraccarichi sul terrapieno [GRECO, 2001]. Nel seguito di questa sezione, tale dimostrazione verrà estesa, includendo anche forze sismiche di tipo pseudo-statico.

La spinta S_{as} relativa al piano verticale di riferimento CE (Fig. 7b) ha componenti:

$$S_{ash} = S_1 \cos \delta + S_2 \sin(\beta + \phi') - H', \quad (16a)$$

$$S_{asv} = S_1 \sin \delta - S_2 \cos(\beta + \phi') - V' \quad (16b)$$

in cui V' e H' sono le componenti, verticale e orizzontale rispettivamente, della risultante delle forze di massa agenti sul cuneo $TBCE$ e di quelle di superficie su TE .

La spinta S_1 viene ricavata dalle condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo TBD :

$$S_1 = \frac{V_1 \sin(\eta - \phi') + H_1 \cos(\eta - \phi')}{\cos(\phi' + \delta - \eta)} \quad (17)$$

dove V_1 è la componente verticale della risultante delle forze di massa agenti sul cuneo TBD e delle forze di superficie agenti su TD , mentre H_1 è la componente orizzontale della stessa risultante. La spinta S_1 si annulla per $\eta = \eta'' = \pi/2$, e per un valore η' dato dalla condizione:

$$\eta' = \phi' - \tan^{-1} \left(\frac{H_1}{V_1} \right), \quad (18)$$

che va risolta per via iterativa, essendo V_1 ed H_1 funzioni di η . Nel caso in cui la (18) ammetta più soluzioni, η' è dato dal valore massimo tra quelli ottenuti. Nell'intervallo $[\eta', \eta'']$, si ammette che la funzione

S_1 sia positiva (perché non avrebbe senso tecnico considerare spinte di trazione) e, se derivabile, è dotata di massimo che attinge in un punto η_c , il cui valore si ricava dalla condizione:

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta_c} = 0, \quad (19)$$

Le derivate parziali rispetto η delle funzioni S_1 , S_{ash} , e S_{asv} sono collegate dalle seguenti relazioni:

$$\frac{\partial S_1}{\partial \eta} = - \frac{1}{\sin(\alpha - \phi')} \frac{\sin(\beta + 2\phi' - \alpha)}{\cos(\beta + \phi' - \delta)} \frac{\partial S_{ash}}{\partial \eta}, \quad (20a)$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial \eta} = \frac{1}{\cos(\alpha - \phi')} \frac{\sin(\beta + 2\phi' - \alpha)}{\cos(\beta + \phi' - \delta)} \frac{\partial S_{asv}}{\partial \eta}, \quad (20b)$$

da cui è evidente che, per fissati valori di α e β , il massimo di S_1 è attinto per lo stesso valore η_c che massimizza S_{ash} e simultaneamente minimizza S_{asv} .

Tenendo conto delle (20), la derivata parziale di F_s rispetto a η è data da:

$$\frac{\partial F_s}{\partial \eta} = \frac{\cos(\beta + \phi' - \delta)}{\sin(\beta + 2\phi' - \alpha)} \frac{\cos(\alpha - \phi' - \lambda)}{\cos(\lambda - \nu)} \frac{\tan \phi_b}{R_1} \frac{\partial S_1}{\partial \eta} \quad (21)$$

per cui, anche in questo caso, massimizzare S_1 rispetto η corrisponde a minimizzare F_s rispetto allo stesso angolo.

La spinta S_2 si ricava, in maniera analoga, dalle condizioni di equilibrio delle forze agenti sul cuneo $ATBC$ (Fig.7d)

$$S_2 = \frac{V_2 \sin(\alpha - \phi') + H_2 \cos(\alpha - \phi') - S_1 \cos(\phi' + \delta - \alpha)}{\sin(\beta + 2\phi' - \alpha)} \quad (22)$$

dove V_2 è la componente verticale della risultante delle forze di massa agenti sul cuneo $ATBC$ e delle

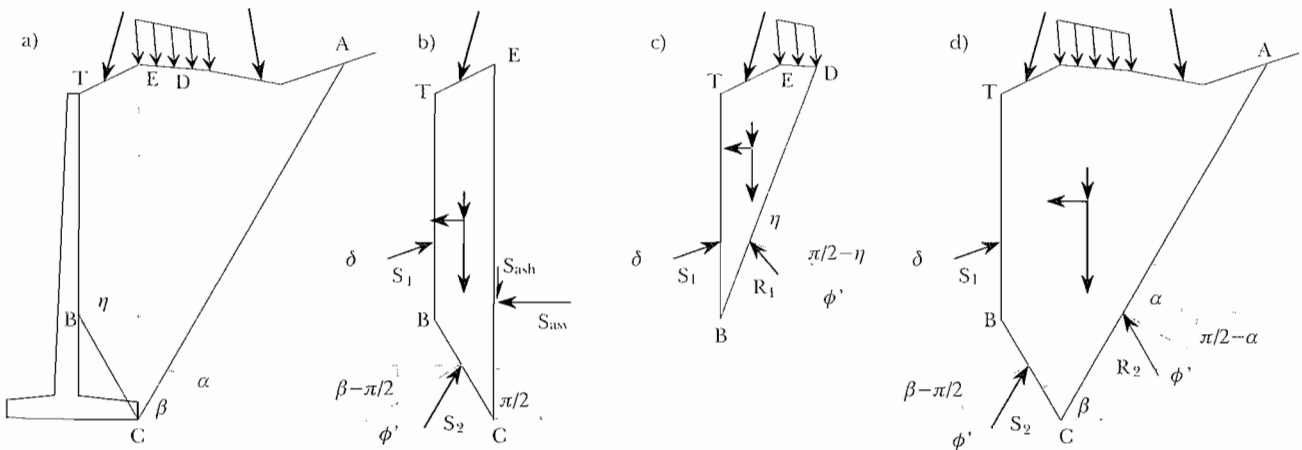


Fig. 7 – Cunei di rottura per il calcolo delle spinte nel caso di muro a mensola con tacco corto.

Fig. 7 – Failure wedges considered in the analysis of cantilever walls with short heel.

è ottenuta per il valore β_c di β che minimizza la componente S_{asv} .

In definitiva, i valori degli angoli η_c , α_c e β_c , per i quali le funzioni S_{ash} , S_{asv} , ψ ed F_s attingono i loro estremi, sono dati dalle condizioni:

$$\max_{\eta} S_1(\eta, \beta) \rightarrow \eta_c(\beta), \quad (29a)$$

$$\max_{\alpha} S_2(\eta_c, \alpha, \beta) \rightarrow \alpha_c(\eta_c, \beta), \quad (29b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\beta} \psi(\eta_c, \alpha_c, \beta) \\ \text{oppure} \\ \min_{\beta} F_s(\eta_c, \alpha_c, \beta) \\ \text{oppure} \\ \min_{\beta} S_{asv}(\eta_c, \alpha_c, \beta) \\ \text{oppure} \\ \max_{\beta} S_{ash}(\eta_c, \alpha_c, \beta) \end{array} \right\} \rightarrow \beta_c \quad (29c)$$

L'implementazione del metodo proposto è illustrata nel diagramma di flusso riportato nella Fig. 7, in cui viene scandagliato l'intero campo di esistenza della funzione ψ , dando modo di determinare l'estremo assoluto (anche in presenza di discontinuità di seconda specie) con un grado di precisione che dipende dalla densità della ricerca. Anche in questo caso, una precisione sufficiente a fini tecnici può essere ottenuta attribuendo il valore di 1° agli incrementi $\Delta\eta$, $\Delta\alpha$ e $\Delta\beta$, mentre con β_T è indicato l'angolo di inclinazione del piano CT (Fig. 5).

4. Un esempio applicativo

Un programma di calcolo automatico può facilmente essere redatto seguendo i diagrammi di flusso delle Figg. 6 e 8. Con l'ausilio di un tale programma è stato studiato il caso illustrato in Fig. 10, che rappresenta un muro a mensola a sostegno di un terrapieno con profilo topografico irregolare.

Il calcolo delle spinte è stato effettuato in rapporto ai seguenti dati:

- striscia di carico, con componente verticale pari a 80 kPa e componente orizzontale pari a 80 kPa, applicata a distanza tra m 2.0 e m 2.5 dal muro;
- terrapieno costituito da terreno incoerente con $\phi' = 36^\circ$ e $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$;
- peso dell'unità di volume del calcestruzzo costituente il muro pari a 25 kN/m^3 ;
- inclinazione δ della spinta S_1 (relativamente al caso di tacco corto), pari a 18° ;
- coefficienti di intensità sismica: $k_h = 0.10$ e $k_v = 0.00$.

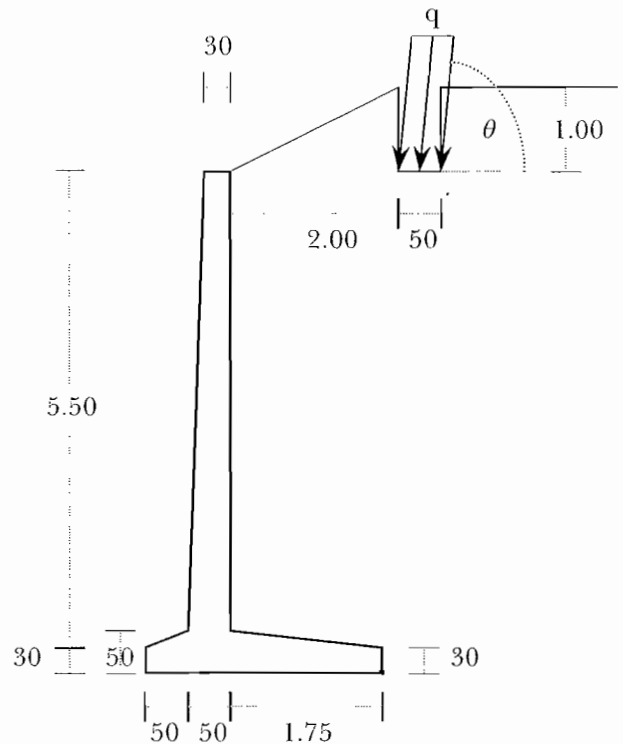


Fig. 9 – Sezione del muro utilizzato nell'esempio applicativo del metodo proposto.

Fig. 9 – Cross section of the wall utilized in the example of application of the proposed method.

Nella Fig. 10 sono riportate le componenti di spinta (indicate con S_{ash} ed S_{av} per il caso sismico, con S_{ah} ed S_{av} per quello statico) al variare di β e per $\alpha = \alpha_c$ e $\eta = \eta_c$. Per ognuno dei due casi, tali componenti assumono i loro valori estremi per gli stessi valori degli angoli β .

Nella tabella I sono inoltre riportati i valori di η_c , α_c e β_c in corrispondenza dei quali le funzioni F_s , ψ , S_{ash} ed S_{asv} assumono i loro valori estremi.

Rispetto al caso statico, quello sismico presenta un aumento di ambedue le componenti di spinta, ed una riduzione dell'inclinazione della spinta attiva e del coefficiente di sicurezza a scorrimento (Fig. 11).

Dal confronto delle due condizioni, sismica e statica, emerge, infine, come un muro, che in termini statici rientra nella classe dei muri con tacco corto, sotto l'azione sismica possa comportarsi come muro a tacco lungo, per cui non è possibile stabilire a priori se un muro sia da considerare a tacco corto o tacco lungo, senza fare riferimento all'entità dell'azione sismica considerata nel calcolo.

Tab. I – Valori di η_c , α_c e β_c e corrispondenti valori di ψ ed F_s per il muro relativo all'esempio applicativo.

caso	ψ	F_s	η_c	α_c	β_c
statico	19.1°	1.995	52.4°	63.3°	110.2
sismico	29.2°	1.605	-	59.4°	102.6

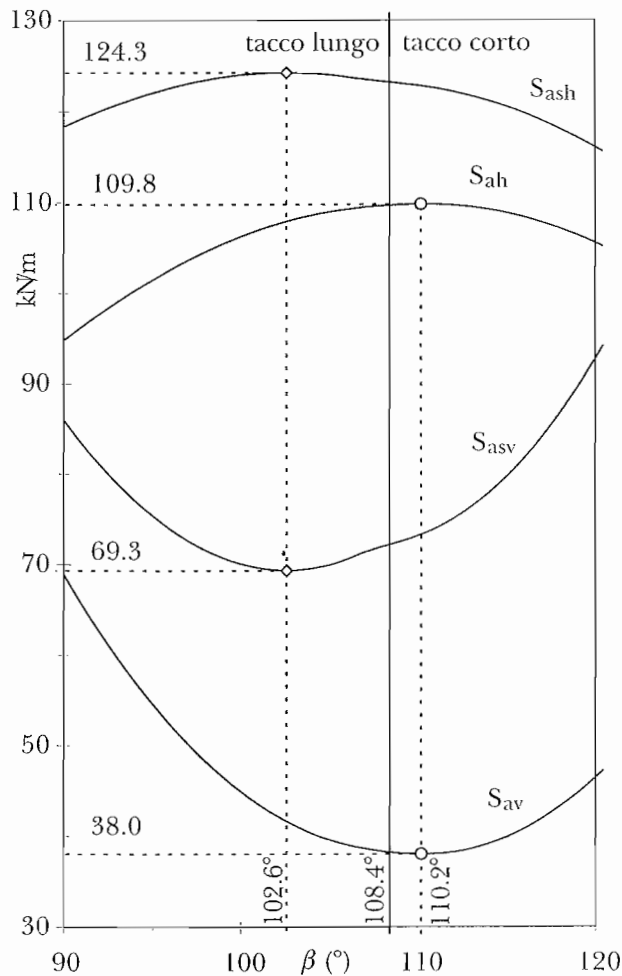


Fig. 10 - Andamento delle componenti di spinta al variare dell'angolo β , per $\alpha=\alpha_c$ e $\eta=\eta_c$.

Fig. 10 - Thrust component functions in terms of β , for $\alpha=\alpha_c$ and $\eta=\eta_c$.

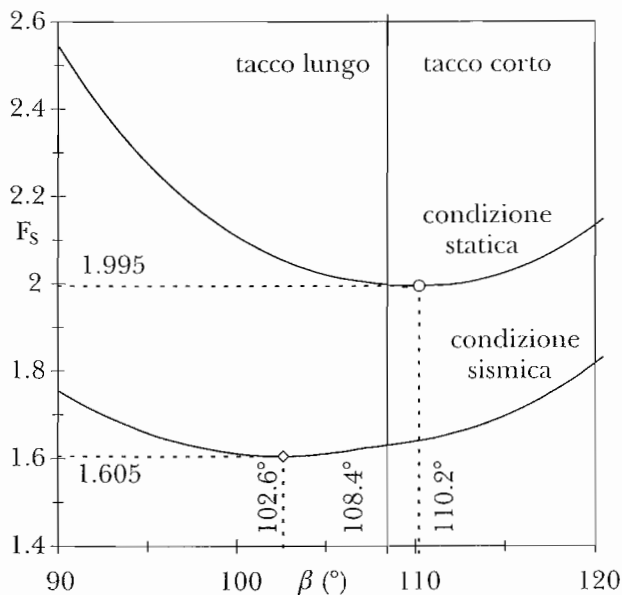


Fig. 11 - Andamento del coefficiente di sicurezza a scorrimento al variare dell'angolo β , per $\alpha=\alpha_c$ e $\eta=\eta_c$.

Fig. 11 - Safety factor against sliding in terms of β , for $\alpha=\alpha_c$ and $\eta=\eta_c$.

5. Considerazioni conclusive

L'articolo ha proposto un metodo per il calcolo delle spinte sui muri a mensola, sia con tacco lungo che con tacco corto, in condizioni sismiche.

L'approccio seguito è basato sul metodo di Coulomb, trattando le azioni sismiche con il metodo pseudo statico.

Per i casi in cui l'analisi della spinta può essere condotta con il metodo di Rankine, questo metodo offre esattamente gli stessi risultati ottenibili con la teoria di Rankine.

Per i casi che non possono essere affrontati con il metodo di Rankine, il metodo proposto conduce ad un valore della spinta che rappresenta la condizione critica per la stabilità del muro nei confronti del meccanismo di collasso costituito dallo scivolamento lungo la base del muro, similmente al metodo originario di Coulomb.

Il metodo proposto è assai semplice e si presta ad essere implementato su computer con un modesto programma di calcolo automatico.

Il limite principale del metodo è costituito, secondo l'opinione dello scrivente, dall'ipotesi di planarità delle superfici di rottura che delimitano il cuneo di spinta. Questa assunzione è tuttavia quella fondamentale che sta alla base dell'approccio di Coulomb.

Bibliografia

- BARGHOUTHI A. F. (1990) - *Active earth pressure on walls with base projection*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. CXVI n. 10, pp. 1570-1575.
- CIU S.C. (1991) - *Rankine's analysis of active and passive pressures in dry sands*. Soils and Foundations, vol. XXXI, n. 4, pp. 115-120.
- COULOMB C. A. (1773) - *Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*. Acad. R. Sci. Mem. Math. Phys. par Divers Savants, 7, pp. 343-382, Paris.
- D. M. LL. PP. (11 Marzo 1988) - *Norme tecniche riguardanti le indagini sui terreni e sulle rocce, la stabilità dei pendii naturali e delle scarpate, i criteri generali e le prescrizioni per la progettazione, l'esecuzione e il collaudo delle opere di sostegno delle terre e delle opere di fondazione*. Gazzetta Ufficiale, 1 Giugno 1988, n. 127 suppl.
- EUROCODICE EC8 (1998) - *Indicazioni progettuali per la resistenza sismica delle strutture - Parte 5: Fondazioni, strutture di contenimento ed aspetti geotecnici* - UNI, Ente Nazionale Italiano di Unificazione, Milano.
- GRECO V.R. (1992) - *Active earth pressure on walls with base projection. Discussion*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. CXVIII, n. 5, pp. 825-827.
- GRECO V.R. (1997) - *Stability of retaining walls against overturning*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, vol. CXIII, n. 5, pp. 575-582.

- ronmental Engineering, ASCE, vol. CXXIII n. 8, pp. 778-780.
- GRECO V.R. (1999) – *Active earth thrust on cantilever walls in general conditions*. Soils and Foundations, vol. XXXIX, n. 6, pp. 65-78.
- GRECO V.R. (2001) – *Active earth thrust on cantilever walls with short heel*. Canadian Geotechnical Journal, vol. XXXVIII, n. 2.
- MONONOBE N., and MATSUO H. (1929) – *On the determination of earth pressures during earthquakes*. Proceedings, World Engineering Congress, vol. IX.
- MUELLER-BRESLAU H. (1906) – *Erddruck auf Stuetzmauern*. Kroener, Stuttgart.
- OKABE S. (1926) – *General theory of earth pressures*. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).
- RANKINE W.J.M. (1857) – *On stability of loose earth*. Philosophical Transactions of the Royal Society, London, vol. CXLVII, p. 928.

Appendice 1

In questa appendice, viene dimostrato che i coefficienti di spinta attiva di Coulomb, K_{as}^C , e di Rankine, K_{as}^R , coincidono, se la superficie di spinta è una superficie di rottura secondo la teoria di Rankine. Infatti, attribuendo all'angolo β , nell'espressione di K_{as}^C di Coulomb, il valore di ρ dato dalla (4b) e assumendo per δ il valore ϕ' , (essendo la superficie di rottura MC interna al terrapieno), si ha:

$$K_{as}^C = \left(\frac{\frac{\sin(\beta + \theta - \phi')}{\sin \beta}}{\sqrt{\sin(\beta + \theta + \phi')} + \sqrt{\frac{\sin 2\phi' \sin(\phi' - \varepsilon - \theta)}{\sin(\beta - \varepsilon)}}} \right)^2 \quad (29)$$

Posto:

$$R = \cos \Delta \sin \phi' = \sqrt{\cos^2(\varepsilon + \theta) - \cos^2 \phi'} \quad (30)$$

e tenendo conto che:

$$\sin(\beta + \phi') \sin(\beta - \varepsilon) = \frac{1}{2} \left[\cos(\phi' + \varepsilon) + \frac{\sin \varepsilon}{\sin \phi'} \right] = \frac{1}{2} \frac{\sin(\phi' + \varepsilon)}{\tan \phi'} \quad (31a)$$

$$\sqrt{\sin(\beta + \phi') \sin(\beta - \varepsilon) \sin 2\phi' \sin(\phi' - \varepsilon)} = \cos \phi' \sqrt{\cos^2 \varepsilon - \cos^2 \phi'} = R \cos \phi' \quad (31b)$$

$$\sin^2(\beta - \phi') = \frac{1}{2} [1 + \sin(3\phi' + \Delta - \varepsilon)]; \quad (31c)$$

dopo alcuni sviluppi trigonometrici, si ha:

$$K_{as}^C = \frac{\sin(\rho - \varepsilon) AR + B}{\sin^2 \rho C + 4R} \quad (32)$$

ove:

$$A = a \frac{\cos(\varepsilon + \theta)}{\cos \phi'} - b \frac{\sin(\varepsilon + \theta)}{\sin \phi'} \quad (33a)$$

$$B = \frac{1}{\cos \phi'} + \left(a \frac{\sin(\varepsilon + \theta)}{\cos \phi'} + b \frac{\cos(\varepsilon + \theta)}{\sin \phi'} \right) \sin \varepsilon \quad (33b)$$

$$C = \frac{\sin(\phi' + \varepsilon + \theta) + 4\sin^2 \phi' \sin(\phi' - \varepsilon - \theta)}{\sin \phi'} \quad (33c)$$

$$a = (3\cos^2 \phi' - \sin^2 \phi') \quad (34a)$$

$$b = (\cos^2 \phi' - 3\sin^2 \phi') \quad (34b)$$

Moltiplicando numeratore e denominatore della (32) per $AR - B$ e dividendoli per $AC - 4B$, si ottiene:

$$K_{as}^C = \frac{\sin(\rho - \varepsilon)}{\sin^2 \rho} \frac{\frac{A^2 R^2 - B^2}{AC - 4B}}{\frac{4}{A} \frac{AR^2 - BC}{AC - 4B} + R} \quad (35)$$

Attraverso semplici sviluppi trigonometrici, si ricava

$$AC - 4B = \frac{1 + 6\sin^2 \phi' + 16\sin^4 \phi' - 32\sin^6 \phi'}{\cos \phi'} \frac{\cos^2 \varepsilon}{\sin^2 \phi'} + 2\sin \phi' \sin \varepsilon \frac{(16\sin^2 \phi' - 1)}{\cos \phi' \sin^2 \phi'} \cos \phi' \cos \varepsilon - \frac{(4\sin \phi' + 1)^2 \cos^2 \phi'}{\cos \phi' \sin^2 \phi'} \quad (36a)$$

mentre

$$A^2 R^2 - B^2 = (AC - 4B) \cos \phi' \quad (36b)$$

e

$$4AR^2 - BC = (AC - 4B) \cos(\varepsilon + \theta) \quad (36c)$$

per cui la (35) assume la forma:

$$K_{as}^C = \frac{\cos \phi'}{\cos(\varepsilon + \theta) + \sqrt{\cos^2(\varepsilon + \theta) - \cos^2 \phi'}} \frac{\sin(\rho - \varepsilon)}{\sin^2 \rho} \quad (37)$$

L'espressione a secondo membro della (37) è il coefficiente di spinta attiva di Rankine K_{as}^R relativo alla superficie di rottura inclinata di ρ ; per cui si deduce che le spinte sismiche relative al piano di rottura MC , calcolate con i due metodi, coincidono.

Appendice 2

Viene dimostrato che la componente orizzontale di spinta attiva, S_{ash} , e quella verticale, S_{asv} , assumono i loro valori estremi per $\beta = \rho$.

Le due componenti di spinta sono date da:

$$S_{ash} = P_{as} \sin(\beta + \phi') - k_h W_1 = \frac{1}{2} \gamma \bar{h}^2 \frac{1+k_v}{\cos\theta} f_{ash}, \quad (38a)$$

$$S_{asv} = -P_{as} \cos(\beta + \phi') - (1+k_v)W_1 = \frac{1}{2} \gamma \bar{h}^2 \frac{1+k_v}{\cos\theta} f_{asv}, \quad (38b)$$

essendo S_{ash} e S_{asv} relative al piano verticale CE , W_1 il peso del cuneo BCE (Fig. 3), mentre:

$$f_{ash} = A \sin\theta + \left(\frac{N \cos\varepsilon}{D_1 + D_2} \right)^2, \quad (39a)$$

$$f_{asv} = A \cos\theta - \left(\frac{N \cos\varepsilon}{D_1 + D_2} \right)^2 \cot(\beta + \phi'), \quad (39b)$$

ove:

$$N = \sin(\beta - \phi' + \theta) \sqrt{\frac{\sin(\beta + \phi')}{\sin(\beta - \varepsilon)}}, \quad (39a)$$

$$D_1 = \sqrt{\sin(\beta + \phi' + \theta) \sin(\beta - \varepsilon)}, \quad (39b)$$

$$D_2 = \sqrt{\sin 2\phi' \sin(\phi' - \varepsilon - \theta)}, \quad (39c)$$

$$A = \frac{\cos\beta \cos\varepsilon}{\sin(\beta - \varepsilon)}. \quad (39d)$$

Un estremo della funzione S_{ash} può essere ottenuto dalla condizione:

$$\frac{dS_{ash}}{d\beta} = 0, \quad (40)$$

che comporta:

$$\frac{dA}{d\beta} \sin\theta + 2(f_{ash} - A \sin\theta) \left(t - \frac{D_1'}{D_1 + D_2} \right) = 0, \quad (41)$$

ove:

$$t = \cot(\beta + \theta - \phi') - \frac{1}{2} \frac{\sin(\phi' + \varepsilon)}{\sin(\beta + \phi') \sin(\beta - \varepsilon)} \quad (42a)$$

e

$$D_1' = \frac{dD_1}{d\beta} = \frac{1}{2} \frac{\sin(2\beta - \varepsilon + \phi' + \theta)}{D_1} \quad (42b)$$

La soluzione della (41) è:

$$\beta = \frac{3}{4}\pi - \frac{\phi}{2} - \frac{\Delta - \varepsilon + \theta}{2} = \rho. \quad (43)$$

In modo analogo, un estremo della funzione S_{asv} può essere ottenuto attraverso la condizione:

$$\frac{dS_{asv}}{d\beta} = 0, \quad (44)$$

che implica l'equazione:

$$\frac{dA}{d\beta} \cos\theta - \frac{f_{ash} - A \sin\theta}{\sin^2(\beta + \phi')} \left\{ \left(t - \frac{D_1'}{D_1 + D_2} \right) \sin[2(\beta + \phi')] - 1 \right\} = 0, \quad (45)$$

la cui soluzione è data ancora dalla (43).

Appendice 3

Viene dimostrato che il coefficiente di sicurezza a scorrimento lungo la base, F_s , assume il suo valore minimo per lo stesso valore di β che massimizza S_{ash} (ovvero che minimizza S_{asv}).

Con riferimento alla Fig. 5, trascurando la resistenza del terreno antistante la fondazione, F_s , è espresso dalla relazione:

$$F_s = \frac{R_n}{R_t} \tan\phi_b, \quad (46)$$

ove R_n ed R_t sono le componenti, normale e tangenziale rispettivamente, della risultante agente sul piano di posa PC , date da:

$$R_n = (S_{asv} + \bar{V}) \cos v - (S_{ash} + \bar{H}) \sin v \quad (47a)$$

$$R_t = (S_{ash} + \bar{H}) \cos v + (S_{asv} + \bar{V}) \sin v \quad (47b)$$

mentre v è l'angolo di inclinazione del piano di posa della fondazione (negativo in Fig. 5); ϕ_b è l'angolo di attrito tra fondazione e sottostante terreno; \bar{V} è componente verticale della risultante delle forze di massa agenti sul muro e sulla parte di terrapieno compresa tra il muro e la superficie di spinta EC e delle forze di superficie applicate su TE , mentre \bar{H} è la componente orizzontale della risultante delle stesse forze.

La derivata di F_s , data dalla relazione:

$$\frac{dF_s}{d\beta} = \frac{\tan\phi_b}{R_t^2} \left(\frac{dR_n}{d\beta} R_t - R_n \frac{dR_t}{d\beta} \right) \quad (48)$$

con:

$$\frac{dR_n}{d\beta} = \frac{dS_{asv}}{d\beta} \cos v - \frac{dS_{ash}}{d\beta} \sin v = - \frac{dP_{as}}{d\beta} \cos(\beta + \phi' - v) \quad (49a)$$

$$\frac{dR_t}{d\beta} = \frac{dS_{ash}}{d\beta} \cos v + \frac{dS_{asv}}{d\beta} \sin v = \frac{dP_{as}}{d\beta} \sin(\beta + \phi' - v) \quad (49b)$$

$$R_n = R_t \tan(\lambda - v) \quad (50)$$

Sostituendo le (49) e (50) nella (48), dopo qualche passaggio, si ha:

$$\frac{dF_s}{d\beta} = \frac{\tan \phi_b}{R_t \cos(\lambda - v)} \left[\frac{dS_{asv}}{d\beta} \cos \lambda - \frac{dS_{ash}}{d\beta} \sin \lambda \right], \quad (51)$$

Questa espressione si annulla se vengono soddisfatte simultaneamente le condizioni (8), ovvero se si annulla complessivamente la quantità in parentesi quadrate nella (51).

In quest'ultimo caso, tuttavia, poiché le due derivate parziali sono sempre opposte in segno (eccetto che per $\beta = \rho$), l'angolo λ , dato da:

$$\tan \lambda = \left(\frac{dS_{asv}}{d\beta} \right) / \left(\frac{dS_{ash}}{d\beta} \right), \quad (52)$$

dovrebbe essere compreso tra $\pi/2$ e π , oppure ricadere nell'intervallo tra $-\pi/2$ e 0 , che sono ambedue, evidentemente, casi privi di una reale rilevanza tecnica. Infatti, nel primo caso la forza R_t dovrebbe essere rivolta da P verso C (Fig. 5) e quindi verrebbe meno l'ipotesi si stato limite ultimo attivo, che è alla base di questa analisi; nel secondo caso, invece, la forza R_n dovrebbe essere di trazione.

Ne consegue, dunque, che F_s (così come S_{ash} , S_{asv} e ψ) attinge il suo estremo per $\beta = \rho$. Tale estremo è un minimo, per essere la derivata seconda positiva, essendo ordinariamente $\lambda - v < \pi/2$ e $0 < \lambda < \pi/2$:

$$\left(\frac{d^2 F_s}{d\beta^2} \right)_{\beta=\rho} = \left[\frac{\tan \phi_b}{R_t \cos(\lambda - v)} \left(\frac{d^2 S_{asv}}{d\beta^2} \cos \lambda - \frac{d^2 S_{ash}}{d\beta^2} \sin \lambda \right) \right]_{\beta=\rho} > 0 \quad (53)$$

Appendice 4

La relazione (13) può essere ottenuta con sviluppi analoghi a quelli seguiti nell'appendice 3, tenendo conto che:

$$\frac{\partial R_n}{\partial \alpha} = \frac{\partial S_{asv}}{\partial \alpha} \cos v - \frac{\partial S_{ash}}{\partial \alpha} \sin v = -\frac{\partial P_{as}}{\partial \alpha} \cos(\beta + \phi' - v) \quad (54a)$$

$$\frac{\partial R_t}{\partial \alpha} = \frac{\partial S_{ash}}{\partial \alpha} \cos v + \frac{\partial S_{asv}}{\partial \alpha} \sin v = \frac{\partial P_{as}}{\partial \alpha} \sin(\beta + \phi' - v) \quad (54b)$$

Appendice 5

Le relazioni (14) possono essere provate considerando che:

$$\frac{\partial F_s}{\partial \beta} = \frac{\tan \phi_b}{R_t^2} \left(\frac{\partial R_n}{\partial \beta} R_t - R_n \frac{\partial R_t}{\partial \beta} \right). \quad (55)$$

Derivando le (11) rispetto a β , si ottiene:

$$\frac{\partial S_{asv}}{\partial \beta} = -\frac{\partial P_{as}}{\partial \beta} \cos(\beta + \phi') + P_{as} \sin(\beta + \phi') - \frac{\partial V'}{\partial \beta}, \quad (56a)$$

$$\frac{\partial S_{ash}}{\partial \beta} = \frac{\partial P_{as}}{\partial \beta} \sin(\beta + \phi') + P_{as} \cos(\beta + \phi') - \frac{\partial H'}{\partial \beta}, \quad (56b)$$

mentre derivando la (10) si ha:

$$\frac{\partial H}{\partial \beta} = \frac{\partial P_{as}}{\partial \beta} \frac{\sin(\beta + 2\phi' - \alpha)}{\cos(\alpha - \phi')} + P_{as} \frac{\cos(\beta + 2\phi' - \alpha)}{\cos(\alpha - \phi')} - \frac{\partial V}{\partial \beta} \tan(\alpha - \phi'). \quad (58)$$

Tenendo infine conto della (50) ed inoltre che:

$$\frac{\partial H'}{\partial \beta} = \frac{\partial H}{\partial \beta}, \quad \frac{\partial V'}{\partial \beta} = \frac{\partial V}{\partial \beta}, \quad (59)$$

dopo alcune semplificazioni, si ricava:

$$\frac{\partial R_n}{\partial \beta} = \frac{\partial S_{asv}}{\partial \beta} \cos v - \frac{\partial S_{ash}}{\partial \beta} \sin v = -\frac{\partial S_{ash}}{\partial \beta} \frac{\cos(\alpha - \phi' - v)}{\sin(\alpha - \phi')}, \quad (56a)$$

$$\frac{\partial R_t}{\partial \beta} = \frac{\partial S_{ash}}{\partial \beta} \cos v + \frac{\partial S_{asv}}{\partial \beta} \sin v = \frac{\partial S_{ash}}{\partial \beta} \frac{\sin(\alpha - \phi' - v)}{\sin(\alpha - \phi')} \quad (56b)$$

che, sostituite nella (55), danno luogo alle (14).

Seismic active thrust on cantilever walls

Summary

This paper proposes a method to compute active earth thrust on cantilever walls subjected to seismic actions. The last are treated by the pseudo-static approach. In this method the thrust on cantilever walls can be obtained by minimizing the inclination of the seismic active thrust with respect to the inclination of the thrust plane.

The proposed method is very simple and can be implemented through a small computer code. For problems where the Rankine's method can be used, the proposed method gives exactly the same values of active thrust coefficient. For problems which can not be treated by the method of Rankine, the obtained value of the active thrust coefficient leads to the minimum value of the factor safety against sliding along the wall base.